

반응표면법과 크리깅의 혼합모델을 이용한 구조설계방법

김남희¹, 이권희^{1*}
¹동아대학교 기계공학과

A Structural Design Method Using Ensemble Model of RSM and Kriging

Nam-Hee Kim¹, Kwon-Hee Lee^{1*}

¹Department of Mechanical Engineering, Dong-A University

요약 많은 산업분야에서 구조설계 시 구조성능을 검토하기 위한 유한요소해석은 필수적인 과정이 되었다. 이와 함께, 컴퓨터의 성능도 급속도로 개선되고 있지만 대형 문제의 경우에는 최적설계기법을 적용하는데 한계가 있다. 이러한 대형 문제의 최적화를 위하여 메타모델을 이용한 근사모델을 이용하고 있다. 근사모델을 생성하는 방법은 곡선맞춤법과 내삽법으로 분류할 수 있는데, 반응표면모델과 크리깅 모델이 대표적인 것이다. 그러나 각 모델은 오버피팅이나 언더피팅이 될 수 있는 단점이 있다. 본 연구에서는 반응표면과 크리깅으로 구성되는 혼합모델에 의한 메타모델을 이용하여 구조설계에 적용하고자 한다. 제안된 방법을 2부재 구조물과 자동차용 아우터타이어로드의 구조설계에 적용하였다.

Abstract The finite element analysis has become an essential process to investigate the structural performance in many industry fields. In addition, the computer's performance is improving rapidly, but in large design problems, there is a limit to apply the optimal design techniques. For this, it is general to introduce a metamodel based optimization technique. The method to generate an approximate model can be classified into curve fitting and interpolation, and each representative one is response surface model and kriging interpolation method. This study proposes an ensemble model made of RSM and kriging to solve a structural design problem. The suggested method is applied to the designs of two bar and automobile outer tie rod.

Key Words : Ensemble Model, Interpolation Method, Kriging, Outer Tie Rod, RSM(Response Surface Method), Structural Design

1. 서론

최근 들어 각 산업 분야에서는 생산되는 기계 구조물의 성능 검토와 경량화를 위해 유한요소해석과 최적설계 기술을 적용하는 것이 일반화 되어 있다. 이와 더불어 컴퓨터 하드웨어의 성능의 급속한 발전과 상용 소프트웨어의 사용자 편의성 증진으로 인해, 구조설계 시 유한요소해석과 최적설계의 적용을 쉽게 하고 있다.

그러나 자유도가 많은 대형 구조설계 문제, 동적해석

이 포함된 설계문제, 복잡한 형상설계변수가 정의되어야 하는 형상최적화 문제, 강건설계 문제 등에는 기존에 잘 발달되어 있는 최적화알고리즘을 직접 연계하여 최적해를 산출하는 것이 불가능할 경우가 있다[1-2]. 이러한 문제에서는 최적설계 정의 시 포함되는 변위, 응력, 고유진동수 등의 반응치를 메타모델로 대체하여 최적화를 수행하고 있다. 메타모델로 대체된 반응치는 설계변수로 표시되는 명시함수이므로 함수계산 시간에 대한 부담이 거의 없다. 초기의 최적화 문제를 메타모델로 구성된 최적

본 논문은 한국연구재단의 이공계분야 기초연구 사업(NRF-2012R1A1A4A01004291)으로 수행된 결과임, 또한 이 논문은 교육부와 한국연구재단의 지역혁신인력양성사업의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2012H1B8A2026078).

*Corresponding Author : Kwon-Hee Lee(Dong-A Univ.)

Tel: +82-51-200-7638 email: leekh@dau.ac.kr

Received February 16, 2015

Revised March 10, 2015

Accepted March 12, 2015

Published March 31, 2015

화문제로 대체하게 되면 최적해를 산출하기 위해 기존의 경사도기반최적화 알고리즘(gradient based optimization algorithm)이나 심지어 함수계산이 많이 요구되는 유전자알고리즘, 시뮬레이티드어닐링 등의 통계적 최적화 알고리즘을 사용할 수도 있다[3].

이러한 메타모델을 이용한 최적설계 방법의 장점으로 인해 상용프로그램인 ANSYS[4], LS-OPT[5], PAM-OPT[6], PIANO[7], VisualDOC[8], iSIGHT[9] 등에서도 메타모델을 이용한 최적화 모듈을 제공하고 있다.

메타모델을 생성하는 방법으로는 반응표면법, 크리깅 내삽법, 뉴럴네트워크 알고리즘 등이 있다. 이러한 메타모델은 모두 각 근사모델과 실제 반응값의 평균제곱오차(mean square error)를 최소화함으로써 각 모델의 파라미터를 추정하여 근사모델을 결정한다. 최근에는 최적화를 위해 단일 메타모델이 아닌 2개 이상의 메타모델이 혼합된 혼합메타모델(ensemble model, hybrid model, multiple surrogate)[10~13]을 이용하기도 한다.

본 연구에서는 반응표면법과 크리깅내삽법으로 구성된 혼합메타모델을 구성하고 이를 구조설계에 적용하고자 한다. 혼합메타모델은 가중치가 고려된 다중목적함수를 이용하였고 가중치는 교차검증(CV, cross validation) 값을 이용하여 결정된다. 개발된 프로그램에서 이 값은 k-평균 클러스터(k-means cluster)를 이용하여 계산할 수도 있고 설계자가 직접 입력할 수도 있게 하였다. 이 부재설계(two-bar design)문제[1,14]와 승용차용 아우터타이로드의 형상설계문제[15, 16]를 적용대상으로 하여 개발된 프로그램의 유용성을 검증하였다.

2. 메타모델의 종류 및 특징

반응표면법은 가장 고전적인 메타모델을 생성하는 방법으로서 미리 가정한 다항식의 계수를 결정하는 곡선맞춤의 한 방법이다. 또한 크리깅방법은 한 쌍의 설계점에 대한 상관성을 상관행렬(correlation matrix)로 구성하고 이에 대한 파라미터를 결정하는 내삽법의 하나이다. 반면에 뉴럴네트워크는 그 종류가 다양한데 오차역전파알고리즘(back propagation algorithm), 레이디얼베이스함수(radial basis function) 방법 등이 있는 내삽법의 일종이다.

구조최적설계에 자주 사용하는 레이디얼베이스함수 방법은 반응표면법과 크리깅내삽법에 비교하면 메타

모델 생성 이전에 가정해야 하는 값들이 있다. 은닉층(hidden layer)의 개수, 은닉층의 뉴런 개수, 클러스터 개수, 클러스터링 방법 등이 그것이다. 메타모델 생성 시 이러한 자유도는 번거로운 과정이지만 신뢰도 높은 메타모델을 생성할 수 있는 장점이 될 수도 있다. 그러나 이 점이 혼합메타모델을 이용한 최적설계 자동화 프로그램에 장애가 되었다. 따라서 본 연구에서는 곡선맞춤법의 대표로 반응표면모델을, 내삽법의 대표로 크리깅방법을 선정하여 혼합메타모델을 구성하였다. 다음은 각 메타모델에 대한 간략한 설명이다.

2.1 반응표면법

반응표면법은 변수와 반응치와의 관계를 규명해내는 방법으로서 Box와 Wilson[17]이 1950년대에 제안하였다. 그 이후 최적설계 연구자들은 반응치를 반응표면모델로 대체하여 최적설계 문제를 단순화 시키고자 하였다. 구조설계문제에 반응표면법을 이용할 경우 주로 다항식을 이차함수로 가정한다. 변수 n 개에 대하여 다항식은 다음과 같이 가정한다.

$$y(\mathbf{x}) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n + \beta_{n+2} x_1 x_2 + \dots + \beta_{2n+(n-1)/2} x_n^2 \quad (1)$$

여기서 $x_i(i=1, \dots, n)$ 는 설계변수, y 는 반응치, β_i 는 다항식의 계수를 의미한다. 표본점 m 개에 대해 식 (1)을 행렬방정식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$y(\mathbf{x}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

$$\text{where } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n}^2 \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn}^2 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_{n+1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \dots \\ \beta_{n+1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 $\boldsymbol{\beta}$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (3)$$

구조최적설계의 경우 주로 고려되는 반응치는 중량, 변위, 응력, 고유진동수 등이 있는데, 설계변수에 대한 비선형성이 크지 않고 행렬 \mathbf{X} 의 크기를 최소로 하기 위해 2차함수로 근사화 시키는 것이 일반적이다. 그러나 3차함수로 가정하는 것이 보다 정확하며 다음절에 소개되는 크리깅과의 신뢰도 비교를 고려하면 반응표면모델로서 2차함수로 가정하는 것은 불리하다. 설계변수가 2개 이상

인 경우 반응표면모델을 2차함수, 3차함수로 가정했을 때 행렬 \mathbf{X} 의 크기 $p \times p$ 의 p 는 각각 다음과 같다.

$$p = 1 + 2n + \frac{n(n-1)}{2} \text{ for second order}$$

$$p = 1 + 2n + \frac{n(n-1)}{2} + n^2 \text{ for third order} \quad (4)$$

본 연구에서는 3차 반응표면모델을 이용하였다. 식 (3)이 구해지면 다음 식을 이용하여 반응치를 예측할 수 있다.

$$y(\mathbf{x}) = [1 \ x_1 \dots \dots x_n \dots \dots x_1 x_2 \dots \dots x_n^3] \boldsymbol{\beta} \quad (5)$$

추정된 반응표면모델의 신뢰도를 평가할 수 있는 한 방법으로 R^2 와 수정 R^2_{adj} 가 있다. 이 값들은 표본점에서의 반응값들이 반응표면모델로 표현되는 정도를 수치화한 것이다. 이 값은 1에 가까워야 하고 경험적으로 최적화를 위해서는 0.95이상의 값을 가져야 한다. 그러나 이 값들이 임의의 설계점에서 예측된 반응치값의 정확도를 의미하는 것은 아니다.

2.2 크리깅내삽법

성능함수 $y(\mathbf{x})$ 의 근사화모델은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$y(\mathbf{x}) = b + z(\mathbf{x}) \quad (6)$$

여기서 b 는 상수, $z(\mathbf{x})$ 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르는 확률변수이다. $y(\mathbf{x})$ 와 크리깅모델의 평균 제곱오차가 최소가 되도록 하면 크리깅모델은 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \hat{b} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{i}) \quad (7)$$

여기서 $\hat{\cdot}$ 는 추정치를 의미하며 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 는 $\boldsymbol{\beta}$ 의 추정치, \mathbf{R}^{-1} 은 상관행렬 \mathbf{R} 의 역행렬, \mathbf{r} 은 상관벡터, \mathbf{i} 는 표본점 m 개 성분을 갖는 단위벡터이다.

상관행렬에는 파라미터 $\Theta_i(i=1, \dots, n)$ 가 있는데 이는 다음의 최적화문제를 해결해야 구할 수 있다.

$$\text{maximize} \quad -\frac{[m \cdot \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln|\mathbf{R}|]}{2} \quad (8)$$

여기서 $\Theta_i > 0$ 이다. 본 연구에서는 이 정식화를 해결하기 위하여 SUMT(sequential unconstrained minimization technique)를 이용하였다.

3. 혼합메타모델과 최적설계과정

3.1 다중목적함수

기존의 연구[10~13]에서는 혼합메타모델을 위하여 다음과 같은 다중목적함수를 제안하여 이용하고 있다.

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^c w_i y_i(\mathbf{x}) \quad (9)$$

여기서 c 는 메타모델의 개수, w_i 는 가중치를 의미한다. 본 연구에서는 반응표면 모델과 크리깅의 메타모델을 이용하므로 c 는 2이다. 그리고 $y_1(\mathbf{x})$ 은 반응표면모델을, $y_2(\mathbf{x})$ 는 크리깅모델을 의미한다.

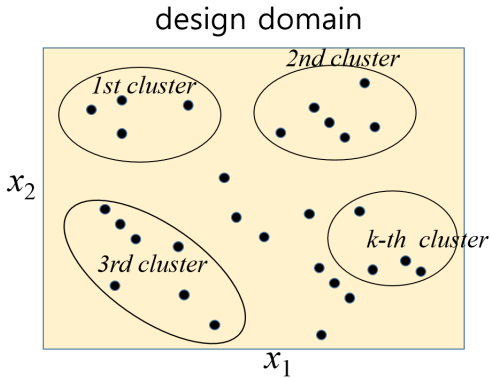
비선형성이 큰 구조성능의 반응치를 반응표면모델로 대체할 경우, 언더피팅(under-fitting)이 될 수 있다. 반면에 비선형성이 크지 않은 구조성능의 반응치를 크리깅모델로 대체할 경우 국부적으로 오버피팅(over-fitting)이 될 가능성이 있다. 식 (9)로 정의되는 다중목적함수를 이용하여 메타모델을 구성하면 위와 같은 언더피팅과 오버피팅의 문제점을 해결할 수 있다.

3.2 가중치의 결정

기존의 연구중 Zerpá[10]는 반응표면모델, 크리깅모델, 레이디얼베이스스 함수로 예측되는 각 반응치의 분산을 이용하여 가중치를 정의하였다. 또한 Acar[11], Viana[12], Yin[13] 등은 각 모델을 생성 후, 교차검증(CV, cross validation)값에 의해 구해지는 오차를 이용하여 가중치를 계산하였다. 본 연구에서는 후자를 이용하였으며 선택적으로 사용자가 가중치를 결정할 수 있게 하였다.

메타모델의 교차검증값 CV 는 다음과 같다.

$$CV = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} (y_i - \hat{y}_{-i})^2 \quad (10)$$



[Fig. 1] k-means clustering

여기서 \hat{y}_i 는 m 개의 표본점중 i 번째 설계점을 제외하고 생성된 메타모델을 의미한다. 따라서 $n_k=m$ 이 된다. 메타모델의 정확한 평가를 위해서는 표본점이 아닌 새로운 설계점 n_k 를 시험점으로 하여 생성된 메타모델의 평균제곱오차(mean square error)를 구하는 것이다. 그러나 이 경우 새로운 설계점에 대한 구조해석을 필요로 하고 이것은 메타모델을 사용하는 취지에 역행하는 것이다.

반면에 식 (10)을 이용하게 되면 추가적인 설계점이 필요 없어 기존의 표본점을 갖고 메타모델을 평가 할 수 있다. 그러나 이 역시 표본점 수 m 개 만큼 메타모델을 생성해야 하므로 매우 번거로운 과정을 유발한다. 이의 단점을 극복하기 위해 k -평균 클러스터(k-means cluster)의 개념을 도입한다. 이 개념을 Fig. 1에 표시하였다. 본 연구에서는 Forgy의 알고리즘을 이용하였다. k -평균 클러스터를 이용하면 메타모델의 생성횟수를 m 개에서 k 개로 줄일 수 있다. 따라서 식 (10)의 CV 검증지수는 다음과 같이 변형된다.

$$GMSE = \sum_{i=1}^k CV_k$$

$$\text{where } CV_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} (y_i - \hat{y}_{_k})^2 \quad (11)$$

여기서 n_k 는 k 번째 클러스터에 포함된 표본점의 개수, $\hat{y}_{_k}$ 는 k 번째 클러스터에 포함된 표본점을 제외한 표본점 ($m-n_k$)개를 갖고 생성된 메타모델이다. 식 (11)을 이용하면 표본점 이외의 추가 설계점 없이 평균제곱오차를 효율적으로 계산할 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서 반응표면모델과 크리깅모델로 구성되는

혼합모델을 위한 2개의 가중치는 다음과 같이 계산된다.

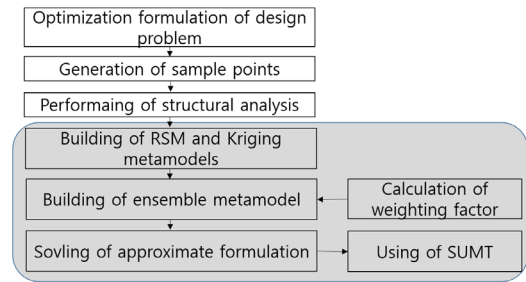
$$w_R = \frac{GMSE_K}{GMSE_R + GMSE_K}$$

$$w_K = \frac{GMSE_R}{GMSE_R + GMSE_K} \quad (12)$$

여기서 식 (9)의 다중목적함수를 위한 w_R, w_K 는 각각 반응표면모델과 크리깅모델의 가중치이다. 또한 $GMSE_R$ 과 $GMSE_K$ 는 반응표면모델과 크리깅모델에 대한 식 (11)의 $GMSE$ 이다.

3.3 혼합메타모델을 이용한 최적설계과정 제안

본 연구에서는 구조최적설계를 위한 설계과정을 Fig. 2와 같이 제안한다.



[Fig. 2] Suggested design process

먼저 구조최적설계를 위한 목적함수, 제한조건함수를 결정한다. 그 다음 메타모델을 구성하기 위한 표본점을 결정한다. 표본점을 결정하는 방법으로는 D-optimal 방법, 중심합성법, 라틴하이퍼큐브방법, 직교배열표, 전조합실험 등이 있다. 본 연구에서는 Matlab에 내장되어 있는 라틴하이퍼큐브의 표본점 생성 명령어인 *lhsdesign*을 이용하였다.

그 다음, 표본점에 대응하는 구조해석을 실시한다. 구조해석 후 목적함수 및 제한조건함수에 포함되어 있는 반응치들을 추출한다. 이 반응치를 갖고 반응표면모델과 크리깅모델을 생성한다. 각 모델을 생성하기 전에 k -평균 클러스터를 설정하여 각 모델에 대한 $GMSE$ 를 저장한다. 이 값을 기초로 각 모델의 가중치를 계산한다. 또는 가중치를 설계자가 직관적으로 부여할 수 있도록 선택사항으로 취급하였다.

가중치의 결정으로 혼합메타모델이 정의되면 초기의

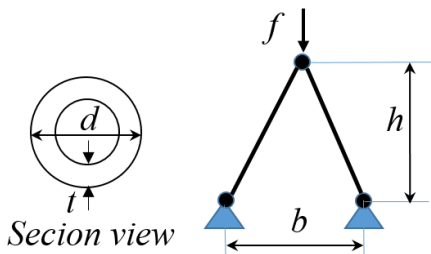
최적설계를 위한 정식화를 근사화시킨다. 마지막 단계로서, 근사화된 최적화문제를 SUMT 기법으로 해결한다. 본 연구에서는 설계과정을 요약한 Fig. 2에서 음영으로 표시된 부분을 자동화시켰다.

4. 2부재 및 아우터타이로드의 구조설계

본 연구에서 제시한 설계과정을 이부재 설계문제[1, 14]와 승용차용 아우터타이로드의 형상설계 문제[15, 16]에 적용하였다.

4.1 이부재(two-bar) 설계문제

이부재의 형상은 Fig. 3과 같고 탄성계수 $E=205\text{GPa}$, 수직하중 $f=150\text{kN}$, $t=2\text{mm}$, $b=750\text{mm}$ 이다. 설계변수는 튜브의 지름 d 와 구조물의 높이 h 이다. 구조물의 강도 기준을 만족시키면서 체적을 최소화하기 위한 최적설계 정식화는 다음과 같이 표현된다.



[Fig. 3] Two-bar design problem

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize } V \\
 & \text{Subject to } S \leq S_{\max} \\
 & S \leq S_{\text{crit}} \\
 & 20\text{mm} \leq d \leq 80\text{mm}, \quad 200\text{mm} \leq H \leq 1000\text{mm}, \quad t = 2.5\text{mm} \\
 & V = 2\pi dt\sqrt{b^2 + h^2}, \quad S = \frac{f\sqrt{b^2 + h^2}}{2\pi dth}, \quad S_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 Ed^2}{8(b^2 + h^2)},
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

여기서 V 는 체적, S 는 수직응력, S_{crit} 는 임계좌굴응력을 표시하며 $S_{\max}=400\text{MPa}$ 이다.

먼저 표본점을 라틴하이퍼큐브 방법으로 생성한 다음, 구조설계를 위한 반응치 V, S, S_{crit} 를 Table 1과 같이 구하였다. 본 예제의 결과 검토를 위해 500개의 시험 점을

[Table 1] Design of experiments for two-bar design

	d (mm)	h (mm)	V (mm ³)	S (MPa)	S _{crit} (MPa)
1	55.5	582.6	827.4	280.7	862.7
2	58.7	498.0	830.4	294.0	1076.1
3	70.1	733.1	1154.1	195.0	1128.3
4	34.4	955.1	655.3	353.5	202.4
5	59.6	854.8	1065.3	213.0	695.5
6	77.7	550.9	1135.4	207.7	1761.9
7	26.2	681.4	416.6	542.6	168.7
8	64.7	447.0	886.7	288.5	1387.1
9	41.8	376.5	550.4	509.8	626.2
10	46.4	643.0	720.4	316.0	558.5
11	51.8	298.2	656.2	499.3	1040.0
12	25.5	992.1	498.7	469.0	106.5
13	48.7	761.2	817.8	275.2	525.7
14	76.0	224.5	935.2	437.9	2386.3
15	31.7	439.1	433.3	595.4	337.4
16	71.6	629.4	1101.1	207.5	1352.3
17	21.8	892.9	400.1	571.0	88.7
18	66.5	345.8	862.7	343.0	1639.8
19	38.8	824.3	678.9	332.9	306.2
20	36.1	250.7	448.4	834.4	527.0

[Table 2] Parameter values for metamodels (two-bar)

No. of m	Res.	RSM	Kriging
		β_i (i=1~10)	b, Θ_1, Θ_2
20	V	-0.203, 0.974, .064, 0.321, -0.018, 0.219, 0.006, 0.280, 0.012, -0.088	0.913, 0.753, 0.180
	S	2.052, -4.142, -4.490, 4.141, 3.998, 5.168, -1.495, -2.082, -1.520, -2.138	1.347, 2.084, 1.875
	S _{crit}	0.031, 0.434, .0011, -0.427, 0.722, -0.151, -0.435, 0.152, -0.052, 0.100	1.532, 0.146, 0.504
	RMSE	V: 1.1 S: 33.7 S _{crit} : 8.0	V: 1.3 S: 30.1 S _{crit} : 3.8
	Optimum (true value)	d=37.75, h=585.25, V=564.1(563.8) S=411.23(398.7) S _c =398.19(398.7)	d=38.04, h=591.9, V=570.9(570.8) S=405.2(399.9) S _c =400.9(400.2)
30	V	-0.076, 0.614, 0.025, 0.229, 0.003, 0.168, -0.007, 0.168, -0.001, -0.074	0.611, 0.690, 0.396
	S	1.972, -3.509, -3.569, 2.028, 3.425, 3.847, -0.513, -0.743, -1.416, -1.565	1.436, 3.112, 2.324
	S _{crit}	0.005, 0.516, 0.070, -0.524, 0.573, -0.234, -0.389, 0.195, 0.043, 0.144	6.803, 0.042, 0.720
	RMSE	V: 0.6 S: 26.3 S _{crit} : 6.2	V: 0.2 S: 20.0 S _{crit} : 0.2
	Optimum (true value)	d=37.89 h=596.6, V=570.4(570.4) S=398.01(404.82) S _c =397.98(395.41)	d=36.72, h=642.78, V=569.7(569.7) S=400.0(399.6) S _c =399.7(349.5)

설정하였고 이에 대한 평균제곱오차 MSE 를 계산하였다. 먼저 각 반응치 V, S, S_{crit} 의 반응표면모델과 크리깅 모델을 각각 생성하였으며 이를 Table 2에 표시하였다. 식 (5) 및 식 (7)에 포함된 반응표면모델과 크리깅모델의 파라미터 값을 Table 2에 정리한 것이다. 표본점 $m=20$ 일 때, $RMSE$ 값을 보면 반응표면모델이 반응치 V 에 대해 우수하고, 크리깅모델이 S, S_{crit} 에 대해 우수한 결과를 보이고 있다. 반면에 $m=30$ 일 때는 모든 반응치에 대해 크리깅 모델이 우수함을 보이고 있다.

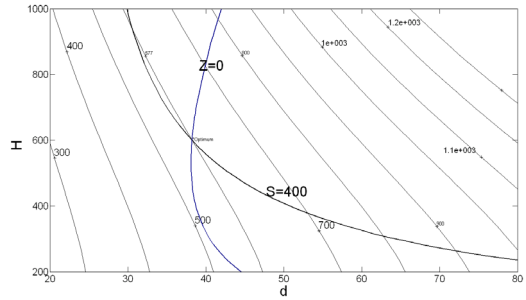
[Table 3] Weighting factor and RMSE of ensemble model

Res.	Cluster:3		Cluster:6		Cluster:9	
	RSM (W_R)	KRIG (W_K)	RSM (W_R)	KRIG (W_K)	RSM (W_R)	KRIG (W_K)
V	0.282	0.718	0.304	0.696	0.365	0.635
S	0.424	0.576	0.522	0.478	0.706	0.294
S_{crit}	0.478	0.522	0.383	0.617	0.241	0.759
RMSE	V: 0.7 S: 17.3 S_{crit} : 2.9		V: 0.8 S: 17.2 S_{crit} : 2.1		V: 0.6 S: 21.7 S_{crit} : 2.1	

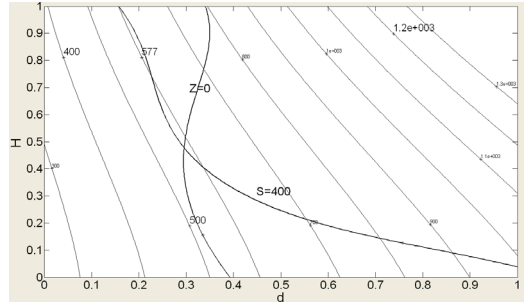
클러스터의 개수를 각각 3개, 6개, 9개로 설정하였을 때 혼합메타모델을 위한 가중치의 값을 Table 3에 정리하였다. 클러스터 개수를 6개로 설정하였을 때 가장 신뢰도 있는 혼합메타모델이 생성이 되었다. 또한 Table 2의 반응표면과 크리깅의 단일메타모델의 $RMSE$ 와 비교 시, Table 3의 모든 혼합메타모델의 신뢰도가 높게 평가되고 있다. 반면에 $m=20$ 개와 클러스터 6개로 구해진 혼합메타모델과 $m=30$ 개로 구해진 단일메타모델을 비교하면, 단일 반응메타모델보다는 우수하지만 단일 크리깅 메타모델보다는 열세임을 알 수 있다.

식 (13)의 초기 최적화문제를 Fig. 4(a)에 도식적으로 표시하였다. 여기서 변수 $Z=S/S_{crit}$ 를 의미한다. 곡선 S 와 Z 의 교차점이 최적해이며 그 값은 $d=38.20mm, h=600.3mm$ 이고, 그 때의 반응치는 각각 $V=576.5mm^3, S=400.0MPa, S_{crit}=400MPa$ 이다. 다음의 Fig. 4(b), (c)는 각각 반응표면모델과 크리깅으로 근사화시킨 최적화 문제이다. Fig. 4(d)는 본 연구에서 제안한 혼합메타모델로 근사화시킨 최적화문제이다.

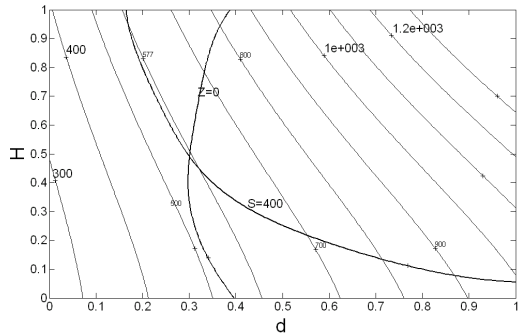
표본점의 개수 $m=30$ 일 경우, Table 2에 표시한 것과 같이 크리깅모델의 신뢰도가 높게 평가되고 있다. 이럴 경우 식 (9)로 정의되는 혼합메타모델의 $RMSE$ 가 단일 크리깅모델의 $RMSE$ 보다 크게 산출될 수 있다.



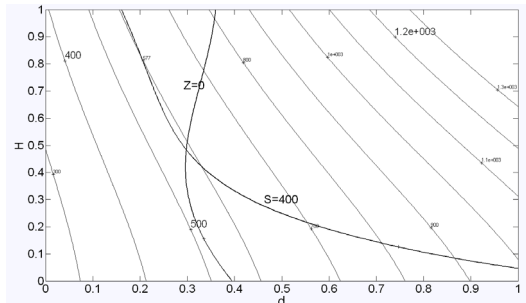
(a) Original optimization problem



(b) Approximation model using RSM



(c) Approximation model using Kriging



(d) Approximation model using ensemble model (k=6)

[Fig. 4] Graphical representation of optimization problem defined in Eq. (13)

4.2 아우터타이로드(two-bar) 설계문제[15]

아우터타이로드는 조향계 부품으로서 초기에 강으로 설계되었으나 이를 알루미늄으로 변경하고 형상최적설계를 통해 경량화 시키려는 부품이다. 이 부품은 이미 참고문헌 [15]에서 반응표면모델과 크리깅모델의 단일메타모델을 가지고 최적설계를 제시한 바 있다. 아우터타이로드의 초기설계를 Fig. 5에 표시하였으며, 초기모델에 대한 좌굴해석 결과를 Fig. 6에 표시하였다. 본 연구에서는 혼합메타모델에 의한 최적해를 산출하고자 한다.

구조최적설계를 위한 정식화는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize } Weight \\
 & \text{Subject to } R \geq R_{max} \\
 & 10.35mm \leq V \leq 12.65mm, \quad 10.35mm \leq H \leq 12.65mm
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

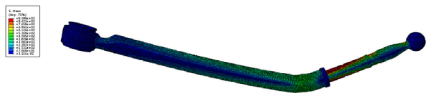
여기서 R 은 좌굴하중이며 R_{max} 는 허용좌굴하중을 의미하고 설계변수 V, H 는 Fig. 7과 같이 정의된다.

식 (14)의 목적함수에서 Weight와 제한조건함수에서 좌굴하중 R 을 혼합메타모델로 대체하여 최적해를 산출하고자 한다. 이를 위해 표본점은 Table 4와 같이 전조합 실시법을 이용하여 결정되었다. 아우터타이로드의 중량 및 좌굴하중에 대한 반응표면모델과 크리깅모델에 대한 단일메타모델의 파라미터 값을 Table 5에 정리하였다. 혼합메타모델 생성 시, 클러스터 개수는 5로 설정하였다. 반응표면모델의 오차가 참고문헌 [15]와 비교하여 작은 이유는 본 연구에서 다항식을 3차식으로 가정했기 때문이다.

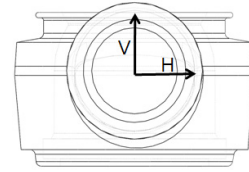
혼합메타모델을 위한 기중치는 중량에 대하여 $W_R=0.603$, $W_K=0.397$ 이고 좌굴하중에 대하여 $W_R=0.712$, $W_K=0.288$ 이 산출되었다. 식 (14)의 최적화문제에서 중량 및 좌굴하중을 혼합메타모델로 대체한 결과, 최적해는 $V=11.32mm$, $10.35mm$ 가 산출되었고 이 값은 Table 5에서 얻은 결과와 거의 일치하고 있다.



[Fig. 5] Initial design of the OTR



[Fig. 6] Buckling of the OTR (initial design)



[Fig. 7] Definition of design variable

[Table 4] Design of experiments for OTR design

Exp. No.	V (mm)	H (mm)	Weight (kg)	R (kN)
1	10.35	10.35	310.88	27.769
2	10.35	10.925	325.65	29.318
3	10.35	11.5	340.39	30.829
4	10.35	12.075	355.19	32.359
5	10.35	12.65	366.04	33.284
6	10.925	10.35	325.65	32.062
7	10.925	10.925	341.15	33.706
8	10.925	11.5	356.75	35.427
9	10.925	12.075	372.28	37.034
10	10.925	12.65	383.78	38.142
11	11.5	10.35	340.39	36.228
12	11.5	10.925	356.75	38.326
13	11.5	11.5	373.17	40.074
14	11.5	12.075	389.42	41.735
15	11.5	12.65	401.54	42.92
16	12.075	10.35	355.13	40.814
17	12.075	10.925	372.25	42.894
18	12.075	11.5	389.42	44.678
19	12.075	12.075	406.57	46.387
20	12.075	12.65	419.28	47.816
21	12.65	10.35	369.79	45.316
22	12.65	10.925	387.77	47.112
23	12.65	11.5	401.54	49.396
24	12.65	12.075	419.28	51.186
25	12.65	12.65	441.75	53.06

[Table 5] Parameter values for metamodels (OTR)

Response	RSM	Kriging
	β_i (i=1~10)	b, Θ_1, Θ_2
Weight	-0.006, 0.473, 0.501, -0.073, 0.017, -0.011, 0.036, 0.142, -0.033, -0.06	0.403 3.503, 1.402
R	-0.003, 0.686, 0.255, 0.040, 0.004, 0.035, 0.012, 0.028, 0.003, -0.069	0.456 1.588, 2.550
GMSE	Weight: 0.142 R: 0.081	Weight: 0.216 R: 0.201
Optimum (true value)	V=11.32, H=10.35, Weight=336.1(335.7) R=35.0(35.1)	V=11.33, H=10.35, Weight=336.4(336.1) R=35.0(35.2)
Weight factor	WR: 0.603 R: 0.081	WK: 0.397 R: 0.201

5. 결론

본 연구에서는 혼합메타모델을 구성하여 구조최적설계에 적용하는 절차를 제시하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 자유도가 많은 대형 구조설계 문제, 동적해석이 포함된 설계문제, 복잡한 형상설계변수가 정의되어야 하는 형상최적화 문제, 강건설계 문제 등에 메타모델기법을 이용한 최적설계 적용 시, 반응표면 모델이나 크리깅모델의 신뢰도가 만족스럽지 못할 때 혼합메타모델을 이용하면 보다 향상된 메타모델을 구성할 수 있다.
- (2) 표본점 수를 많이 생성 할 수 있는 설계 문제에서는 경험적으로 크리깅 메타모델이 반응표면 모델보다 *RMSE*의 값이 작게 산출된다. 따라서 크리깅의 단일 메타모델을 구성하여 최적해를 구하는 것을 추천한다. 단, 국부적으로 크리깅모델은 오버피팅 될 수 있는 단점이 있다.
- (3) 본 연구에서는 제안한 설계방법을 이부재 설계문제와 아우터타이로드 설계에 적용하여 이에 대한 효용성을 검증하였다. 이부재 설계문제에서 클러스터 6개인 혼합모델은 반응표면모델에 비교하여 V, S, S_{crit} 의 *GMSE* 값이 각각 0.3, 16.5, 5.9 만큼의 작은 값을 보이고 있다. 크리깅모델에 비교하여 V, S, S_{crit} 의 *GMSE* 값은 각각 0.5, 12.9, 1.7 만큼의 작은 값을 보이고 있다. 반면에 아우터타이로드의 경우에는 반응표면과 크리깅에 의한 최적해가 매우 근접해 있어 혼합모델에 의한 값 역시 큰 차이를 보이고 있지 않다.

References

- [1] K.H. Lee, "A Robust Structural Design Method Using the Kriging Model to Define the Probability of Design Success," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 224, No. 2, pp.379-388, 2010.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1243/09544062JMES1736>
- [2] G.Y. Kim, S.H. Han, S.H. KH, Lee, "Structural Optimization of a Knuckle with Consideration of Stiffness and Durability Requirements," *The Scientific World Journal*, Vol. 2014, Article ID 763692, 2014.
- [3] B.C. Song, Y.C. Park, S.W. Kang, K.H. Lee, "Structural optimization of an Upper Control Arm, Considering the Strength," *Journal of Automobile Engineering*, Vol. 223, No. 6, pp. 727-735, 2009.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1243/09544070JAUTO1090>
- [4] ANSYS, <http://www.ansys.com>.
- [5] LS-OPT, <http://www.lstc.com/products/ls-opt>.
- [6] PAM-OPT, <http://www.esi.com.au/Software/PAM-OPT.html>.
- [7] PIANO, <http://pidotech.com>.
- [8] VisualDOC, <https://www.vrand.com>.
- [9] SIGHT, <http://www.3ds.com/products-services/simulia/products/sight-simulia-execution-engine>.
- [10] L.E. Zepa, N.V. Queipo, S. Pintos, J.L. Salager, "An Optimization Methodology of Alkaline-Surfactant-Polymer Flooding Processes Using Field Scale Numerical Simulation and Multiple Surrogates," *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 47, No. 3-4, pp. 197-208, 2005.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.petrol.2005.03.002>
- [11] E. Acar, M Rais-Rohani, "Ensemble of Metalmodels with Optimized Weighting Factors," *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 37, pp. 279-294, 2009.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-008-0230-y>
- [12] FAC Viana, R.T. Haftka, V. Steffen, "Multiple Surrogates: How Cross-Validation Errors Can Help Us to Obtain the Best Predictor," *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 39, Vol. 4, pp. 279-294, 2009
- [13] H. Yin, G. Wen, H. Fang, Q. Qing, X. Kong, J. Xiao, Z. Liu, "Multiobjective Crashworthiness Optimization Design of Functionally Graded Foam-Filled Tapered Tube Based on Dynamic Ensemble Metamodel," *Materials & Design*, Vol. 55, pp.747-757, 2014.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2013.10.054>
- [14] K.H. Lee, D.H. Kang, "A Robust Optimization Using the Statistics Based on Kriging Metamodel," *J. of Mechanical Science and Technology*, Vol. 20, No. 8, pp. 1169-1182, 2006.
- [15] Y.J., Kim, G.J., Ahn, K.H. Lee, Y.C. Park, "Structural Optimization of an Outer Tie Rod Using RSM and Kriging," *Journal of KAIS*, Vol. 16, No. 1, pp. 27-34, 2015.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5762/KAIS.2015.16.1.27>
- [16] J.K. Kim, Y.J. Kim, W.H. Yang, Y.C. Park, K.H. Lee, "Structural Design of an Outer Tie Rod for a Passenger Car," *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 12, No. 3, pp. 375-381, 2011.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s12239-011-0044-6>
- [17] G.E.P. Box, K.B. Wilson, "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 13, pp.1-45, 1950.

이 권 희(Kwon-Hee Lee)

[정회원]



- 1991년 2월 : 한양대학교 공과대학 기계설계학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 한양대학교 공과대학 기계설계학과 (공학박사)
- 1994년 6월 ~ 1999년 6월 : 대우 자동차 선임연구원
- 2002년 3월 ~ 현재 : 동아대학교 기계공학과 교수

<관심분야>

기계설계, 최적설계

김 남 희(Nam-Hee Kim)

[준회원]



- 2014년 2월 : 동아대학교 기계공학과 (공학사)
- 2015년 3월 ~ 현재 : 동아대학교 기계공학과 석사 재학

<관심분야>

구조해석, 차량부품해석