

라그랑지 보간법을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 토크 최소화를 위한 궤적계획

라로평¹, 황순웅², 한창수^{3*}

¹한양대학교 기계공학과, ²한양대학교 메카트로닉스공학과, ³한양대학교 로봇공학과

Trajectory Planning for Torque Minimization of Robot Manipulators Using the Lagrange Interpolation Method

Lu-Ping Luo¹, Soon-Woong Hwang², Chang-Soo Han^{3*}

¹Department of Mechanical Engineering, Hanyang University

²Department of Mechatronics Engineering, Hanyang University

³Department of Robot Engineering, Hanyang University

요약 본 논문에서는 로봇 매니퓰레이터의 토크 최소화를 위한 궤적계획을 위해 라그랑지 보간법을 이용한 Algorithm을 제안하였다. 이를 위해 로봇 매니퓰레이터의 위치에 대한 구속조건이 주어지고 안정성이 보장되어야 한다. 라그랑지 보간법의 Runge's 현상을 회피하기 위해 Chebyshev 보간점을 이용하여 시간 보간점을 설정하였고, 이에 대응하는 최적각도를 찾아 내어 라그랑지 보간법을 이용한 매끄러운 관절의 각도, 속도, 가속도 궤적을 얻을 수 있다. 로봇 매니퓰레이터의 토크 소비 최적화를 위한 성능지표를 선정하였으며, 계산된 궤적을 통해 이 성능지표가 최소값을 가지도록 반복 계산하는 과정을 거친다. 이를 통해, 토크와 성능지표를 최소화 시키는 최적의 궤적을 얻을 수 있으며, 로봇 매니퓰레이터가 작업을 수행하기 위한 움직임의 안전성을 보장한다.

Abstract This paper proposes an algorithm using Lagrange interpolation method to realize trajectory planning for torque minimization of robot manipulators. For the algorithm, position constraints of robot manipulators should be given and the stability of robot manipulators should be satisfied. In order to avoid Runge's phenomenon, we set up time interpolation points using Chebyshev interpolation points. After that, we found suitable angle which corresponds to the points and then we got trajectories of joint's angle, velocity, acceleration using Lagrange interpolation method. We selected performance index for torque consumption optimization of robot manipulator. The method went through repetitive computation process to have minimum value of the performance index by calculated trajectory. Through the process, we could get optimized trajectory to minimize torque and performance index and guarantee safety of the motion for manipulator performance.

Key Words : Iterative method, Lagrange interpolation method, Performance index, Trajectory planning, Torque minimization

1. 서론

재프로그래밍과 적용성 때문에 로봇 매니퓰레이터는

많은 산업현장에 적용되고 있다. 특히 사람이하기 힘든 위험한 작업분야에 많이 쓰이고 있다. 예를 들어, 건설현

본 연구는 산업통상자원부 및 한국산업기술평가관리원의 산업핵심기술개발사업(No. 10041827, 고속 실시간 제어를 위한 20KHz급 제어주기 및 이식성을 가지는 유연구조의 개방형 소프트웨어 로봇 제어기 기술개발)과 융복합소재부품개발사업의 연구결과로 수행되었음. (No. 10048064, 가반하중 2:1 이상의 포터블 용접로봇을 위한 고툭밀도 핵심모듈 개발)

*Corresponding Author : Chang-Soo Han(Hanyang Univ.)

Tel: +82-31-400-5247 email: cshan@hanyang.ac.kr

Received February 16, 2014

Revised (1st March 20, 2014, 2nd April 3, 2015)

Accepted April 9, 2015

Published April 30, 2015

과 용접에 쓰이는 산업용 로봇들이 그것이다. 이러한 산업용 로봇을 위해 진행된 많은 연구들 중에 대표적으로, M. Pettersson [1]은 산업용 로봇의 주요 설계인자인 팔 길이, 모터, 기어박스를 최적화 알고리즘을 통하여 결정하는 연구를 진행하였다. Alavandar과 Nigam [2]은 로봇의 역기구학을 풀기 위해 Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System(ANFIS)를 사용하였으며, Ghali와 Alouani[3]는 강건한 궤적 추적 제어를 위한 퍼지 로직을 제안하였다. Cosner와 Tomizuka [4]는 산업용 로봇을 위한 반복 제어를 개발하였고, Mendes [5]는 산업용 로봇이 Euclidean space에서 움직이기 위한 강건한 위치 제어를 개발하였다.

이와 같이, 연구들이 그 동안 설계와 제어 분야에 많이 소개되어 왔으나, 산업용 로봇의 작업 목적 (예를 들어 작업시간, 에너지 등등)에 따른 궤적계획에 대한 연구도 많이 진행되고 있다. 궤적계획은 로봇 매니퓰레이터가 운동을 수행할 수 있도록 제어 시스템의 reference input을 설계하는 것이다. Zhang 외 [6]은 최소 시간과 매끄러운 궤적을 얻기 위해서 관절토크 변화에 대한 제한을 유사토크(pseudo torque)를 사용할 것을 제안하였고, Constantinescu와 Croft [7]는 제어 입력을 시간에 대한 경로 파라미터의 3차 미분으로 얻을 수 있는 pseudo jerk를 3차 스플라인 곡선으로 표현하여 flexible tolerance method를 사용하여 최적화 문제를 풀었다. Saramao와 Steffen 는 특정 기하학적 경로를 따른 연구 [8]와 동적 장애물을 회피하는 연구[9]를 시간과 기구적 에너지를 다목적 함수로 정하여 최적화하여 진행하였고, 이를 위해 비선형 운동방정식의 수학적 모델링을 사용하였다. 하지만 서로 다른 물리량을 가진 두 목적함수를 최적화에 사용한 문제점이 있다.

Sato 외 [10]은 에너지 최소화를 위해 로봇 매니퓰레이터의 관절 궤적을 3차 B-splines 함수를 사용하였다. 그러나 이 방법은 관절의 가속도와 토크의 궤적을 매끄럽게 만들어 주지는 못한다. Izumi 외 [11]는 에너지 최소화를 위한 각속도 함수를 근사화 시키기 위해 푸리에 급수 전개를 사용할 것을 제안하였고, 유전자 알고리즘을 이용하여 최적화 문제를 풀었다. 유전자 알고리즘은 전역적 최적화를 풀기 위한 방법으로 시간이 오래 걸리는 단점을 가지고 있어, 작업 변경 시에 새로운 제어 입력을 계산할 때 시간이 걸리는 문제점을 가지고 있다. Gasparetto와 Zanotto [12]는 에너지 최소화를 위한 진

체 궤적을 구성하기 위해 5차 B-splines을 사용하였으나 실제 적용하기에 계산이 복잡한 문제점을 가지고 있다.

이 논문에서는 로봇 매니퓰레이터의 에너지 최소화를 위한 각 관절의 위치, 속도, 가속도와 토크의 매끄러운 궤적을 생성하기 위해 라그랑지 보간법을 이용한 알고리즘을 개발하였다. 첫 번째로, 매끄러운 궤적을 위한 시간 보간점을 설정하고 이에 해당하는 관절 각도를 계산한다. 두 번째로, 계산된 관절각도와 시간 보간점을 라그랑지 보간법을 통해 관절의 위치, 속도, 가속도의 궤적을 생성한다. 세 번째로, 생성한 궤적을 입력으로 성능지표를 계산한다. 이 과정을 성능지표가 최소값을 얻을 때까지 반복한다. 이와 같은 방법을 통해서 에너지 최소화를 위한 최적의 매끄러운 궤적을 짧은 시간 안에 얻을 수 있었으며, 성능검증을 위하여 이전에 제안된 다항식 함수를 이용한 방법과 비교를 하였다.

2. 토크 최소화를 위한 성능지표와 알고리즘

관절의 초기위치와 마지막 위치를 알고 그에 대한 초기시간과 마지막 시간이 주어지면 라그랑지 보간법에 의해서 로봇 매니퓰레이터 관절의 각도 함수를 얻을 수 있으며, 비교를 위해 다항식 함수를 사용하였다. 그리고 토크 최소화를 위한 로봇 매니퓰레이터의 성능지표를 설정하였다.

2.1 성능지표

로봇 매니퓰레이터의 에너지 최소화를 위해서 각 관절의 토크를 구해야한다. 이를 위해서 운동 방정식을 구해야 하며, 여기서는 에너지 기반의 오일러-라그랑지 방법(Euler-Lagrange method)를 사용하였고 그 과정은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_j} = \tau_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$L = K - U = \sum_{j=1}^n (K_j - U_j) \quad (2)$$

여기서 L은 라그랑지안(Lagrangian)이고, i번째 링크에 대한 운동에너지와 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$K_i = \frac{1}{2} m_j \vec{v}_{cj}^T \vec{v}_{cj} + \frac{1}{2} \vec{\omega}_j^T \mathbb{I}_j \vec{\omega}_j \quad (3)$$

$$U_j = m_j g^T \mathbb{P}_{cj} \quad (4)$$

\vec{v}_{cj} 는 링크 j의 질량중심에 대한 선속도이고, $\vec{\omega}_j$ 는 링크 j의 각속도이다. \mathbb{I}_j 는 링크 j의 질량중심에 대한 관성텐서 (inertia tensor)이고, \mathbb{P}_{cj} 는 기준 좌표계에서 측정된 링크 j의 질량중심에 대한 위치벡터이다. 식(3)과 식(4)를 식(1)에 대입하여 운동 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = \tau \quad (5)$$

여기서 $\dot{\theta}$ 과 $\ddot{\theta}$ 은 각각 로봇 매니퓰레이터 관절의 각속도, 각각속도이다. $M(\theta)$ 는 symmetric positive definite inertial matrix이고, $V(\theta, \dot{\theta})$ 은 Coriolis and centrifugal force에 의존하는 토크 성분이다. 다음항인 $G(\theta)$ 는 중력 힘에 의존하는 토크성분이다. 그리고 오른쪽 항인 τ 가 로봇 매니퓰레이터의 관절에서 발생하는 토크이다.

우리의 목적은 로봇 매니퓰레이터의 토크 최소화를 위한 최적 궤적을 찾는 것이다. 결론적으로, 목적함수로는 매니퓰레이터의 토크를 최소화하기 위해 운동방정식의 모든 항이 포함되어야 하며, 이를 위한 성능지표 (Performance Index)는 각 관절에서 발생하는 토크에 대한 함수로서 식(6)과 같이 정하였다[13].

$$\text{Performance Index(PI)} = \sum_{j=1}^n \sqrt{\tau_j^2} \quad (6)$$

여기서 τ_j 는 로봇 매니퓰레이터의 j번째 관절에서 발생하는 토크이다.

계산되는 로봇 매니퓰레이터의 관절토크에 대해서 각 시간에 대한 성능지표를 얻기 위한 알고리즘 *Performance Index*($t, \theta_i(t), \dot{\theta}_i(t), \ddot{\theta}_i(t)$)를 사용할 수 있고, 이것으로부터 최소값을 얻을 수 있다.

2.2 라그랑지 보간법을 이용한 알고리즘

모두 알고 있는 것처럼 보간점이 증가하면 Runge 현상이 일어난다. 이것을 회피하기 위해서 Chebyshev 보간점을 사용하며, 이에 대한 함수는 다음과 같다.

$$t_i = \frac{t_N + t_1}{2} + \frac{t_N - t_1}{2} \cos\left(\frac{(2i-1)\pi}{2N}\right), \quad (7)$$

$$1 \leq i \leq N$$

여기서 N은 시간 보간점의 수이고, t_1 은 첫 번째 보간점의 시간이다. t_N 은 마지막 시간 보간점이며, i는 i번째 시간 보간점이다.

시간 보간점 t_i 를 초기시간(t_1)과 마지막 시간(t_N) 사이에 $t_i \leftarrow \text{Chebyshev}(t_1, t_N)$ 알고리즘을 이용하여 설정하고, discrete points인 관절의 위치 $\theta(t_i)$ 는 *AnglePosition*($t, \theta(t_1), \theta(t_N)$) 알고리즘을 이용하여 설정한다. 시간 보간점과 대응되는 관절 위치로 아래와 같이 라그랑지 보간법을 이용하여 로봇 매니퓰레이터의 관절각도 함수를 얻을 수 있다.

Algorithm1: Lagrange interpolation method for each joint angle of the robotic manipulators

Input: initial time t_1 and final time t_N and their corresponding angle positions $\theta(t_1), \theta(t_N)$

Output: searching PI_{\min} and corresponding optimal trajectory

```

1:  $t_i \leftarrow \text{Chebyshev}(t_1, t_N)$ ;
2: Angular positions for time segments  $\theta_{\text{segments}} = [M, N]$ ;  $PI = [ ]$ ;
3: for  $i = 1 : M$  do
4:   for  $j = 1 : N$  do
5:      $\theta_{\text{segments}}(i, j) \leftarrow \text{AnglePosition}(t, \theta(t_1), \theta(t_N))$ ;
6:      $j = j + 1$ ;
7:   end for
8:    $\theta_i(t), \dot{\theta}_i(t), \ddot{\theta}_i(t) \leftarrow \text{LagrangeInterpolation}(t, t_i, \theta_{\text{segments}}(i, :))$ ;
9:    $PI_i \leftarrow \text{PerformanceIndex}(t, \theta_i(t), \dot{\theta}_i(t), \ddot{\theta}_i(t))$ ;
10:   $i = i + 1$ ;
11: end for
12: if  $PI = PI_{\min}$  then
13:    $\theta_{\text{op}}(t), \dot{\theta}_{\text{op}}(t), \ddot{\theta}_{\text{op}} \leftarrow \text{OptimalParameters}(PI_{\min})$ ;
14: end if
15: Trajectory for  $PI_{\min} \leftarrow \text{Movement}(\ )$ ;

```

$$\theta^j(t) = \sum_{i=1}^N \theta(t_i) l_i(t) \quad (8)$$

$$l_i(t) = \frac{\prod_{1 \leq k \leq N, k \neq i} (t - t_k)}{\prod_{1 \leq k \leq N, k \neq i} (t_i - t_k)} \quad (9)$$

여기서 θ^j 는 로봇 매니퓰레이터의 j번째 관절의 각도이고, l_i 는 라그랑지 보간법을 위한 i번째 다항식 차수이다. 라그랑지 보간법의 오차는 다음과 같다.

$$E(t) = \theta(t) - \theta^j(t) = \frac{1}{N!} \frac{d^N \theta}{dt^N}(\epsilon_t) \omega(t), \quad (10)$$

$$\epsilon_t \in [t_1, t_N], \omega(t) = \prod_{k=1}^N (t - t_k) \quad (11)$$

식(5)의 관절각도의 1, 2차 도함수에 의해서 로봇 매니퓰레이터의 각속도와 각가속도의 함수를 얻을 수 있다.

관절의 라그랑지 보간법을 이용한 전체 알고리즘과 로봇 매니퓰레이터의 PI 최소화를 위한 최적의 궤적을 찾기 위한 직접 반복법이 Algorithm 1에 주어져 있다.

2.3 다항식 함수를 이용한 알고리즘

라그랑지 보간법의 당위성을 입증하기 위해 로봇 매니퓰레이터의 전체 관절을 다항식 함수를 사용하여 표현하였다. 이를 이용하여 얻은 각도함수는 다음과 같다.

$$\theta^j(t) = \sum_{k=0}^n a_{jk} t^k \quad (12)$$

여기서 a_{jk} 는 다항식의 계수이다.

주어진 경계조건인 초기시간과 각도, 마지막 시간과 각도에 의해서 다항식 함수의 계수 a_{jk} 를 얻을 수 있다.

전체 관절의 다항식 함수를 이용한 전체 알고리즘과 로봇 매니퓰레이터의 PI 최소화를 위한 최적의 궤적을 찾기 위한 직접 반복법이 Algorithm 2에 주어져 있다.

3. 시뮬레이션 및 결과

라그랑지 보간법의 타당성을 증명하기 위해 Algorithm 1과 Algorithm 2를 로봇 매니퓰레이터 시뮬레이션에 사용하였다. 시뮬레이션을 통한 증명을 위해 간단한 평면 3자유도 로봇 매니퓰레이터를 선택하였다.

3.1 로봇의 구조

제안한 방법은 Fig. 1에서 보는 것처럼 평면 3자유도 로봇 매니퓰레이터에 적용하였다. 이 로봇의 파라미터는 Table 1에 나타났다.

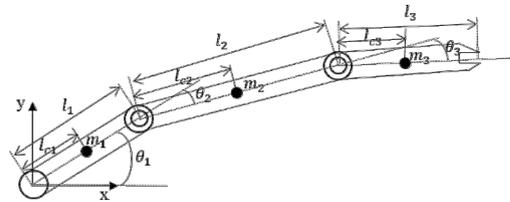


Fig. 1. 3 degree of freedom robotic manipulator

Algorithm2: polynomial function method for overall joint angle of the robotic manipulators

Input: initial time t_1 and final time t_N and their corresponding angle positions $\theta(t_1), \theta(t_N)$

Output: searching PI_{\min} and corresponding optimal trajectory

- 1: Angle positions $\theta = [\]$; $PI = [\]$;
 - 2: Giving research range $a_{initial}, a_{final}$ and step-length a_{step} of the polynomial parameter a_{jk} ;
 - 3: **for** $a_{jk} = a_{initial} : a_{step} : a_{final}$ **do**
 - 4: $\theta_i(t), \dot{\theta}_i(t), \ddot{\theta}_i(t) \leftarrow \text{PolynomialFunction}(t, a_{jk}, \theta(t_1), \theta(t_N))$;
 - 5: $PI_i \leftarrow \text{PerformanceIndex}(t, \theta_i(t), \dot{\theta}_i(t), \ddot{\theta}_i(t))$;
 - 6: $i = i + 1$;
 - 7: **end for**
 - 8: **if** $PI = PI_{\min}$ **then**
 - 9: $\theta_{op}(t), \dot{\theta}_{op}(t), \ddot{\theta}_{op}(t) \leftarrow \text{OptimalParameters}(PI_{\min})$;
 - 10: **end if**
 - 11: Trajectory for $PI_{\min} \leftarrow \text{Movement}(\)$;
-

Table 1. Characteristics of the 3 axis robotic manipulator

link (i)	1	2	3
link length (l_i [m])	0.2	0.4	0.2
link mass (m_i [kg])	1	2	1
mass center length (l_{c_i} [m])	0.1	0.2	0.1

경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 t_1 &= 0s & t_N &= 1s \\
 \theta_1(t_0) &= 0(rad) & \theta_1(t_N) &= 1(rad) \\
 \theta_2(t_0) &= 0(rad) & \theta_2(t_N) &= 0(rad) \\
 \theta_3(t_0) &= 0(rad) & \theta_3(t_N) &= 0(rad)
 \end{aligned} \tag{13}$$

라그랑지 보간법을 위해 5개의 시간 보간점과 식(9)에서 4개의 라그랑지 차수를 설정하였다. 라그랑지 보간법은 보간점이 많아지면 발생하는 Runge's 현상을 회피하기 위해서 식(7)의 Chebyshev 방법을 이용한 시물레이션을 통해 시간 보간점을 얻어야 한다. 그 결과를 Table 2에 나타내었다.

Table 2. Chebyshev interpolation points of time

Time interpolation points	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
Time	0	0.2588	0.5000	0.7071	0.9898

3.2 시물레이션 결과

라그랑지 보간법과 다항식 함수법 알고리즘을 사용한 시물레이션 결과로서 최적 파라미터와 궤적을 찾을 수 있었다. 그리고 제안한 방법의 타당성과 이점을 증명하기 위해 두 방법의 비교를 수행하였다.

라그랑지 보간법에 대한 Algorithm 1을 이용하여 평면상의 3자유도 로봇 매니퓰레이터의 관절 1, 관절 2와 관절 3의 최적각도를 시물레이션을 통해 찾아내어 Table 3에 나타내었다. 이 최적각도를 입력 값으로 매니퓰레이터의 관절에서 발생하는 토크를 구하여 목적함수인 식(6)의 PI를 최소화 시키는 최적궤적을 Fig. 2에 나타내었다. 그리고 이에 대한 정량적인 수치로 69.6216을 얻었다.

Table 3. Optimal angular positions for the Lagrange interpolation method

Angular positions (degree)					
Joints j	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
1	0	11.4592	34.3775	45.8366	57.2958
2	0	57.2958	42.9718	28.6479	0
3	0	14.3239	42.9718	28.6479	0

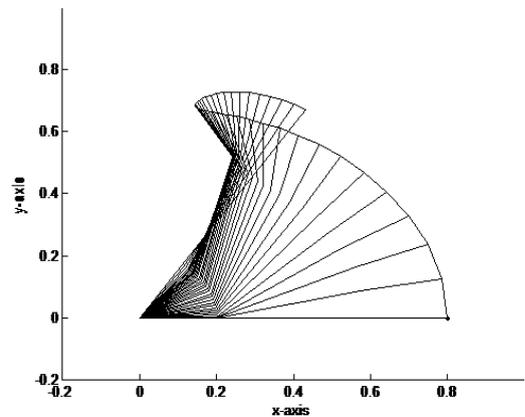


Fig. 2. Optimal trajectory for the Lagrange interpolation method

다항식 함수법인 Algorithm 2를 통한 3자유도 로봇 매니퓰레이터의 관절 1에서 관절 3까지의 식(12)의 다항식 계수를 구하기 위해 Table 3과 같은 시간점을 이용하였다. 이를 통한 최적화 파라미터를 Table 4에서 보여주고 있고, PI 최소화를 위한 최적 궤적은 Fig. 3에 나타내었으며, 그 정량적 값은 145.4126 이다.

Table 4. Optimal parameters of the polynomial function

Joints j	Parameters		
	a_{j2}	a_{j1}	a_{j0}
1	-9.5608	10.5608	0
2	15.3390	-15.3390	0
3	-0.5487	0.5487	0

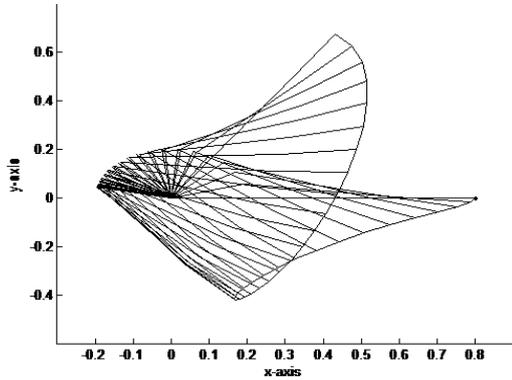


Fig. 3. Optimal trajectory for the polynomial function method

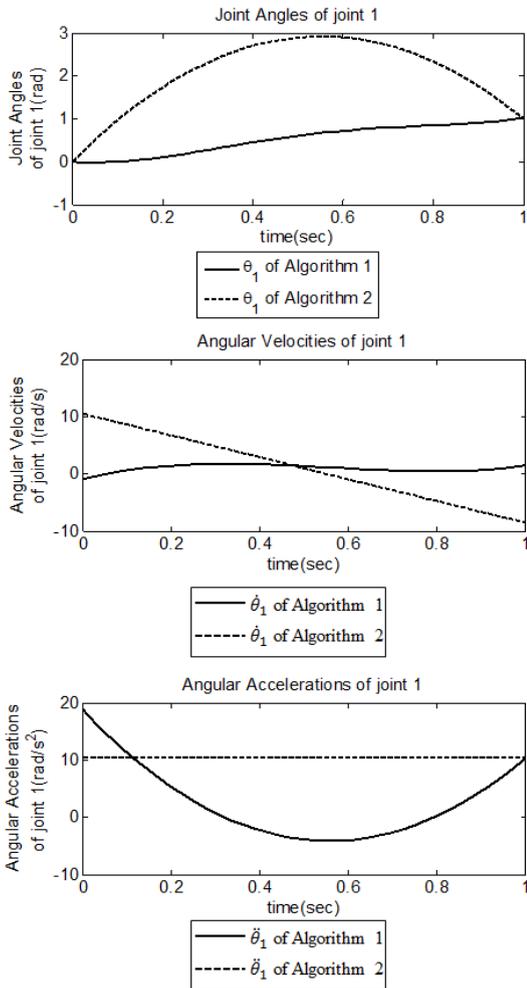


Fig. 4. Optimal angular position, angular velocity and angular acceleration of joint 1 for Algorithm 1 and Algorithm 2

PI 최소화를 위하여 Algorithm 1과 Algorithm 2를 이용한 각 관절의 최적의 각도, 각속도 그리고 각가속도에 대한 그래프를 Fig. 4, 5, 6에서 보여주고 있다. 이 데이터들은 운동방정식인 식(5)에 입력 값으로 들어가 토크를 발생시키며, 최종적으로 PI 값을 계산하게 된다.

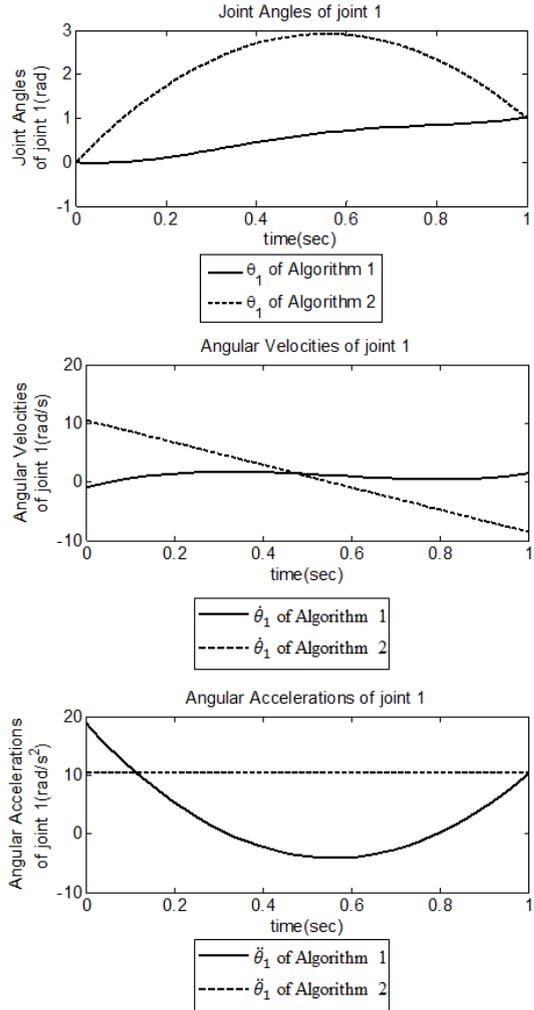


Fig. 5. Optimal angular position, angular velocity and angular acceleration of joint 2 for Algorithm 1 and Algorithm 2

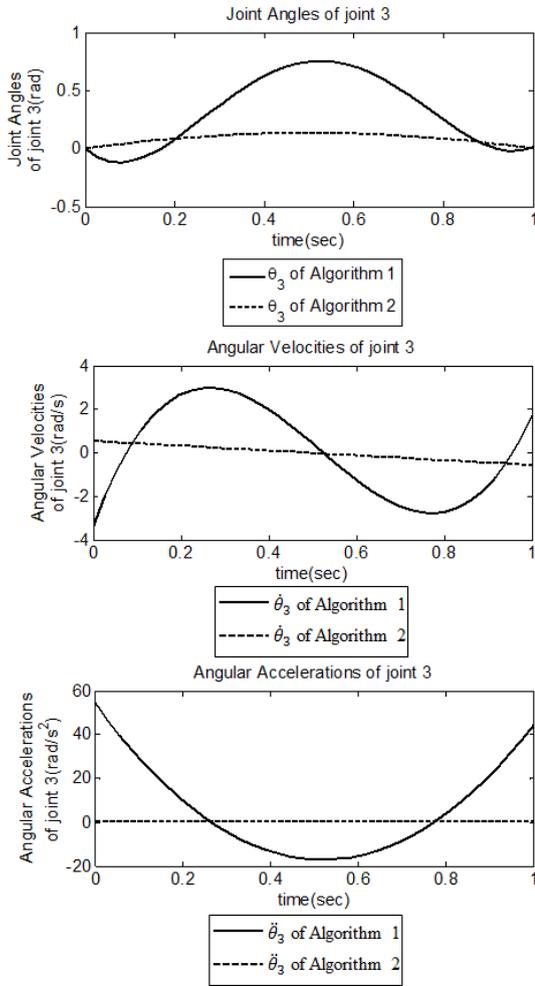


Fig. 6. Optimal angular position, angular velocity and angular acceleration of joint 3 for Algorithm 1 and Algorithm 2

Algorithm 1과 Algorithm 2를 이용하여 PI를 최소화시키기 위한 관절의 각도, 속도, 가속도를 나타내는 Fig. 4, 5, 6의 데이터를 통해서 얻은 각 관절의 토크 값을 Fig. 7에 나타내었다. 토크가 감소된 것을 좀 더 직관적으로 살펴보기 위해서 각 관절에서 발생하는 토크에 대해서 전체 합한 데이터를 Fig. 8에 나타내었다. Fig. 8에서 보면 알 수 있듯이 라그랑지 보간법을 이용한 Algorithm 1에 의한 토크가 훨씬 감소된 것을 확인할 수 있다.

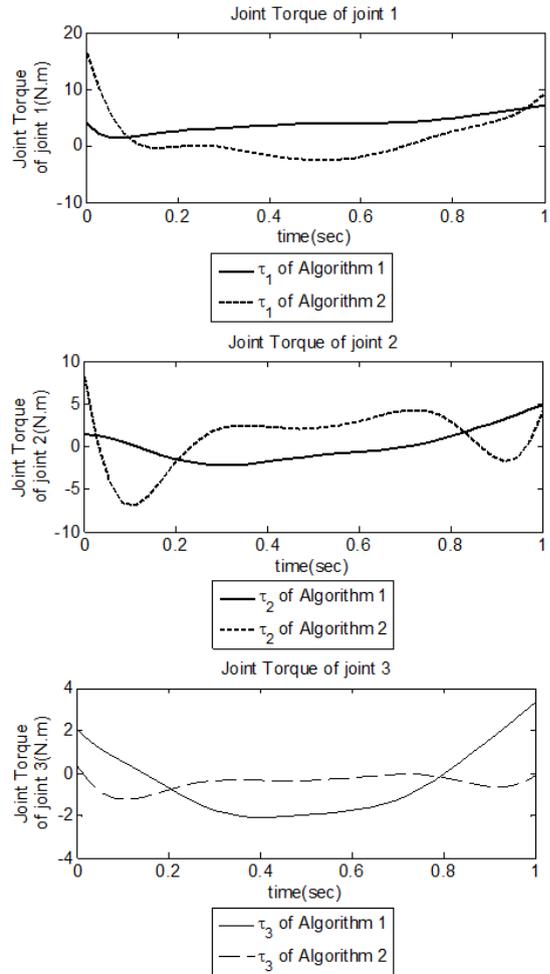


Fig. 7. Optimal torque consumption of joint 1 to joint 3 for Algorithm 1 and Algorithm 2

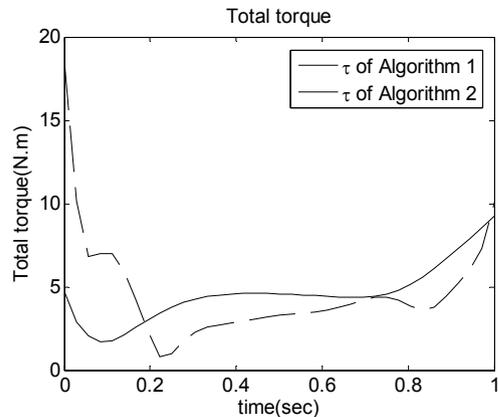


Fig. 8. Total optimal torque consumption for Algorithm 1 and Algorithm 2

Algorithm 1과 Algorithm 2를 이용한 PI의 값을 좀 더 자세히 비교하기 위해 최종 위치까지 도달할 때까지의 step을 100까지 늘려 시뮬레이션 해보았으며, 이에 대한 데이터를 직관적으로 살펴보기 위해 Fig. 9에 그래프로 표시하였다. 결과에서 보듯이 라그랑지 보간법을 이용한 Algorithm 1에 대한 결과가 더 좋게 나온 것을 확인할 수 있었다.

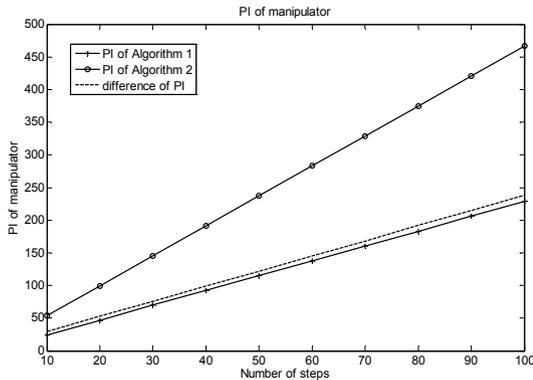


Fig. 9. PI of the robotic manipulator for Algorithm 1 and Algorithm 2

Algorithm 1은 라그랑지 보간법을 통한 시뮬레이션 알고리즘이고, Algorithm2는 다항식 함수법을 통한 시뮬레이션 알고리즘이다. 시뮬레이션 결과로부터 2가지 방법 모두 매끄러운 각도, 각속도 그리고 각가속도를 만족함을 알 수 있다. 그러므로, 로봇 매니퓰레이터의 관절 토크 또한 액츄에이터의 진동을 회피하는 것이 가능하다. 또한, 라그랑지 보간법에 의한 PI는 다항식 함수법을 이용한 것 보다 더 작았다. 이것은 다항식 함수법을 이용한 것 보다 라그랑지 보간법을 이용한 것이 작업을 수행하는데 있어 더 좋은 성능을 낼 수 있음을 말한다.

4. 결론

이 논문에서는 로봇 매니퓰레이터의 토크 최소화를 위한 각 관절의 위치, 속도, 가속도와 토크의 매끄러운 궤적을 생성하기 위한 방법을 논의 하였다. 이를 위해 라그랑지 보간법을 이용한 Algorithm을 개발하였으며, 개발한 Algorithm의 성능을 검증하기 위하여 이전에 제안된 다항식 함수를 이용한 방법과 비교하였다.

개발된 Algorithm은 첫 제로, 매끄러운 궤적을 위한 시간 보간점을 설정하고 이에 해당되는 최적의 관절 각도를 찾아낸다. 두 번째는, 시간 보간점과 최적의 관절 각도를 통해 라그랑지 보간법을 이용하여 각 관절의 각도, 속도, 가속도의 궤적을 생성한다. 세 번째로, 생성한 궤적을 운동방정식에 대입하여 PI에 관련이 있는 토크를 생성하고 PI가 최소 값을 가질 때까지 반복하여 계산하는 방식이다. 이 Algorithm을 통하여 계산된 전체 토크와 PI의 값을 다항식 함수를 이용한 방법과 비교하여 개발된 Algorithm의 성능이 우수함을 알 수 있었다. 이 결과는 로봇 매니퓰레이터가 작업을 수행할 때 움직임의 안전성과 매끄러움을 반드시 보장할 수 있다.

References

- [1] M. Pettersson, "Design Optimization in Industrial Robotics Methods and Algorithms for Drive Train Design," Department of Management and Engineering Division of Machine Design, PhD, Linköping University, 2008.
- [2] S. Alavandar and M. J. Nigam, "Neuro-fuzzy based approach for inverse kinematics solution of industrial robot manipulators," International Journal of Computers, Communications and Control, vol. 3, no. 3, pp. 224-234, 2008.
- [3] M. B. Ghali and A. T. Alouani, "A robust trajectory tracking control of industrial robot manipulators using fuzzy logic," Proc. of the 27th Southeastern Symposium on System Theory, pp. 268-271, 1995.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/SSST.1995.390571>
- [4] G. A. Cosner and M. Tomizuka, "Plug in repetitive control for industrial robotic manipulators," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1970-1975, 1995.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ROBOT.1990.126295>
- [5] S. R. Munasinghe, M. Nakamura, S. Goto and N. Kyura "Trajectory Planning for Industrial Robot Manipulators Considering Assigned Velocity and Allowance Under Joint Acceleration Limit," International Journal of Control, Automation, and Systems, vol.1, no.1, pp. 68-75, 2003.
- [6] Q. Zhang, S. R. Li and X. S. Gao, "Practical smooth minimum time trajectory planning for path following robotic manipulators," Proceedings of the American

- Control Conference, Washington, DC, USA, June 2013.
- [7] D. Constantinescu and E. A. Croft, "Smooth and time-optimal trajectory planning for industrial manipulators along specified paths," *Journal of Robotic Systems*, vol. 17, no. 5, pp. 233-249, 2000.
DOI: [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-4563\(200005\)17:5<233::AID-ROB1>3.0.CO;2-Y](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1097-4563(200005)17:5<233::AID-ROB1>3.0.CO;2-Y)
- [8] S. F. P. Saramago and J. V. Steffen, "Optimization of the trajectory planning of robot manipulators tacking into account the dynamics of the system," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 33, no. 7, pp. 883-894, 1998.
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X\(97\)00110-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X(97)00110-9)
- [9] S. F. P. Saramago and J. V. Steffen JV, "Optimal trajectory planning of robot manipulators in the presence of moving obstacles," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 35, no. 8, 1079-1094, 2000.
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X\(99\)00062-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0094-114X(99)00062-2)
- [10] A. Sato, O. Sato, N. Takahashi and M. Kono, "Trajectory for saving energy of a direct-drive manipulator in throwing motion," *Artificial Life and Robotics*, vol. 11, no. 1, pp. 61-66, 2007.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10015-006-0401-0>
- [11] T. Izumi, Y. Yokose and R. Tamai, "Minimum energy path search for a manipulator in consideration of all nonlinear characteristics by GA and its experiment s," *Electrical Engineering in Japan*, vol. 157, no. 3, pp. 26-34, 2006.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/eej.20437>
- [12] A. Gasparetto, V. Zanotto, "A new method for smooth trajectory planning of robot manipulators," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 42, no. 4, pp. 455-471, 2007.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2006.04.002>
- [13] D. P. Garg and M. Kumar, "Optimization techniques applied to multiple manipulators for path planning and torque minimization," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 15, no. 3-4, pp. 241 - 252, 2002.
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0952-1976\(02\)00067-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0952-1976(02)00067-2)

라 로 평(Lu-Ping Lu)

[정회원]



- 2009년 2월 : 중국 하얼빈 공업대학교 기계설계, 제조 및 자동화 공학 (하얼빈학사)
- 2009년 3월 ~ 현재 : 한양대학교 기계공학과 석박사통합과정 재학 중 (한양대학석사)

<관심분야>

로봇 매니플레이터 경로 설계 및 최적화 방법

황 순 응(Soon-Woong Hwang)

[정회원]



- 2007년 3월 : 한양대학교 기계공학과 (공학사)
- 2009년 3월 : 한양대학교 메카트로닉스공학과 (공학석사)
- 2009년 3월 ~ 현재 : 한양대학교 메카트로닉스공학과 박사과정

<관심분야>

로봇 메커니즘 해석 및 최적설계, 성능지표 분석 및 개발, Under-actuated system 설계 및 제어 방법, 인간-로봇 협업 시스템

한 창 수(Chang-Soo Han)

[정회원]



- 1983년 3월 : 한양대학교 기계공학과 (공학사)
- 1985년 3월 : Texas at Austin Mechanical Engineering (공학석사)
- 1989년 3월 : Texas at Austin Mechanical Engineering (공학박사)
- 1990년 3월 ~ 현재 : 한양대학교 로봇공학과 교수

<관심분야>

로봇 메커니즘 설계 및 해석, 차량동역학, 필드로봇, 서비스 로봇, Wearable Robot