합리적 응력경도 산정을 위한 수평 곡선 I-형 거더의 플랜지 국부좌굴의 해석적 연구

김희수¹, 이기세¹, 이정화¹, 최준호², 강영종^{1*} ¹고려대학교 건축사회환경공학과, ²고려대학교 초대형구조기술연구소

An Analytical Study of Flange Local Buckling of Horizontally Curved I-Girders for Estimate Resonable Stress Gradient

Hee-Soo Kim¹, Kee-Sei Lee¹, Jeong-Hwa Lee¹, Jun-Ho Choi², Young-Jong Kang^{1*} ¹School of Civil, Environmental and Architectural Engineering, Korea Univ. ²Research Institute for Mega Structures, Korea Univ.

요 약 본 I-형 수평 곡선 거더는 휨모멘트뿐만 아니라 비틀림 모멘트를 동시에 저항하고 있으며, 플레이트 거더에 작용하는 비틀림 모멘트는 균일 비틀림과 불균일 비틀림의 조합으로 결정된다. 개단면으로서 I형 단면을 가진 플레이트 거더의 경우 불균일 모멘트에 의해서 플랜지에 작용하는 법선 응력은 불균일 분포를 보이며, 곡선거더 플랜지의 한쪽 연단은 휨 법선응력 과 뒴 법선응력이 중첩되어 일반적인 직선거더의 플랜지보다 더 빨리 항복하는 경향을 보이게 된다. 다시 말해, 초기 곡률이 적용된 거더는 직선 거더에 비해 플랜지에 작용하는 응력분포가 저하되는 양상을 보인다. 본 연구에서는 플랜지의 세장비와 거더의 곡률 중심각을 매개변수로 하여, 수치해석을 통해 곡선 거더의 플랜지에 작용하는 응력의 저하양상을 살펴보았다.

Abstract Horizontally curved I-girders are subjected to not only bending moments but also torsional moments. The torsional moment of the plate girder is addition of St. Venant torsion and non-uniform torsion. In the flange of I-shaped plate girder, a kind of open-section, the normal stresses is not distributed uniformly due to the non-uniform torsion. Because of that, one of compression flange tip can be yielded faster than the flange of general straight girder. In other words, the flange local buckling strength is decreased when the girder has initial curvature. In this paper, the numerical analysis is conducted to investigate the average stresses in flange for curved girders. The subtended angle and slenderness ratio are taken as parameters.

Keywords : Curved I-girder, Flange local buckling, Stress gradient

1. 서론

직선 보와는 달리 수평 곡선 I-형 보는 곡률이 존재하 여 휨 모멘트와 비틀림 모멘트가 동시에 작용하기 때문 에 거동특성의 파악이 어렵다. 또한 플랜지의 세장비가 변화함에 따라 국부좌굴에 대한 강도의 산정이 복잡하 다. 따라서 곡선 I-형 보의 정확한 거동특성의 이해 부족 으로 실제 교량에 적용하고 있는 사례가 드물다.

연구 분야에서도 곡선 보의 전체적인 거동 파악에 대 한 연구는 Kang(1996)등에 의해 어느 정도 이루어진 편 이나[1], 곡선 보의 국부적인 거동특성에 대한 연구는 부 족한 편이다. 지금까지의 곡선 보의 국부거동에 대한 연 구들은 대부분 V-load Analysis(U.S.Steel,1984)를 활용 한 강도 산정식을 제시하고 있지만, 실제 설계에 적용하

본 논문은 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 건설교통기술촉진연구사업의 연구비 지원(12기술혁신 B01-곡선 강교량의 합리적인 LRFD 설계기술 개발)에 의해 수행됨 *Corresponding Author : Young-Jong Kang(Korea Univ.) Tel: +82-2-927-7715 email: yjkang@korea.ac.kr Received August 18, 2015 Revised September 2, 2015 Accepted October 8, 2015 Published October 31, 2015 기에는 어려움이 있다. 또한 국내에는 곡선 보에 대한 설 계기준이 명확히 제시되어 있지 않아서 AASHTO(2014) 의 곡선교 설계기준에 의존하고 있다.

수평 곡선 I-형 보를 포함한 곡선교량에서 플랜지의 국부좌굴은 초기 곡률은 물론 플랜지 폭과 두께의 비에 의해서도 영향을 받게 된다. 또한, 곡선 보의 경우에는 뒴(Warping)법선응력에 의한 응력경도(Stress Gradient) 가 존재하며, 이는 플랜지의 국부좌굴강도에 영향을 미 치는 중요한 요소라고 볼 수 있다. 따라서 플랜지의 세장 비와 곡률의 변화에 따른 합리적인 응력경도를 산정하 고, 이를 바탕으로 정확한 국부좌굴강도를 설계에 반영 하는 것이 중요하다.

2. 연구동향 및 설계기준 검토

2.1 연구동향

곡선 보의 플랜지는 횡방향으로 횜이 발생하게 되어 직선 보 플랜지의 응력상태와는 다른 법선응력이 발생하 게 된다. 또한 아래쪽 플랜지와 위쪽 플랜지의 휨방향이 서로 반대가 되며, 이러한 현상을 뒴(Warping)이라고 한다. 이와 같이 곡선 보의 플랜지에는 횜에 의한 법선응력 과 뒴에 의한 법선응력이 동시에 작용하게 되며, 그림 (1)과 같이, 휨에 의한 법선응력은 플랜지의 폭을 따라 등분포하게 작용하지만, 뒴에 의한 법선응력은 플랜지 폭을 따라 선형으로 분포하게 된다. 이는 곡선 보에서 곡 률을 갖는 플랜지의 형상과 함께 플랜지의 국부좌굴 강





Fig. 1. Normal stress due to bending and warping of the flange

Duncan(1937)은 I-형 보 플랜지의 안정성과 비조밀단 면(Non-compact Section)의 한계를 정의하기 위해 응력 이 작용하는 부분은 단순지지, 응력이 작용하지 않는 부 분은 자유단으로 하고, 중앙선을 따라 회전 보강재를 사 용하였다. 따라서 수직방향 휨 응력(Vertical Bending Stress)과 횡방향 휨 응력(Lateral Bending Stress)의 비 를 α값의 변화, 즉 응력경도(Stress gradient)로 다음 그 림 (2)와 같이 제시하였다.[5]



Fig. 2. Normal stresses according to the stress gradient

Madhavan and Davidson(2009)은 응력경도(Stress gradient), α를 활용하여 곡선 보의 조밀단면 플랜지의 세장비를 식(1)과 같이 제안하고 있다.[6]

$$\lambda_{pf(cv)} = \left[\frac{2}{\sqrt{4-\alpha}}\right] \lambda_{pf} \le 9.0$$
(1)
$$\lambda_{pf(cv)} : 곡선보의 조밀단면 플랜지 세장비$$
$$\lambda : 지서 비의 조민다며 프래지 세장비$$

2.2 플랜지 국부좌굴에 대한 설계 기준

구조물에서 판 요소의 좌굴을 고려할 경우에는 그 판 의 접합부 경계조건에 따라서 보강판(Stiffened Element) 과 비보강판(Unstiffened Element)으로 구분한다. 플랜 지의 경우 비보강판에 해당되며 플랜지 폭을 따라 등분 포하게 응력이 작용한다고 보고 있다. 하지만 곡선 보의 경우 연직방향 휨응력과 횡방향 휨응력이 동시에 작용하 므로 플랜지 폭을 따라 응력이 등분포하게 작용한다고 보기 어렵다.

2.2.1 직선 보의 설계기준

AASHTO(2014)의 경우에는 압축을 받는 플랜지의 국부좌굴에 대한 경우에 조밀단면 플랜지(Compact Section Flange)와 비조밀 단면 플랜지(Non-compact Section Flange)로 구분하여 식을 적용하며 그림 (3)과 같이 휨저항강도 곡선을 나타난다. 조밀 단면 플랜지 세 장비는 식 (4)를 적용하며, 비조밀 단면 플랜지 세장비는 식 (5)를 적용한다.[3]





Fig. 3. Buckling strength curve of straight beam

$$\lambda_{rf} = \frac{b_f}{2t_f} = 0.56 \sqrt{\frac{E}{F_{yr}}} = 0.56 \sqrt{\frac{E}{0.7F_y}}$$
(3)
$$\lambda_{rf}: 직선보의 비조밀단면 플랜지 세장비$$

식(3)에서 F_{yr} =잔류응력을 고려한 항복응력이며, 0.7 F_y 와 동일한 값을 갖는다. 조밀단면 플랜지에서는 $E=200kN/mm^2(29000ksi)$, $F_{yc}=345N/mm^2(50ksi)$ 의 경 우에 $\lambda_{pf}=9.0$ 의 제한을 두고 있다.

2.2.2 곡선 보의 설계기준

곡선 보의 설계기준은 세계적으로 AASHTO(2014)의 곡선교 설계기준이 유일하다고 할 수 있다. 그러나 1993 년도의 규정까지는 플랜지의 좌굴에 대한 규정을 직선 보의 규정을 그대로 사용하다가, 2003년도의 개정판에 서는 식(4)로 변형하여, 곡선 보의 곡률 및 횡방형 응력 을 고려하였으나, 이러한 응력을 따로 계산하여 실무에 적용하기에는 어려움이 따른다. 또한 세장비에 따른 응 력값에 대한 기준을 정확하게 제시하지 않고 설계시의 세장비에 대한 한계만을 비조밀단면에 대해 제시하고 있다.

AASHTO(2014)에서는 곡선 보의 조밀단면 플랜지 한계에 대해서 정의를 하지 않았지만, White et al.(2001)와 FHwA-CSBRP testing(Hartmann, 2005)에 서는 $F_y = 50ksi$ 에서 $\lambda_{pf(cv)} = 9.0$ 의 제한을 두고 있 다.[7],[8] 비조밀단면의 플랜지는 Mozer and Celver(1975)의 실험식을 제안하고 있다.[9]

$$\lambda_{rf(cv)} = \frac{b_f}{2t_f} = 0.51 \sqrt{\frac{E}{|(f_b + f_l)|}} \le 11.5$$
(4)
$$\lambda_{rf(cv)} : 곡선보의 비조밀단면 플랜지 세장비$$

f_b: 평균응력 f, 회바하 회 으려

2.3 곡선 보의 플랜지 국부좌굴에 대한 제안 식 연구

2.3.1 곡선 보의 조밀단면 플랜지

앞서 언급한 식(4)와 같이 Madhavan and Davidson(2009)에서는 곡선 보의 비조밀단면 플랜지의 세장비를 응력경도(Stress gradient)를 사용해 제안하였 다. 그러나 응력경도의 값이 0.5(α=0.5)가 되어 곡률이 큰 곡선보가 되더라도 AASHTO(2014)[3]에서 제안하고 있는 세장비와 불과 7%의 차이만 보이고 있다.

2.3.2 곡선 보의 비조밀단면 플랜지

Madhavan and Davidson(2009)에서는 곡선 보의 비 조밀단면 플랜지의 세장비 한계를 결정하는데 있어 다음 식 (5)과 같이 제안하고 있다.[6]

$$\lambda_{rf(cv)} = \lambda_{rf} \sqrt{\psi} \le 11.5 \tag{5}$$

여기서 ψ 는 응력 변형도를 이용한 계수로써, 식 (6)과 같이 주어진다.

$$\psi = \frac{1}{1 + f(\alpha, \Gamma)} \tag{6}$$

Γ: 회전강성계수

 $f(\alpha, \Gamma)_{0 \le \alpha \le 1} = (-0.0077\Gamma^2 + 0.1647\Gamma + 0.0205)\alpha$

Madhavan(2005)에 의하면 *Γ*는 일반적인 교량에서 0.2보다 작은 값이 사용된다고 하여 식 (6)을 식 (7)와 같이 간략화해서 제안하고 있다.[12]

$$\psi_{\Gamma=0.2} = \frac{1}{1 + 0.05\alpha} \tag{7}$$

하지만 곡선 보의 조밀단면 플랜지의 세장비 경우와 같이 Madhavan(2012)가 제안한 곡선 보의 비조밀단면 플랜지의 세장비도 AASHTO(2014)에서 제안하는 비조 밀단면 플랜지의 세장비와 불과 1.2%의 차이를 보이고 있다.

2.3.3 좌굴강도 산정

AASHTO(2014)에서는 곡선 보의 좌굴강도식은 제안 하고 있지 않고, Madhavan and Davidson(2009)은 ∉를 이용한 곡선 보의 좌굴강도식을 식 (8)과 같이 제안하고 있다.[6]

$$\begin{split} F_{cr} &= \left[k_c \frac{\pi^2 E}{12(1-v^2)(b_f/2t_f)^2} \right] \psi \end{split} \tag{8} \\ F_{cr} &: = 랜지 좌굴강도 \\ k_c &: : 좌굴계수 \\ v : 프아송비 \end{split}$$

하지만 α값이 0.5인 곡률이 큰 경우에도 좌굴강도가 2.4%만 줄어드는 경향을 보인다. 따라서 Madhavan and Davidson(2009)이 제안한 바에 따라 곡선 보의 국부좌 굴강도 곡선은 그림 (4)와 같이 나타난다.



Fig. 4. Buckling strength curves according to Madhavan and Davidson(2009)

2.4 V-Load Analysis

Madhavan and Davidson(2009)에 따르면 응력경도 (Stress gradient), α의 정의는 U.S. Steel(1984)의 V-Load Analysis를 따르며, 식(9)와 같다.

$$\alpha = 0.6 \frac{l^2}{Rb_f}, (0 \le \alpha \le 1)$$

 $\alpha: 응력경도$

 $l: 크로스 프레임 간격$

 $R: 곡률반경$

 $b_f: 플랜지 폭$
(9)

V-load method는 곡선 거더에 작용하는 최종 모멘트 가 직선 거더에 작용하는 모멘트와 V-load 모멘트의 합 으로 쉽게 나타낼 수 있다고 제시하고 있으며 개단면 수 평 2경간 곡선교 설계 시에 쓰이는 방법으로 제안되어있 다. 1969년 조사에 따르면, 이 방법은 미국의 곡선 I형교 의 75퍼센트에 쓰이고 있다고 알려져 있다.[2]

하지만 Hoffman(2013)에 따르면 V-Load method는 다이아프램 근처에서만 적용 가능하고, 설계자에게 다이 아프램과 하부 플랜지의 기본적인 거동에 대해 이해하는 데는 도움이 되지만, 최종 설계 시에는 V-load method의 수치값을 적용하는 것이 적합하지 않다고 제안하고 있 다.[11]

Barr(2007)는 외측 거더의 정모멘트는 V-Load 결과 값이 FEM 결과 값보다 6.8% 작게 나오고, 내측 거더의 정모멘트는 8.3% 크게 나오는 경향을 보인다고 하였다. 또한 부모멘트는 외측 거더에서 16.1% 작게, 내측 거더 에서 12% 크게 나온다고 하였다. 따라서 곡선 거더의 설계는 설계식보다는 해석 설계를 지향해야 한다는 결론 을 제시하고 있다.[13]

3. 유한요소해석

3.1 해석개요

곡선 보 플랜지의 형상과 응력분포의 영향을 알아보 기 위하여 범용프로그램 ABAQUS 6.13을 이용하여 유 한요소해석을 수행하였다.

곡선 보에서는 한 단면 내에서도 내측 플랜지와 외측 플랜지의 형상이 차이가 나며, 응력 또한 다르게 분포하 게 된다. 또한 수평곡선 I-형 보의 플랜지는 복부판의 구 속력에 따라서 단순지지와 고정지지의 중간적인 거동을 하게 되므로, 그림 (5)과 같이 복부판 중앙에는 연직방향 변위를 구속하고, 플랜지-복부판 이음부에서는 원호방향 변위를 구속하였다.

또한 모델의 강체운동을 방지하기 위하여 모델의 중 앙에 원주방향 변위를 구속하였다. 그리고 뒴(Warping) 현상을 방지하기 위해 동일한 간격으로 연직방향 보강재 와 횡방향 보강재가 위치하도록 하였다.



Fig. 5. Load conditions and support conditions

사용 요소는 4절점 쉘요소를 사용하였으며, 탄성계수 200kN/mm², 프아송비 0.3으로 정하였다. 단면제원은 그 림 (6)과 같다.



Fig. 6. FEM model specifications

3.2 해석 모델 선정

플랜지의 폭과 복부판의 길이는 200mm로 동일하게 하였고, 플랜지 중심선 호의 길이는 1800mm로 동일한 조건을 부여하였다. 또한 연직방향 보강재의 간격은 100mm 간격으로, 횡방향 보강재는 복부판의 중앙에 위 치하도록 하였다. 단, 플랜지의 국부좌굴을 발생시키기 위해 보의 길이방향으로 플랜지의 두께를 15mm에서 4.5mm까지 22개, 곡률중심각을 0도에서 30도까지 6개, 총 132개의 모델에 대한 유한요소해석을 수행하였다.

3.3 해석 결과

해석 결과에 따르면 곡률이 증가할수록, 플랜지의 세 장비가 증가할수록 평균응력은 점점 떨어지는 것을 그림 (6)을 통해 알 수 있다.



Fig. 7. FEM model's buckling strength

Madhavan and Davidson(2009)이 제안한 이론식 모 델과 비교해 보면 직선 보는 그림 (7)과 같이 해석모델 과 그 경향성 및 결과가 조밀단면 구간과 비조밀단면 구 간에서 유사값을 갖는 것을 볼 수 있다.



Fig. 8. Buckling strength of the straight girder

그러나 그림(8)과 같이 곡률이 적용된 곡선보의 경우 에는 조밀단면 구간 벗어나 비조밀단면 구간부터는 제안 식의 값이 해석값보다 높게 나타나 이론식 모델이 상당 히 보수적으로 제시되어 있는 것을 알 수 있다.



Fig. 9. Buckling strength of the curved girder

3. 결론

곡선 I-형 거더의 플랜지 국부좌굴강도를 알아보기 위 해 플랜지의 폭-두께 비, 곡률반경을 변화시켜가며 유한 요소해석을 수행하였다. 일정한 플랜지의 폭에 대하여 두께의 변화를 주며 해석한 결과, 곡률이 적용되지 않은 직선 거더의 경우는 이론모델과 해석모델의 값이 유사한 경향을 보였으나, 곡률이 적용된 곡선 거더의 경우는 세 장비가 증가하여 비조밀구간이 되면서 해석모델의 평균 응력값이 이론모델의 값보다 크게 나타나고 있다.

Madhavan and Davidson(2009)이 AASHTO 설계기 준에 적용한 곡선 보의 이론모델은 곡률이 반영되어 평 균 응력값이 직선 거더의 평균 응력값 보다 떨어지지만 그 효과는 미비하고, 해석모델과 비교해보면 비조밀단면 구간에서부터는 그 값의 차이가 상당히 커서 보수적으로 제시되어 있다고 볼 수 있다. 그 이유는 V-Load Analysis에서 기인한다고 판단된다. V-Load Analysis는 곡선교가 대부분 곡률 중각이 작아 곡선반경이 커지는 경우에 한정하였기 때문에 생략된 매개변수가 많다. 따 라서 직선교의 거동특성과 유사성을 가지므로 큰 곡률이 반영된 곡선 거더의 설계에는 적합하지 않다고 판단된다.

그러나 AASHTO(2014)에서 제안하고 있는 설계기준 은 탄성계수 $E=200kN/mm^2(29000ksi)$, 항복응력 $F_{yc}=345N/mm^2(50ksi)[3]에 대해서만 한정하고 있기$ 때문에 모든 재료에 대해 적용하기에는 어려움이 있다.또한 플랜지의 국부좌굴강도 산정에 있어서 복부판이 미칠 수 있는 영향에 대한 연구와 고강도강이 곡선 거더의거동에 미칠 수 있는 영향을 고려한 설계기준에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다.

References

- Kang, Y. J., and Yoo, C.H. "Buckling analysis of curved beams by finite-element discretization", Journal of Engineering Mechanics, ASCE. 1996.
- [2] U.S. Steel "V-load analysis, an approximate procedure, simplified and extended, for determining moments and shears in designing horizontally-curved open framed highway bridges". USS highway structures design handbook, Vol 1, Chap 12, U.S. Steel, Pittsburgh, Pa., 1984.
- [3] AASHTO "AASHTO LRFD bridges design specifications", American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C. 2014.
- [4] Culver, C. G., and Frampton, R. E. "Local instability of horizontally curved members." J. Struct. Div., 962, 245 - 265. 1970.
- [5] Duncan, W. J. "Galerkin's method in mechanics and differential equations." Aeronautical Research Council Rep. and Memorandum. No. 1798, Aeronautical Research Council, London. 1937.
- [6] Madhavan, M. and Davidson, J. S. "Theoretical Evaluation of Flange Local Buckling for Horizontally Curved I-Girders" J. Bridge Eng. 14. 424-435. 2009. DOI: <u>http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2009)</u> 14:6(424)
- [7] White, D. W., Zureick, A. H., Phoawanich, N., and Jung, S. K. "Development of unified equations for design of curved and straight steel bridge I girder." Rep. Prepared for American Iron and Steel Institute Transportation and Infrastructure Committee, Professional Service Industries, Inc. and Federal Highway Administration, School. 2001.
- [8] Hartmann, J. E. "An experimental investigation of the flexural resistance of horizontally curved steel I-girder systems." Ph.D. dissertation, University of Maryland, College Park, Md., 340. 2005.
- [9] Mozer, J., and Culver, C. G. "Horizontally curved highway bridges, stability of curved plate girder." Rep. No. PI, U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, Washington, D.C., 1 - 95. 1975.
- [10] Davidson, J. S., and Yoo, C. H. "Local buckling of curved I-girder flanges", J. Struct. Eng., 1228, pp.936-947. 1996.
 DOI: <u>http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1996)</u> 122:8(936)
- [11] Hoffman, J. J. "Analytical and field investigation of horizontally curved girder bridges", Graduate Theses and Dissertations. Paper 13104, Iowa State University. 2013.
- [12] Madhavan, M., and Davidson, J. S. "Buckling of centerline stiffened plates subjected to uniaxial eccentric compression." Thin-Walled Struct., 438, 1264 - 1276. 2005. DOI: http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2005.03.013
- [13] Barr, P. J., N. Yanadori, M. W. Halling, and K. C. Womack. "Live-Load Analysis of a Curved I-Girder Bridge". J. Bridge Eng. ASCE, 11(2), 160-168. 2007. DOI: http://dx.doi.org/10.1061/(asce)1084-0702(2007)12:4(477)

김 희 수(Hee-Soo Kim)

[정회원]



<관심분야>

구조공학, 구조해석

- 2009년 2월 : 경희대학교 토목건축 학부(공학사)
- •2013년 2월 : 고려대학교 사회환경 시스템공학과(공학석사)
- •2015년 2월 ~ 현재 : 고려대학교 건축사회환경공학과(박사과정)

최 준 호(Jun-Ho Choi)

[정회원]

- 2007년 8월 : 고려대학교 토목환경
 - 공학과(공학사) 2013년 8월 : 고려대학교 건축사회
 - 환경공학과(공학박사)
 - •2013년 9월 ~ 현재 : 고려대학교 초대형구조기술연구소 연구교수

<관심분야> 비선형해석, 구조물건전도모니터링, 해양공학

0 7 서(Kee-Sei Lee)

[정회원]



- •2009년 8월 : 고려대학교 토목환경 공학과(공학석사)
- •2015년 2월 : 고려대학교 건축사회 환경공학과(공학박사)
- •2015년 2월 ~ 현재 : 고려대학교 건축사회환경공학과 연구 교수

강 영 종(Young-Joung Kang)

[정회원]

- 1979년 3월 : 고려대학교 토목환경 공학과(공학사)
- 1983년 3월 : 고려대학교 대학원 토목공학과(공학석사)
- •1987년 9월 : Auburn univ(공학박 사)
- •1983년 3월 ~ 현재 : 고려대학교 건축사회환경 정교수

<관심분야> 비선형해석, 구조물건전도모니터링, 구조공학

<관심분야> 구조공학, 구조해석

이 정 화(Jeong-Hwa Lee)

[정회원]



•2011년 8월 : 서울과학기술대학교 건설공학부 토목공학(공학사)

- •2013년 8월 : 고려대학교 건축사회 환경공학과(공학석사)
- •2013년 9월 ~ 현재 : 고려대학교 건축사회환경공학과(박사과정)

<관심분야> 비선형해석, 합성구조, 해양공학