

외삽법과 고주파 영차홀드 출력이 포함된 가상 스프링 모델의 안정성 영역 분석

이경노

국립 한국교통대학교 기계자동차항공공학부

Stability Analysis for a Virtual Spring Model with an Extrapolation and High-frequency ZOH

Kyungno Lee

School of Mechanical, Automotive and Aeronautical Engineering, Korea National University of
Transportation

요약 가상환경에 대한 현실감을 증강시키기 위해서는 햅틱 시스템의 안정성을 유지하면서 가상환경 모델의 강성을 최대한 크게 할 수 있는 방법이 필요하다. 이에 기존 연구에서 영차홀드 대신 일차홀드를 적용하는 방법이 제시되었고, 영차홀드를 이용할 때보다 가상 스프링의 안정성 영역을 더 크게 확보할 수 있음을 시뮬레이션을 통해 제시했다. 그렇지만 실제로 시스템을 구현하는 측면에서 보면, 영차홀드가 일반적이고 손쉬운 방법이다. 이에 본 논문에서는 영차홀드를 사용하지만, 일차홀드와 동등한 안정성 영역을 확보하기 위한 방법으로 외삽법과 고주파 영차홀드 출력 방법을 제안한다. 제안된 방법에 대한 시뮬레이션을 통해 고주파 영차홀드의 샘플링 주기가 작아질수록 가상 스프링의 안정성 영역이 일차홀드를 적용한 경우와 거의 같아짐을 보였고, 기존 연구에서 제시된 영차홀드만을 적용한 경우보다는 수 배에서 수십 배 안정성 영역이 더 커질 수 있음을 보였다. 따라서 제안된 방법을 통해 가상 환경 속 강체에 대한 현실감을 증강시킬 수 있을 것으로 기대된다.

Abstract In order to enhance the realism of a virtual environment, a method of maximizing the stiffness of the virtual environment model is needed, which maintains the stability of the haptic system. In our previous research, we proposed a haptic system with a first order hold, instead of a zero order hold, and showed that the maximum available stiffness of a virtual spring with the first-order hold is larger than that with the zero-order hold. However, in terms of real system implementation, the zero order hold is a more common and easy method. In this paper, we propose an extrapolation method and a high frequency zero-order-hold output method in order to obtain the stability region using a zero order hold, which is equivalent to the method using the first-order-hold. The simulation results shows that the stability range of the virtual spring becomes almost the same as that of the method using the first order hold when the sampling period of the high frequency zero-order-hold method is decreased. Moreover, the stability range of the proposed method is several times to several tens of times greater than that of the method using the zero order hold only. Therefore, it is expected that the proposed method can enhance the realism of rigid bodies in a virtual environment.

Keywords : Extrapolation, Haptice Device, Haptic Stability, High-frequeuncy ZOH, Virtual Reality

1. 서론

햅틱 시스템은 가상현실 환경 속에 있는 사용자에게

현실감 높은 반력을 전달해줌으로써 가상현실 환경에 대한 몰입감을 향상시켜주는 역할을 한다. 특히 사용자가 가상환경 속에서 가상의 벽과 같은 강체와 접촉하게 될

*Corresponding Author : Kyungno Lee (Korea National University of Transportation)

Tel: +82-43-841-5285 email: klee@ut.ac.kr

Received December 7, 2017

Revised January 4, 2018

Accepted January 5, 2018

Published January 31, 2018

때 순간적으로 강한 반력을 제시함으로써 현실감을 높일 수 있다. 그러나 이러한 순간적인 강한 반력의 전달은 햅틱 시스템을 불안정하게 만드는 요인이 될 수 있다. 따라서 시스템의 안정성을 보장하면서, 구현 가능한 반력의 크기를 증가시키기 위한 다양한 방법들이 연구되었다.

햅틱 시스템은 샘플링주기 (T), 햅틱 장치의 물성치인 댐퍼 (B_d), 샘플-홀드, 가상 스프링 모델 (K_w) 등으로 구성되는데, 각 요소들과 시스템의 안정성과의 상관관계를 분석하여 가상 스프링 모델의 안정성 영역을 제시했다[1-4]. 그리고 햅틱 시스템을 불안정하게 만드는 원인 중 하나는 샘플-홀드, 특히 영차홀드 (ZOH, Zero-Order-Hold)에 의한 시간지연이다. 따라서 최근에는 영차홀드 대신 일차홀드 (FOH, First-Order-Hold)를 이용하여 햅틱 시스템의 안정성을 향상시키려는 연구가 진행 중이다 [5-9]. 영차홀드 대신 일차홀드 방식을 적용함으로써, 시스템의 안정성을 유지하면서도 가상 스프링 모델을 수십 배 더 크게 설계할 수 있음을 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 따라서 가상 환경 속에서 강체와의 접촉시 순간적으로 강한 반력을 안정적으로 사용자에게 전달할 수 있을 것이다.

그러나 일반적인 디지털-아날로그 변환기는 영차홀드에 기초한 샘플-홀드 장치이므로, 실제적으로 일차홀드를 구현하는 데에는 그 한계가 존재한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 본 논문에서는 샘플-홀드 방식은 영차홀드를 이용하지만 일차홀드를 적용할 때와 유사한 반력이 생성될 수 있도록 외삽법 (Exrapolation)을 이용한 반력 예측법과 고주파 영차홀드 (High-frequency ZOH)를 이용한 샘플링 사이의 반력 계산법을 제안하고자 한다.

2. 외삽법과 고주파 영차홀드를 포함한 햅틱시스템

k 번째 샘플링시간 kT 와 $(k+1)$ 번째 샘플링시간 $(k+1)T$ 사이에 사용자에게 출력되는 반력이 일차홀드를 통해 계산된 반력과 유사하게 생성되도록 외삽법과 고주파 영차홀드를 이용한다. 여기서 k 는 자연수이다. 이런 외삽법과 고주파 영차홀드를 포함한 햅틱 시스템의 구성요소는 Fig. 1과 같다.

햅틱 시스템은 햅틱 장치와 가상모델, 반력계산모델, 샘플-홀드로 구성된다. 햅틱 장치는 질량(M_d)와 댐퍼

(B_d)로 구성된 2차 시스템으로, 가상 모델은 선형 스프링(K_w)으로 모델화한다. 사용자가 힘(f_a)를 햅틱 장치에 가하면, 햅틱 장치는 움직이며, 이때 변화된 변위 $x(t)$ 을 샘플링주기 T 간격으로 측정한다. 측정된 변위 $x(t)$ 와 가상 스프링 K_w 의 곱으로 가상 모델과의 상호작용에 의한 반력이 계산된다.

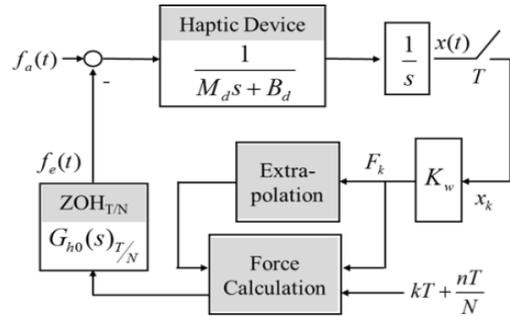


Fig. 1. Block diagram of haptic system with extrapolation and high-frequency ZOH.

샘플링시간 kT 에서 계산된 힘 F_k 와 직전 샘플링시간 $(k-1)T$ 에서 계산된 힘 F_{k-1} 을 기준으로 시간에 대한 외삽법을 적용할 수 있다. 그러면 일차홀드와 동일한 기울기가 계산된다. 이때, 샘플링시간 kT 와 $(k+1)T$ 사이에 출력되는 반력 $F_{k+\frac{n}{N}}$ 은 T/N (N : 자연수) 시간 간격마다 계산되며, 이러한 관계식을 정리하면 식 (1)과 같다. 그리고 샘플링주기 T/N 마다 계산된 반력은 T/N 샘플링주기인 고주파 영차홀드를 통해 출력된다.

$$F_{k+\frac{n}{N}} = \left(\frac{F_k - F_{k-1}}{T} \right) \frac{n}{N} T + F_k$$

$$= (F_k - F_{k-1}) \frac{n}{N} + F_k$$

$$\text{where } n = 0, \dots, N-1 \quad (1)$$

여기서 F_{k-1} 는 샘플링시간 $(k-1)T$ 에서 측정된 위치 x_{k-1} 를 이용하여 계산한 힘 $F_{k-1} = K_w x_{k-1}$ 이고, F_k 는 샘플링시간 kT 에서 측정된 위치 x_k 를 이용하여 계산한 힘 $F_k = K_w x_k$ 이다. 그리고 n 은 0에서 $N-1$ 까지 변하는 값이며, 이는 변위 x_k 를 측정하는 샘플링 T 보다 $1/N$ 배 짧은 시간 간격으로, 0부터 $N-1$ 까지 순차적

으로 입력되고 반력이 계산된다.

Fig. 2는 외삽법과 고주파 영차홀드를 이용한 반력 계산의 원리를 설명하기 위한 예제이다. 샘플링 시간 T 인 1초마다 반력 모델 $f(t) = \sin(0.2\pi t)$ 를 이용하여 힘이 계산된다고 가정한다. Fig. 2에 표시된 점들은 샘플링 시간 T 인 1초마다 계산된 반력이다. 이 데이터를 이용하여 현재 샘플링시간 2초에서 계산된 힘 F_2 와 직전 샘플링시간 1초에서 계산된 힘 F_1 을 기준으로 시간에 대한 외삽법을 적용할 수 있다. 그러면 Fig. 2와 같이 일차홀드와 동일한 기울기, $(F_k - F_{k-1})/T = (F_2 - F_1)$ 가 계산된다. Fig. 2와 같이, 만약 N 이 10이라면 샘플링시간 2초와 3초사이에 출력되는 반력은 식 (1)을 통해 $T/N = 0.1$ 초 간격으로 계산되고 출력되며 영차홀드로 유지된다.

이와 같은 방법을 이용하면 영차홀드를 사용하지만 일차홀드와 동일한 기울기로 반력을 출력할 수 있으며, 샘플링 시간 T 동안에 계산되는 출력 신호의 수 N 을 크게 하면 할수록 일차홀드를 통한 출력과 더욱 가까운 출력을 생성할 수 있다.

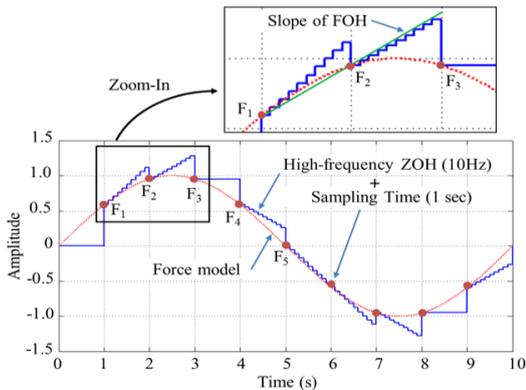


Fig. 2. An example for reflective force computation using extrapolation and high-frequency zero-order-hold (10Hz).

3. 외삽법과 고주파 영차홀드에 따른 햅틱 시스템의 안정성 분석

3.1 시뮬레이션 환경 모델

2장에서 제시된 햅틱 시스템 구성 및 반력 계산 방법의 성능을 검증하기 위해서 시뮬레이션 환경을 구축한

다. 그리고 제시된 상기 모델을 이용하여 반력을 출력했을 때 가상 스프링 상수의 안정성 영역의 변화를 분석한다.

Fig. 1에서 제시된 햅틱 시스템을 모델화한 시뮬레이션 환경 모델은 Fig. 3과 같다. 일차홀드 기울기를 갖는 외삽법과 고주파 영차홀드 계산방법을 시뮬레이션 환경에서 구현하기 위해 샘플링주기 T 를 갖는 일차홀드 모델, FOH_T 블록과 그 출력 값을 T/N 시간간격으로 샘플링하고 영차홀드로 출력하는 블록, $ZOH_{T/N}$ 으로 모델화하였다.

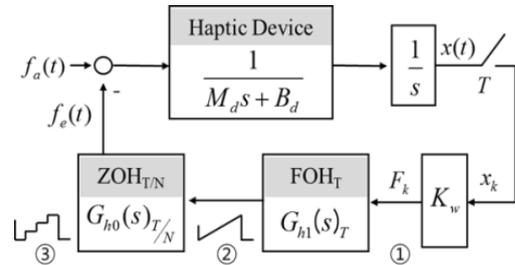


Fig. 3. Simulation model of haptic system with extrapolation and high-frequency ZOH.

시뮬레이션 환경에서 사용자의 힘은 계단형 입력으로 가정했으며 샘플링 주기 T 간격으로 햅틱 장치의 변위 x 를 측정한다. 햅틱 장치의 물성치인 질량은 0.5 kg, 댐퍼는 0.1 Ns/m로 가정한다. 가상모델은 스프링상수가 K_w 인 스프링으로 가정하며, T 샘플링 주기를 갖는 일차홀드에 대한 라플라스 식은 (2)과 같고, T/N 샘플링 주기를 갖는 영차홀드에 대한 라플라스 식은 (3)과 같다. 시뮬레이션에서 햅틱 시스템의 안정성 여부는 샘플링 간격 T 마다 측정되는 변위 x 가 시간이 흐름에 따라 점차 줄어드는 경향을 보이면 안정한 것으로 판단했다.

$$\text{일차홀드: } G_{h1}(s)_T = \left(\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right)^2 \frac{Ts + 1}{T} \quad (2)[5]$$

$$\text{영차홀드: } G_{h0}(s)_{T/N} = \frac{1 - e^{-\frac{T}{N}s}}{s} \quad (3)$$

시뮬레이션 환경 모델에 대한 검증을 위해 햅틱 장치의 질량을 0.5 kg, 댐퍼를 0.1 Ns/m, 스프링상수 K_w 를 1 N/m, 샘플링주기 T 를 0.1 초, 그리고 N 을 4로 설정하여 시뮬레이션 수행한 결과가 Fig. 4이다. 시간 0.1 초

주기로 샘플링된 결과 ①, 이 결과를 이용하여 외삽법으로 다음 출력을 계산한 결과 ②, 그리고 최종적으로 고주파 영차홀드가 적용된 결과 ③이 Fig. 1과 식 (1)에서 제시된 방법대로 구현됨을 알 수 있었다.

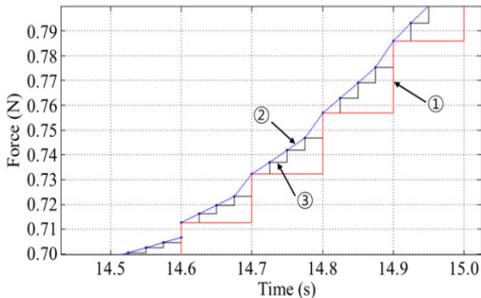


Fig. 4. Simulation example to evaluate the simulation model

3.2 시뮬레이션 결과 및 안정성 영역 분석

본 논문에서는 시뮬레이션을 통해 샘플링 주기 T 와 이 주기를 $1/N$ 배 짧게 세분화하는 N , 그리고 시스템의 안정성을 유지시키는 범위 내에서 스프링상수 K_w 의 최대값을 분석하고 그 관계를 살펴본다.

우선, 샘플링주기 T 와 외삽법을 통한 반력계산, 그리고 고주파 영차홀드 방법을 이용하는 출력방법과 단독으로 일차홀드를 이용하는 출력방법과의 성능을 비교한다.

Table 1. Stable maximum stiffness K_w according to the sampling time T , where mass $M_i=0.5$ kg, damper $B_i=0.1$ Ns/m.

T (ms)	FOH_T	$Extrapolation + ZOH_{T/N}$			Error (%)
	K_w (N/m)	T (ms)	N	K_w (N/m)	
1	12210	1	1000	11849	2.96
2	4310	2		4222	2.04
4	1520	4		1499	1.38
10	380	10		380	0.0
20	133	20		134	0.75
40	47	40		47	0.0

Table 1은 시뮬레이션을 통해 샘플링 주기별로 안정적인 가상 스프링 상수의 최대값을 분석한 것이다. 샘플링주기 T 인 일차홀드만 사용한 경우와 외삽법과 샘플링 주기별로 1000배 높은 주파수의 샘플링과 영차홀드가

포함된 고주파 영차홀드에 의한 출력방법을 비교한 것이다. 예를 들어 샘플링주기 T 가 10 ms (=100 Hz)라고 가정하면, 샘플링주기 100 Hz와 이 보다 1000배 높은 100 kHz의 영차홀드가 포함된 경우에는 안정적인 가상 스프링 상수의 최대값이 380 N/m이고 이 값은 샘플링주기 10 ms의 일차홀드를 단독으로 사용했을 때와 동일한 크기의 값이 된다. 따라서 본 논문에서 제시된 방법의 결과는 일차홀드만을 사용한 기존 결과[5]와 동일하다. Table 1의 결과를 살펴보면, 안정성 영역이 모든 샘플링 주파수에서 일차홀드를 단독으로 사용한 경우와 거의 동일함을 알 수 있다. 이는 N 을 충분히 크게 하면 외삽법과 고주파 영차홀드의 방법을 통해 일차홀드만을 이용한 결과와 동등한 성능을 구현할 수 있음을 의미한다.

샘플링주기 T 를 1, 2, 4, 10, 20, 40 ms로 증가시키면서, 동시에 고주파 영차홀드의 샘플링 주기를 샘플링 주기의 1 ~ 0.001 배까지 감소시킨 경우에 대해 안정적인 가상 스프링 상수의 최대값을 시뮬레이션을 통해 분석한 것이 Table 2이다.

예를 들어 샘플링주기 T 가 40 ms이고, 고주파 영차홀드의 샘플링주기가 1 ms ($N=40$)인 경우에는 가상 스프링 상수의 최대값이 42 N/m가 된다. 그리고 고주파 영차홀드의 샘플링주기가 작아질수록, 즉 N 이 커질수록 가상 스프링 (K_w)의 안정성 영역은 점점 커짐을 알 수 있다.

Table 2. Stable maximum stiffness K_w (N/m) according to sampling time T and ratio N , where mass $M_i=0.5$ kg, damper $B_i=0.1$ Ns/m.

N	T(ms)					
	1	2	4	10	20	40
1	200	100	50	20	10	5
2	399	199	99	39	19	9
4	797	397	197	77	37	17
8	1576	777	378	141	64	27
10	1953	955	458	166	73	30
20	3658	1703	761	245	98	38
40	6071	2591	1058	305	115	42
80	8445	3319	1266	342	125	45
100	9072	3495	1313	350	127	45
1000	11849	4222	1499	380	134	47

외삽법과 고주파 영차홀드를 사용할 때의 안정성 영역과 일차홀드만을 사용할 때의 안정성 영역 크기를 비

교한 것이 Fig. 5 이고, 그 비교식은 (4)와 같다.

$$\text{Ratio}(\%) = \frac{K_{w,\max} @ \text{extrapolation} + \text{ZOH}_{T/N}}{K_{w,\max} @ \text{FOH}_T} \times 100(\%) \quad (4)$$

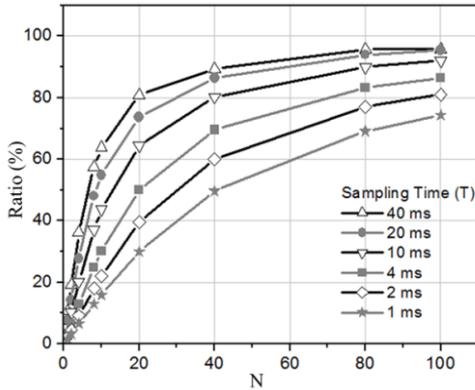


Fig. 5. Comparison between the maximum available stiffness using the extrapolation and high-frequency ZOH and that using the FOH only.

고주파 영차홀드의 N 값이 커질수록 일차홀드만을 사용한 경우의 안정성 영역과 비슷해짐을 알 수 있다. 즉, 외삽법과 고주파 영차홀드를 사용하는 출력방법으로 가상 스프링 모델의 안정성 영역을 일차홀드만을 이용하는 출력 방법만큼 크게 할 수 있다. 또한 샘플링주기 T 가 크면 클수록, 일차홀드만 사용한 경우의 안정성 영역에 보다 빠르게 접근해감을 알 수 있다.

기존 연구[1]에서 제시된 영차홀드만을 이용하는 출력방법에 의한 가상스프링 모델의 안정성 영역은 식 (5)와 같고, 샘플링 주기별 안정성 영역의 크기는 Table 3과 같다.

$$K_w < \frac{2B_d}{T} \quad (5)[1]$$

Table 3. The stable maximum stiffness K_w according to sampling time where mass $M_d=0.5$ kg, damper $B_d=0.1$ Ns/m.

T(ms)	1	2	4	10	20	40
$K_{w,\max}$ (N/m)	200	100	50	20	10	5

그리고 Table 3의 결과를 기준으로 외삽법과 고주파 영차홀드를 사용하는 출력방법에 의한 가상스프링 모델의 안정성 영역의 크기를 샘플링주기별, N 값의 크기별로 식 (6)에 적용하여 계산한 결과가 Fig. 6이다.

$$\text{Ratio} = \frac{K_{w,\max} @ \text{extrapolation} + \text{ZOH}_{T/N}}{K_{w,\max} @ \text{ZOH}_T} \quad (6)$$

예를 들어 영차홀드만을 이용하는 경우에는 샘플링주기 T 가 40 ms일 때 5 N/m가 최대값이지만, 외삽법과 고주파 영차홀드를 이용하는 경우에는 샘플링주기 40ms, N 이 10일 때 Table 2에서 제시된 바와 같이 안정성 영역의 최대값이 30 N/m가 된다. 따라서 식 (6)에 의해 그 비율은 6배가 된다. 이런 방법으로 샘플링주기 별, N 값의 크기별로 정리한 것이 Fig. 6이다. Fig. 6를 보면, 기존의 영차홀드만을 사용한 경우보다 N 을 크게 함으로써 가상스프링 모델의 안정성 영역을 수 배 ~ 수십 배 크게 할 수 있음을 알 수 있다.

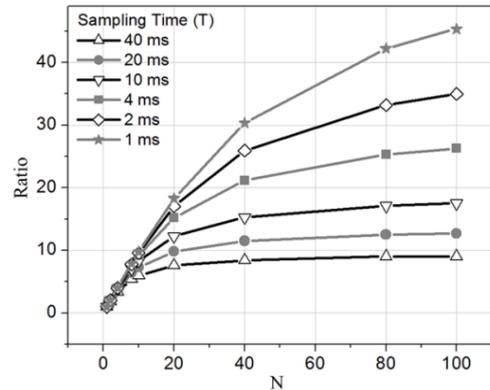


Fig. 6. Comparison between the maximum available stiffness using the extrapolation and high-frequency ZOH and that using the ZOH only.

4. 결론

햅틱 시스템에서 영차홀드 대신 일차홀드를 사용하면 가상 스프링 모델의 안정성 영역을 샘플링 주기에 따라 수 배에서 수십 배까지 크게 할 수 있다. 그렇지만, 일반적으로 샘플-홀드는 영차 홀드를 주로 사용하므로 일차홀드를 포함한 시스템을 실제로 구현함에는 그 한계가

있다. 본 논문에서는 이러한 한계를 극복하기 위해서 외삽법과 고주파 영차홀드를 이용하는 방법을 제시하였으며, 그 성능을 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

첫째, 제안된 방법을 통해 가상 스프링의 안정성 영역을 샘플링주기 T 에 상관없이, 고주파 영차홀드의 샘플링 주기 T/N 가 작으면 작을수록, 즉 N 이 크면 클수록 일차홀드만을 적용했을 때의 가상 스프링의 안정성 영역과 거의 같도록 구현할 수 있다.

둘째, 제안된 방법을 통해 고주파 영차홀드의 샘플링 주기 T/N 를 충분히 작게 하지 못하더라도, 영차홀드만을 적용한 기존의 가상 스프링의 안정성 영역보다는 몇 배 큰 안정성 영역을 확보할 수 있다. 예를 들어 샘플링 주기 T 가 40ms 이고 N 이 40이면 영차홀드만 적용된 경우보다 약 8배 큰 안정성 영역을 확보할 수 있다.

본 논문에서 제시된 방법으로 실제적이고 안정적으로 가상 환경 모델의 강성을 크게 할 수 있다. 따라서 가상 환경 속 강체에 대한 현실감을 증강시킬 수 있을 것으로 기대된다.

References

[1] J. E. Colgate and G. Schenkel, "Passivity of a class of sampled-data systems: Application to Haptic Interfaces," *Journal of Robotic Systems*, vol.14, no. 1, pp.37-47, 1997.
DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-4563\(199701\)14:1<37::AID-ROB4>3.0.CO;2-V](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-4563(199701)14:1<37::AID-ROB4>3.0.CO;2-V)

[2] J. J. Gil, A. Avello, A. Rubio, and J. Florez, "Stability analysis of a 1 DOF haptic interface using the Routh-Hurwitz criterion," *IEEE Trans. on control systems technology*, vol. 12, no. 4, pp. 583-588, July 2004.

[3] J. J. Abbott and A. M. Okamura, "Effects of position quantization and sampling rate on virtual-wall passivity," *IEEE Trans. Robotics*, vol. 21, no. 5, pp. 952-964, Oct. 2005.
DOI: <https://doi.org/10.1109/TRO.2005.851377>

[4] N. Diolaiti, G. Niemeyer, F. Barbagli, and J. K. Salisbury, "Stability of haptic rendering: discretization, quantization, time delay, and coulomb effects," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 22, no. 2, pp. 256-268, Apr. 2006.
DOI: <https://doi.org/10.1109/TRO.2005.862487>

[5] K. Lee, "Effect on data-hold methods on stability of haptic system," *Journal of Institute of Convergence Technology*, vol. 2, no. 2, pp. 35-39, 2012.

[6] K. Lee, "Stability of haptic system with consideration for sample-and-hold methods and properties of haptic device," *Journal of the Korea Academic Industrial cooperation Society*, vol. 14, no. 11, pp. 5338-5343, 2013.

[7] K. Lee, "Stability analysis of a haptic system with a first-order-hold method," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 389-394, 2014.
DOI: <https://doi.org/10.5302/J.ICROS.2014.13.1970>

[8] K. Lee, "Stability analysis of a haptic system with a human impedance model using the Routh-Hurwitz criterion," *Journal of the Korea Academic Industrial cooperation Society*, vol. 15, no. 4, pp. 1813 - 1818, 2014.
DOI: <https://doi.org/10.5762/KAIS.2014.15.4.1813>

[9] K. Lee, "Impact Analysis of communication time delay and properties of a haptic device on stability boundary for a haptic system with a first-order hold," *Journal of the Korea Academic Industrial cooperation Society*, vol. 18, no. 1, pp. 572-578, 2017.
DOI: <https://doi.org/10.5762/KAIS.2017.18.1.572>

이 경 노(Kyungno Lee)

[정회원]



- 1996년 2월 : 연세대학교 기계공학과 졸업 (학사)
- 1998년 2월 : KAIST 기계공학과 졸업 (석사)
- 2007년 2월 : KAIST 기계공학과 졸업 (박사)
- 2014년 10월 ~ 현재 : 한국교통대학교 부교수

<관심분야>

가상현실, 햅틱 인터페이스, 원격제어