

# 상수 모듈러스 오차의 반복적 확률추정에 기반한 결정궤환 등화

김남용\*

<sup>1</sup>강원대학교 전자정보통신공학부

## Recursive Probability Estimation of Decision Feedback Equalizers based on Constant Modulus Errors

Namyong Kim\*

<sup>1</sup>School of Electronic, Info. & Comm. Engineering, kangwon National University

**요약** 상수 모듈러스 오차의 확률을 영으로 줄이는 등화 알고리즘에 결정 궤환 방식이 도입된 DF-MZEP-CME (decision feedback - maximum zero-error probability for constant modulus errors) 알고리즘은 채널 왜곡 보상에서 보다 향상된 성능을 보인다. 그러나 이 DF-MZEP-CME 알고리즘은 기울기 계산에서 샘플 사이즈에 비례하는 계산량을 가지게 되어 구현상 장애요인으로 작용한다. 이 논문에서는 DF-MZEP-CME 알고리즘의 기울기를 반복적으로 추정하도록 하여 계산량이 샘플 사이즈와 무관하게 함으로서 계산량 문제를 해결한다. 샘플 사이즈  $N$ 에 대해 기존 알고리즘이  $10N$ 의 곱셈량을 가지지만 제안한 방식은 샘플 사이즈와 무관하게 단지 20 번의 곱셈을 수행한다. 또한 제안한 방식의 기울기 계산이 초기상태로부터 안정 상태로 넘어갈 때 연속성을 유지하는 것으로 나타나 오차 전파에 예민한 결정 궤환 방식에 매우 적합한 알고리즘으로 판단된다.

**Abstract** The DF-MZEP-CME (decision feedback - maximum zero-error probability for constant modulus errors) algorithm that makes the probability for constant modulus error (CME) close to zero and employs decision feedback (DF) structures shows more improved performance in channel distortion compensation. However the DF-MZEP-CME algorithm has a computational complexity proportional to a sample size for probability estimation and this property plays a role of an obstacle in practical implementation. In this paper, the gradient of DF-MZEP-CME is proposed to be estimated recursively and shown to solve the computational problem by making the algorithm independent of the sample size. For a sample size  $N$ , the conventional method has  $10N$  multiplications but the proposed has only 20 regardless of  $N$ . Also the recursive gradient estimation for weight update is kept in continuity from the initial state to the steady state without any error propagation.

**Key Words** : Constant modulus error, Probability, Decision-feedback, Recursive gradient, Computational complexity.

### 1. 서론

등화기의 출력 전력과 상수 모듈러스의 차이로 정의되는 상수 모듈러스 오차 (constant modulus error, CME) 를 최소화하도록 하는 알고리즘이 블라인드 적응 등화 방식에 주로 사용되고 있다. 대표적인 상수 모듈러스 알고리즘 (CMA) 는 CME에 자승 평균 오차 (MSE)

성능 기준을 적용한 경우이다 [1]. 최근 CME를 영확률 (zero-error probability, ZEP) 성능 기준에 적용하고 이 성능기준을 최대화한 MZEP -CME (maximized ZEP-CME) 알고리즘이 탁월한 성능향상을 보였다 [2]. 한편, MZEP-CME 알고리즘의 가우시안 커널은 CME의 큰 값들을 제거하는 고유 특성이 있다. 이 특성이 결정 궤환 (DF) 방식에서 오차 전파 (error propagation) 을

\*Corresponding Author : Namyong Kim (kangwon National Univ.)

Tel: +82-10-7188-5872 email: namyong@kangwon.ac.kr

Received November 19, 2014

Accepted March 12, 2015

Revised (1st December 18, 2014, 2nd January 13, 2015)

Published March 31, 2015

어느 정도 방지할 수 있다는 성질에 근거하여 DF-MZEP-CME 알고리즘이 개발 되었다 [3].

DF-MZEP-CME 등화 알고리즘의 성능기준인 CME의 정확률은 가우시안 커널과 샘플 사이즈(sample size)의 CME들을 활용하여 추정된다. 이 비용함수를 최대화하기 위한 기울기 계산은 여러 합산 과정이 포함되어 있어서 샘플 사이즈에 비례하는 계산량을 가지게 된다. 이것은 시스템 구현에서 전력소모나 다른 효율면에서 문제가 된다. 이 논문에서는 계산량 부담을 줄이도록 반복적 기울기 추정법에 의한 DF-MZEP-CME 알고리즘을 제안한다. 기존 방식과 달리 더 이상 합산과정을 포함하고 있지 않아 계산량은 샘플 사이즈  $N$  과 무관하게 되어 계산량 부담을 크게 감소시킨다.

## 2. 블라인드 등화를 위한 ZEP-CME 성능 기준

샘플시간을  $k$  라 할 때, 블라인드 등화에 주로 쓰이는 상수 모듈러스 오차  $e_{CME,k}$  는 등화기 출력  $y_k$  의 전력  $|y_k|^2$  과 상수 모듈러스  $R_2$  의 차이, 즉  $e_{CME,k} = |y_k|^2 - R_2$  로 정의된다. 상수 모듈러스  $R_2$  는 송신단에서 정의되는 심볼점  $\{d_i\}$  에 대해  $R_2 = E[|d_i|^4] / E[|d_i|^2]^2$  로 계산된다.

일반적으로 쓰이는 CMA 알고리즘은 CME에 자승 평균 오차 (MSE) 성능 기준  $P_{CME} = E[e_{CME,k}^2]$  을 적용하고 이  $P_{CME}$  을 등화기 가중치  $\mathbf{w}$  에 대하여 최소화하여 얻어진다 [1].

한편 커널  $G_\sigma(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{x^2}{2\sigma^2}]$  와  $N$  개의  $\{e_{CME,k-N+1}, e_{CME,k-N+2}, \dots, e_{CME,k}\}$  을 활용하여 다음과 같이 CME에 대한 확률밀도함수  $f_E(e_{CME})$  를 구축할 수 있다 [4].

$$f_E(e_{CME}) = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N+1}^k G_\sigma(e_{CME} - e_{CME,i}) \quad (1)$$

CME에 대한 확률밀도함수 (1)에서  $e_{CME} = 0$  의 경우인 ZEP-CME 성능기준은 다음과 같이 표현된다[2].

$$f_E(e_{CME} = 0) = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N+1}^k G_\sigma(e_{CME,i}^2) \quad (2)$$

이 성능기준을 적용 시스템의 가중치에 대해 최대화하면 적응 알고리즘을 얻게 된다.

한편, CMA에 쓰인 MSE 성능기준을 통계적 평균대신 샘플평균으로 표현하면 다음과 같다.

$$P_{CME} = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N+1}^k e_{CME,i}^2 \quad (3)$$

식(2)의 ZEP-CME 성능기준에서는 큰 값의 오차 전력  $e_{CME,i}^2$  가 가우시안 커널  $G_\sigma(\cdot)$ 에 의해 소멸되지만 식(3)에서는 성능 기준에 크게 영향을 미치게 됨을 알 수 있다. 즉, ZEP-CME 성능기준은 큰 오차에 둔감하도록 하는 특성을 지니고 있어 결정 궤환 구조에 적용할 경우 오차 전파를 더욱 효과적으로 방지할 수 있음을 알 수 있다. 이에 기초하여 ZEP-CME 기준을 결정 궤환 블라인드 등화에 적용한 알고리즘이 연구되었다[3].

## 3. ZEP-CME에 근거한 결정궤환 알고리즘

결정 궤환 구조는 전방 필터와 후방 필터로 구성되어 있다. 현재 입력  $x_k$ 에 대한 입력 벡터  $\mathbf{X}_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-p+1}]^T$ 는 결정 궤환 구조의 전방 필터에 있고 후방 필터에는 과거 결정 심볼 벡터  $\hat{\mathbf{D}}_{k-1} = [\hat{d}_{k-1}, \hat{d}_{k-2}, \dots, \hat{d}_{k-Q-2}]^T$ 가 있으며, 전방 필터 가중치  $\mathbf{W}_k^F = [w_{k,0}^F, w_{k,1}^F, w_{k,2}^F, \dots, w_{k,p-1}^F]^T$ 와, 후방 필터 가중치  $\mathbf{W}_k^B = [w_{k,0}^B, w_{k,1}^B, w_{k,2}^B, \dots, w_{k,Q-1}^B]^T$ 에 의해 출력  $y_k = \mathbf{X}_k^T \mathbf{W}_k^F + \hat{\mathbf{D}}_{k-1}^T \mathbf{W}_k^B$ 가 만들어진다. 결정 심볼  $\hat{d}_k$ 는 출력  $y_k$ 에 대한 결정 디바이스 (decision device)를 통과한 값이다 [5].

MSE 성능기준을 최소화하는 경우 DF-CMA 알고리즘이, ZEP-CME 성능기준을 최대화한 경우 DF-maximized ZEP-CME (DF-MZEP-CME) 알고리즘이 만들어진다. DF-MZEP-CME 알고리즘의 전방 가중치  $\mathbf{w}^F$  및 후방

가중치  $\mathbf{W}^B$  는 기울기  $\frac{\partial f_k(e_{CME}=0)}{\partial \mathbf{W}^F} = \nabla_k^F$ ,  $\frac{\partial f_k(e_{CME}=0)}{\partial \mathbf{W}^B} = \nabla_k^B$  에 의해, 수렴인자  $\mu$  를 도입하여 다음과 같이 갱신된 다[3].

$$\mathbf{W}_{k+1}^F = \mathbf{W}_k^F + \mu \cdot \nabla_k^F \quad (4)$$

$$\mathbf{W}_{k+1}^B = \mathbf{W}_k^B + \mu \cdot \nabla_k^B \quad (5)$$

여기서 두 기울기 벡터  $\nabla_k^F$  와  $\nabla_k^B$  는 식(2)에  $e_{CME,k} = |y_k|^2 - R_2$  를 대입하고 가중치에 대해 미분된 형태이며 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla_k^F = \frac{2}{\sigma^2 N} \sum_{i=k-N+1}^k G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot \mathbf{X}_i \quad (6)$$

$$\nabla_k^B = \frac{2}{\sigma^2 N} \sum_{i=k-N+1}^k G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot \hat{\mathbf{D}}_{i-1} \quad (7)$$

식(6)과 (7) 은 DF-MZEP-CME 알고리즘의 기울기로서 합산 과정이 포함되어 있어 각 필터 영역에 대해  $O(N)$  의 연산량을 지니고 있음을 알 수 있다. 또한 커널 밀도 추정법의 샘플 사이즈  $N$  이 클수록 신뢰할 만한 밀도 추정이 가능하므로 계산상의 비용은 증가하여 시스템 구현에서 전력소모나 다른 여러 효율 면에서 문제가 될 수 있다 [6].

#### 4. DF-ZEP-CME 알고리즘의 반복적

##### 기울기 계산방법

샘플 시간이  $1 \leq k < N$  에 해당되는 초기상태에서는 아직  $N$  개의 샘플 데이터를 활용할 수 없고 오직  $k$  개의 샘플들을 활용할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 초기상태인  $1 \leq k < N$  와 정상상태인  $k \geq N$ , 두 가지 경우로 나누어야 하며, 우선 초기상태에 대한 각 영역의 기울기인

$\nabla_k^F|_{Initial}$  와  $\nabla_k^B|_{Initial}$  계산식이 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla_k^F|_{Initial} = \frac{2}{\sigma^2 k} \sum_{i=1}^k G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot \mathbf{X}_i \quad (8)$$

$$\nabla_k^B|_{Initial} = \frac{2}{\sigma^2 k} \sum_{i=1}^k G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot \hat{\mathbf{D}}_{i-1} \quad (9)$$

이때,  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{0}$  이며  $\hat{\mathbf{D}}_{-1} = \mathbf{0}$ , 그리고  $e_{CME,0} = |y_0|^2 - R_2 = 0$  이라고 가정한다. 식(8)의 합산과정에서 현재 시간  $k$ 의  $2 \cdot (|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_k$  를 분리해 정리하면

$$\begin{aligned} \nabla_k^F|_{Initial} &= \frac{2}{\sigma^2 k} [(|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_k \\ &+ \sum_{i=1}^{k-1} (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_i] \\ &= \frac{(k-1)}{k} \nabla_{k-1}^F|_{Initial} \\ &+ \frac{2}{\sigma^2 k} (|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_k \quad (10) \end{aligned}$$

마찬가지로, 초기상태의 후방 영역 가중치 기울기는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \nabla_k^B|_{Initial} &= \frac{2}{\sigma^2 k} (|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \cdot \hat{\mathbf{D}}_{k-1} \\ &+ \frac{2(k-1)}{\sigma^2 k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot \hat{\mathbf{D}}_{i-1} \\ &= \frac{(k-1)}{k} \nabla_{k-1}^B|_{Initial} \\ &+ \frac{2}{\sigma^2 k} (|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \cdot \hat{\mathbf{D}}_{k-1} \quad (11) \end{aligned}$$

정상상태  $k \geq N+1$  에서는 식(6)과 (7)에 샘플 사이즈  $N$  과 같은 데이터 샘플들이 활용될 수 있으므로 식 (6) 과 (7)을 그대로 반복적 계산 방식으로 바꿀 수 있다. 즉, 현재 시간  $k$ 에 해당되는 항인  $2 \cdot (|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_k$  와 시간  $k-N$  에 해당되는 항인  $2 \cdot (|y_{k-N}|^2 - R_2) \cdot y_{k-N} \cdot G_\sigma(|y_{k-N}|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_{k-N}$  을 분

리해서 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla_k^F \Big|_{steady} &= \frac{2}{\sigma^2 N} \sum_{i=k-N+1}^k G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \\ &\quad \cdot (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot \mathbf{X}_i \\ &= \frac{2}{\sigma^2 N} \left[ \sum_{i=k-N}^{k-1} G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot \mathbf{X}_i \right. \\ &\quad + (|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_k \\ &\quad \left. - (|y_{k-N}|^2 - R_2) \cdot y_{k-N} \cdot G_\sigma(|y_{k-N}|^2 - R_2) \mathbf{X}_{k-N} \right] \quad (12) \end{aligned}$$

식(6)을 시간  $k-1$  에 대해 바꾸고 식(12)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla_k^F \Big|_{steady} &= \nabla_{k-1}^F \Big|_{steady} \\ &+ \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_k \\ &- \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_{k-N}|^2 - R_2) \cdot y_{k-N} \cdot G_\sigma(|y_{k-N}|^2 - R_2) \mathbf{X}_{k-N} \quad (13) \end{aligned}$$

안정상태의 후방영역 가중치 기울기도 마찬가지로 구해질 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla_k^B \Big|_{steady} &= \nabla_{k-1}^B \Big|_{steady} \\ &+ \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_k|^2 - R_2) \cdot y_k \cdot G_\sigma(|y_k|^2 - R_2) \hat{\mathbf{D}}_{k-1} \\ &- \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_{k-N}|^2 - R_2) \cdot y_{k-N} \cdot G_\sigma(|y_{k-N}|^2 - R_2) \hat{\mathbf{D}}_{k-N-1} \quad (14) \end{aligned}$$

여기서 반복적 기울기 추정법에 의해 구해지는 식(13), (14) 는 기존의 방식인 (6), (7)과 달리 더 이상 합산과정을 포함하고 있지 않아 계산량을 크게 감소시킴을 알 수 있다. 문제는 반복적 기울기 계산에서 초기상태로부터 안정 상태로 넘어갈 때 오차가 발생하느냐이다. 이 상태 전환에서 오차가 발생할 경우, 반복적 계산에 의해 오차가 누적되게 되고, 누적된 오차는 결정 궤환에 의해 오차 전파 (error propagation) 현상이 일어날 수 있다는 점이다. 즉, 결정 궤환 구조에서 반복적 기울기 계산방식이 오차를 낳을 경우, 오차 전파현상은 가중될 수 있다.

이에, DF-ZEP-CME 알고리즘에 대한 반복적 기울기 계산이 초기상태로부터 안정 상태로 넘어갈 때 오차를 발생시키는지 살펴보기로 한다. 이것은 시간  $k = N$  에서 초기상태 계산식 (10)과 (11)에 의한 기울기 결과 값과 안정 상태 계산식 (13)과 (14)에 의한 기울기 계산값이 같은지 살펴보아야 한다.

$$\begin{aligned} \nabla_N^F \Big|_{Initial} &= \frac{(N-1)}{N} \nabla_{N-1}^F \Big|_{Initial} \\ &+ \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_N|^2 - R_2) \cdot y_N \cdot G_\sigma(|y_N|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_N \\ &= \frac{2}{\sigma^2 N} \sum_{i=1}^N (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_i \quad (15) \end{aligned}$$

한편, 정상상태 계산식 (13)의 시간  $k = N$  에서 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla_N^F \Big|_{steady} &= \nabla_{N-1}^F \Big|_{steady} \\ &+ \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_N|^2 - R_2) \cdot y_N \cdot G_\sigma(|y_N|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_N \\ &- \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_0|^2 - R_2) \cdot y_0 \cdot G_\sigma(|y_0|^2 - R_2) \mathbf{X}_0 \\ &= \frac{2}{\sigma^2 N} \sum_{i=0}^{N-1} G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot \mathbf{X}_i \\ &+ \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_N|^2 - R_2) \cdot y_N \cdot G_\sigma(|y_N|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_N \\ &- \frac{2}{\sigma^2 N} (|y_0|^2 - R_2) \cdot y_0 \cdot G_\sigma(|y_0|^2 - R_2) \mathbf{X}_0 \quad (16) \end{aligned}$$

앞서  $e_{CME,0} = |y_0|^2 - R_2 = 0$ ,  $\mathbf{X}_0 = 0$  이라고 가정하였으므로,

$$\begin{aligned} \nabla_N^F \Big|_{steady} &= \frac{2}{\sigma^2 N} \sum_{i=1}^N (|y_i|^2 - R_2) \cdot y_i \cdot G_\sigma(|y_i|^2 - R_2) \cdot \mathbf{X}_i \quad (17) \end{aligned}$$

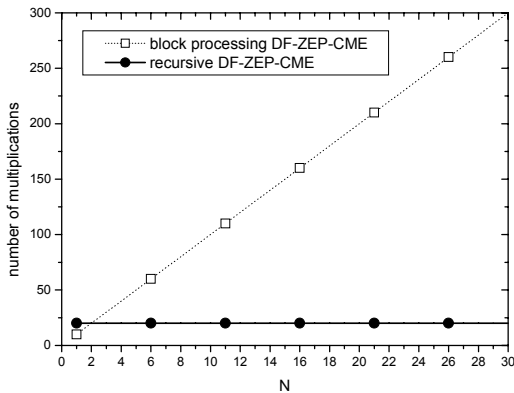
전방 필터 가중치의 정상상태에 대한 식(17)은 초기상태에 대한 식(15)와 시간  $k = N$  에서 정확히 일치함을

알 수 있다. 후방 필터 영역에 대해서도 이와 마찬가지로 결과를 얻게 됨을 예상할 수 있다. 따라서 DF-ZEP-CME 알고리즘에 대한 반복적 기율기 계산이 초기상태로부터 안정 상태로 넘어갈 때 연속성을 유지하여 오차를 발생 시키지 않음을 알 수 있다.

### 5. 시뮬레이션 결과 및 토론

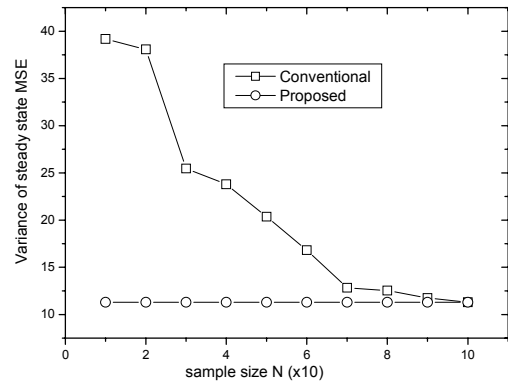
이 절에서는 반복적 기율기 계산에 의한 DF-ZEP-CME 알고리즘이 블록 처리 방식의 기존 DF-ZEP-CME 알고리즘과 비교하여 얼마나 계산량을 감소시키는지 곱셈량에 대해 비교해 본다.

편의상 가우시안 커널  $G_o(|v_i|^2 - R_2)$  과정이 두 알고리즘에 공통적으로 들어 있으므로 하나의 상수로 취급하고 또한  $\frac{2}{\sigma^2 N}$  도 공통적으로 사용되고 있는 계수이므로 상수로 취급하기로 한다. 그러면 기존 DF-ZEP-CME 알고리즘인 (6)과 (7)은 각각  $5N$  으로 전체  $10N$  의 곱셈량을 가진다. 그러나 반복적 기율기 계산에 의한 DF-ZEP-CME 알고리즘인 (13), (14)는 각각 10, 즉 20 번의 곱셈을 수행한다. 이 관계를 그림 1에 나타냈다.



[Fig. 1] Number of multiplications with respect to sample size N.

주목할 것은, 기존의 알고리즘으로는 샘플 사이즈 N 이 커짐에 따라 비례하는 계산량을 감수해야하나 제안한 방식으로는 어떤 큰 샘플 사이즈 N을 사용하여도 동일한 계산량을 유지하면서 더욱 신뢰도가 높은 밀도 추정을 가능하게 된다는 것이다.



[Fig. 2] Variance of steady state MSE.

이 특성을 입증하기위해 논문 [3]과 동일한 등화 환경에서 다양한 샘플 사이즈 N 에 대한 MSE 수렴 특성을 실험하였고 정상상태 MSE 값의 불안정 정도, 즉 분산 (variance)을 그림 2에 나타냈다. 여기서 사용한 z변환 채널 모델은 다음 (18)과 같으며 CMA가 주로 적용되는 채널 모델로서 다중경로에 의한 심볼간 간섭 (ISI)이 큰 형태이다[7]. 채널의 잡음의 전력은 0.001, 전방 필터 가중치와 후방필터 가중치 수는 각각 7과 4이다. 또한 알고리즘의 수렴인자  $\mu=0.02$ , 커널 사이즈  $\sigma=6$  도 동일한 값을 사용하였다.

$$H(z) = 0.304 + 0.903z^{-1} + 0.304z^{-2} \quad (18)$$

그림 2에 나타나있듯이, 샘플 사이즈 N 이 증가함에 따라 정상상태 MSE 값의 분산은 선형적으로 감소하다가 N 값이 약 100 이후부터 분산 값은 11 정도에 정체 되어 나타난다. 이것은 샘플 사이즈가 N=100 정도 되어야 식(2)로부터 신뢰할 만한 밀도 추정이 가능하다는 것을 보여준다. 한편, 최저 분산값을 기준으로 할 때, 기존 알고리즘은 샘플 사이즈 N=100 이상을 채택하여야 하며 이 때 곱셈량은  $10N=1000$  이 된다. 그러나 제안한 방식은 샘플 사이즈 N 에 무관하게 20을 가지므로, 500:1 의 계산량 이득을 가짐을 알 수 있다.

또한 제안한 방식과 동일한 곱셈 계산량 20을 가지도록 기존 방식이 샘플 사이즈 N=2 를 선택할 경우, 정상상태 MSE 값의 분산은 증가하여 38이 된다. 따라서 분산 11의 제안한 방식은 기존 방식의 분산 38보다 월등한 안정성을 갖는다고 볼 수 있다.

## 5. 결론

상수 모듈러스 오차를 줄이도록 설계된 DF-MZEP-CME 등화 알고리즘은 샘플 사이즈  $N$ 에 비례하는 계산량, 즉  $10N$ 의 곱셈량 때문에 시스템 구현시 문제가 된다. 이에 제안한 반복적 기울기 추정법에 의한 DF-MZEP-CME 알고리즘은 샘플 사이즈  $N$ 과 무관하게 단지 20번의 곱셈을 수행한다.

한편 최저 분산값을 기준으로 밀도 추정의 신뢰도를 판단할 때, 기존 알고리즘은 샘플 사이즈  $N=100$  이상을 채택하여야 하며 샘플 사이즈  $N$ 에 무관한 제안 방식은 500:1의 계산량 이득을 나타냈다. 또한 반복적 기울기 계산이 초기상태로부터 안정 상태로 넘어갈 때 연속성을 유지하는 것으로 나타나 오차 누적 또는 오차 전파에 취약한 결정 궤환 방식에 적합한 알고리즘으로 판단된다.

Akula, "Compensation of ISI Accomplished by CMA Equalizer in WCDMA Communication System", International Journal of Innovative Research in Electrical, Electronics, Instrumentation and Control Engineering, vol. 2, pp. 1233-1235, March 2014.

김 남 용(Namyong Kim)

[정회원]



- 1988년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)
- 1991년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)
- 1992년 3월 ~ 1998년 2월 : 관동대학교 전자통신공학과 부교수
- 1998년 3월 ~ 현재 : 강원대학교 공학대학 전자정보통신공학부 교수

<관심분야>

Adaptive Equalization, RBFN, Odour Sensing Systems

## Reference

- [1] C. Johnson Jr., "Blind equalization using the constant modulus criterion: A Review," in Proc. of the IEEE, vol. 86, pp. 1927-1950, Oct. 1998.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/5.720246>
- [2] N. Kim, "Maximum probability criterion and a new constant modulus algorithm," The Journal of Korea Information and Communication Society, vol. 34, pp. 85-90, Feb. 2009.
- [3] N. Kim and S. Kang, "Blind Algorithms with Decision Feedback based on Zero-Error Probability for Constant Modulus Errors," Journal of KICS, vol. 36, pp. 753-758, Dec. 2011.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.7840/KICS.2011.36C.12.753>
- [4] E. Parzen, "On the estimation of a probability density function and the mode," Ann. Math. Stat. vol. 33, p. 1065, 1962.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1214/aoms/1177704472>
- [5] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 4th edition, 2001.
- [6] M. Girolami and C. He, "Probability density estimation from optimally condensed data samples," IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 25, pp. 1253-1264, Oct. 2003.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TPAMI.2003.1233899>
- [7] S. Balagam, U. Ballem, L. Bodavula, J. Lanka, and Y.