

# 능동 슬라이딩 모드 제어를 이용한 변형된 Lorenz 카오스 동기화

류기탁<sup>1</sup>, 이윤형<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>한국해양수산연수원 해양플랜트교육팀, <sup>2</sup>한국해양수산연수원 교육운영팀

## Modified Lorenz Chaos Synchronization Via Active Sliding Mode Controller

Ki-Tak Ryu<sup>1</sup>, Yun-Hyung Lee<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Offshore Training Team, Korea Institute of Maritime and Fisheries Technology

<sup>2</sup>Education Management Team, Korea Institute of Maritime and Fisheries Technology

**요약** 카오스는 비선형 과학 분야에서 매우 중요한 주제 중의 하나이며, Lorenz가 처음으로 소개한 이후 집중적으로 연구되어지고 있다. 카오스 시스템의 한 특성은 카오스 시스템에 의해 생성된 신호는 다른 어떤 시스템과 동기화되지 않는다는 것이다. 따라서 두 카오스 시스템은 서로 동기화되는 것이 불가능한 것처럼 보이지만, 만약 두 시스템이 적절한 방법으로 정보를 교환한다면 이 두 시스템은 동기화가 가능하다. 본 논문에서는 능동 제어와 슬라이딩 모드 제어, 그리고 리아프노프 안정도 이론을 기반으로 하는 변형된 Lorenz 카오스 시스템의 동기화 문제에 대해 다룬다. 동기화를 위해 고려한 기법은 선형상태 오차 변수에 의해 짝을 이룬 구동시스템과 응답시스템으로 구성된다. 이를 위해 우선 대상 카오스 시스템에 대해 간단히 살펴본다. 다음으로 능동제어, 슬라이딩 모드 제어 기법을 이용한 카오스 시스템의 동기화와 채터링 문제를 해결하기 위한 제어 방법을 도출한다. 전체 폐루프 시스템의 점근적 안정도는 리아프노프 안정도 이론에 의해 증명한다. 컴퓨터 시뮬레이션은 제안한 방법의 타당성을 확인하기 위해 그래픽으로 제시한다.

**Abstract** Chaos is one of the most significant topics in nonlinear science, and has been intensively studied since the Lorenz system was introduced. One characteristic of a chaotic system is that the signals produced by it do not synchronize with any other system. It therefore seems impossible for two chaotic systems to synchronize with each other, but if the two systems exchange information in just the right way, they can synchronize. This paper addresses the problem of synchronization in a modified Lorenz chaotic system based on active control, sliding mode control, and the Lyapunov stability theory. The considered synchronization scheme consists of identical drive and response generalized systems coupled with linear state error variables. For this, a brief overview of the modified Lorenz chaotic system is given. Then, control rules are derived for chaos synchronization via active control and slide mode control theory, with a strategy for solving the chattering problem. The asymptotic stability of the overall feedback system is established using the Lyapunov stability theory. A set of computer simulation works is presented graphically to confirm the validity of the proposed method.

**Keywords** : Active Control, Asymptotically Stable, Chaos, Lyapunov Stability, Sliding Mode Control, Synchronization

### 1. 서론

카오스 이론(chaos theory)은 1960년대 미국의 기상

학자 Lorenz[1]가 유체역학의 이론을 바탕으로 일기예보의 이론적 예측을 시도하면서 미묘한 초기상태의 차이가 날씨모델(weather model)에 예측 불가능한 큰 변화를

\*Corresponding Author : Yun-Hyung Lee(KIMFT)

Tel: +82-51-620-5823 email: domse54@daum.net

Received April 25, 2018

Accepted July 6, 2018

Revised May 23, 2018

Published July 31, 2018

일으키게 되는 현상을 발견하고 이를 이론으로 정립하면서 발전하였다. “갈매기가 한번 한 날갯짓이 날새를 영원히 변화시키기 충분하다”고 말한 후에 이 표현이 나비효과(butterfly effect)로 바뀌었다. 이 Lorenz 모델은 우연적인 변화 요인이 거의 없음에도 불구하고 시간이 지나면서 때때로 무작위 상태가 되어가는 것을 구체적으로 보인 것으로 이는 아주 사소한 것도 후에 큰 사건으로 비화될 수 있다는 것과 장기예측은 그만큼 어렵다는 두 가지 의미를 내포하는 것이다.

Lorenz 모델이 처음으로 발표된 이후에 카오스 거동은 비선형 시스템의 해석에서 중요한 주제 중의 하나로 관심을 받아 왔고, 일반적으로 초기조건의 작은 변화에도 민감한 특성을 갖는 것으로 알려져 있다.

지금까지 알려진 대표적인 카오스 시스템은 Chen 시스템[2], Liu 시스템[3], Rössler 시스템[4], Lü-Chen 시스템[5] 등으로 모두 3차원 변수로 구성되어지며, 초기 상태에 따라 민감하게 반응하는 특징을 갖는다.

지난 20여 년 동안 비선형 시스템의 카오스 거동[6-7]은 연구자의 흥미와 관심의 대상이 되어 왔으며 카오스 시스템의 적용분야로 통신보안[8-9], 암호체계[10], 생물학[11], 로봇[12-13], 신경회로망[14] 등 과학, 공학분야 뿐만 아니라 실생활에도 널리 응용되고 있다.

본 논문에서 다루는 동기화 문제는 처음으로 Pecora와 Carroll[15]이 제시한 이후 많은 관심을 받는 분야로 보안통신과 시스템식별 등에 적용되고 있으며, 동기화 방법으로 비선형 피드백(nonlinear feedback)[16-17], 능동 제어(active control)[18-20], 백 스텝핑(back stepping)[21-22], 슬라이딩 모드 제어(SMC; sliding mode control)[23-25] 등이 대표적이라 할 수 있다.

본 논문에서는 카오스 시스템의 동기화를 위해 구동-응답(drive-response) 기법을 사용한다. 이 기법은 상태 오차 변수에 의해 서로 짝을 이룬 구동 시스템과 응답 시스템으로 구성된다. 동기화 목적은 구동 시스템과 응답 시스템의 오차를 기반으로 응답 시스템에 제어입력을 인가하여 구동시스템의 상태로 추종하게 하는 것이다.

한편, 제어기법으로는 능동 슬라이딩 모드 제어를 적용한다. 이는 슬라이딩 모드 제어를 위한 적절한 능동제어를 선정하고, 이를 이용해 동기화를 위한 슬라이딩 모드 제어기와 결합하는 것이다.

특히, 일반적인 슬라이딩 모드 제어에서 불연속적인 제어에 발생하는 채터링(chattering) 현상을 억제하면서,

슬라이딩 평면에 빠른 시간에 도달하게 할 수 있도록 한다. 또한, 제어를 포함한 전체 폐루프 시스템의 안정도는 리아프노프 이론을 기반으로 해석한다. 마지막으로 제안하는 방법을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하고, 이를 통해 제안하는 방법의 타당성을 검증한다.

## 2. 카오스 시스템의 특성

본 논문에서 다루는 카오스 시스템은 식 (1)과 같은 Lorenz 모델[1]의 변형된 종류(family)이다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - x \\ \dot{y} &= ay - xz \\ \dot{z} &= xy - b \end{aligned} \tag{1}$$

여기서  $x, y, z$ 는 상태변수,  $a$ 와  $b$ 는 양의 실수이다.

식 (1)을 보면  $xy, xz$ 로 표현되는 비선형 항이 2개 포함된 전형적인 비선형 시스템이다. 만약  $a$ 와  $b$  모두 0.5의 값을 가질 때[24] 그 고유치는  $\lambda_1 = -1, \lambda_{2,3} = 0.25 \pm 0.968245i$ 가 되어 불안정한 특성을 보인다. 그러나 카오스 시스템의 특성상 무한히 발산하는 형태는 아니다.

이 카오스 시스템의 거동특성을 더 자세하게 살펴보기 위해 위상 궤적을 Fig. 1에 나타내었다.

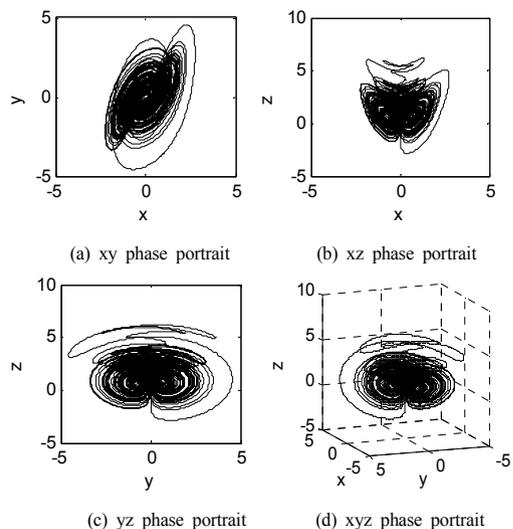


Fig. 1. Portraits of the chaotic system

Fig. 2는 Wolf 등[25]이 제안한 리아프노프 지표 (lyapunov exponents, LS)를 나타낸 것으로 이 지표 중의 하나가 양수이면 카오스 특성을 나타내며 그림을 통해 이를 확인할 수 있다.

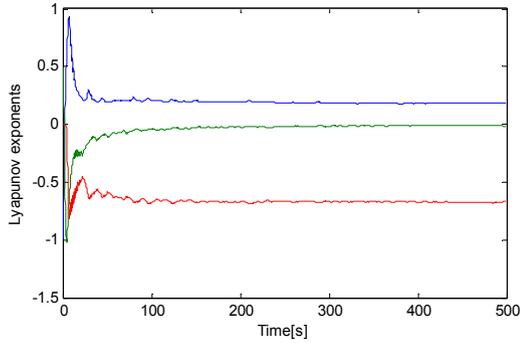


Fig. 2. Lyapunov exponents of the chaotic system

Fig. 3은 초기상태가  $[0.001 \ 0.001 \ 0]^T$ 인 경우와  $[0.001 \times 10^{-3} \ 0.001 \ 0]^T$ 인 경우의 시간응답을 나타낸 것이다. 일반적으로 카오스 시스템은 초기상태의 선택에 영향을 많이 받게 되는데, 이 시스템도 아주 작은 초기상태 차이임에도 불구하고, 매우 민감한 동적 거동 특성을 보여주고 있다.

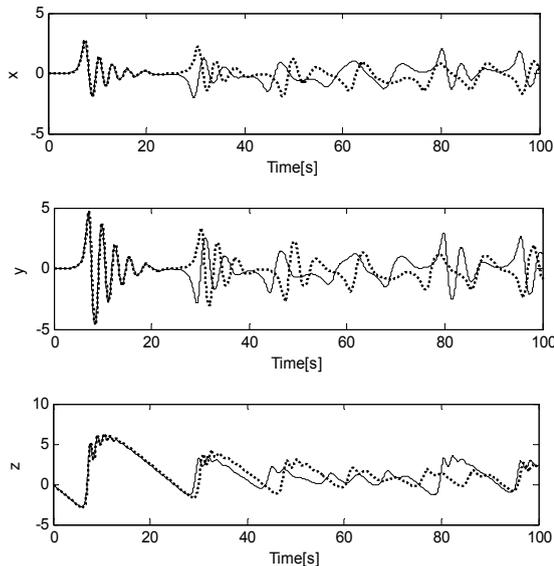


Fig. 3. Responses of the chaotic system starting from different initial conditions

### 3. 능동 슬라이딩 모드 제어기 설계

#### 3.1 구동-응답 시스템

본 논문에서는 서론에서 설명한 것과 같이 카오스 시스템의 동기화를 위해 구동-응답 유형을 적용하기로 한다. 따라서 식 (1)로 표현된 카오스 시스템을 구동 시스템으로 가정하고, 이를 편의상 벡터  $\mathbf{x}$ 로만 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

$$\text{여기서 } \mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbf{R}^3, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1x_3 \\ x_1x_2 - b \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3 \text{ 이다.}$$

한편, 식 (3)은 응답 시스템으로 간주한다.

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{f}(\mathbf{y}) + \mathbf{u} \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T \in \mathbf{R}^3$ 는 응답시스템의 상태벡터,  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3] \in \mathbf{R}^3$ 는 응답시스템을 구동시스템과 동기화를 위해 설계하는 제어입력이다.

Fig. 4는 본 논문에서 카오스 시스템의 동기화를 위해 적용하는 동기화 기법의 개념도를 그림으로 나타낸 것이다.

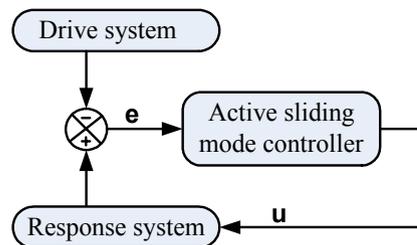


Fig. 4. The drive-response synchronization scheme

동기화 오차 신호는 Fig. 4에 나타낸 것과 같이 식 (4)로 정의한다.

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{x} \quad (4)$$

오차 시스템은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{u} \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{f}(\mathbf{y}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -y_1y_3 + x_1x_3 \\ y_1y_2 - x_1x_2 \end{bmatrix}$ 이다.

이제 카오스의 동기화는 식 (6)을 만족시키는 제어입력  $\mathbf{u}$ 를 설계하는 문제로 재정립 할 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = 0 \quad (6)$$

이때  $\|\cdot\|$ 은 Euclidean norm을 의미한다.

### 3.2 능동 제어기 설계

능동 제어(active control) 설계법을 이용한 제어입력은 식 (7)과 같이 선정하는 것이 가능하다.

$$\mathbf{u} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{h}(t) \quad (7)$$

식 (7)을 식 (5)에 대입한 후 정리하면 식 (8)과 같다.

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{h}(t) \quad (8)$$

결국 카오스의 동기화 문제는 식 (8)의 선형 시스템에 적절한 신호  $\mathbf{h}(t)$ 를 인가하여  $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}$ 으로 안정화 시키는 문제로 생각할 수 있다. 또한, 이것이 가능하다면 식 (2)의 구동시스템과 식 (3)의 종속시스템이 최종적으로 동기화될 수 있다는 것을 의미한다.

$\mathbf{h}(t)$ 를 결정하는 방법으로는 여러 가지가 있을 수 있으나 본 논문에서는 구현이 용이하고, 응답이 빠르며, 양호한 과도상태 응답과 외부 외란 및 파라미터 변동에 대한 강인한 성능을 갖는 슬라이딩 모드 제어 기법을 적용한다.

슬라이딩 모드 제어의 일반성을 유지하기 위해  $\mathbf{h}(t)$ 를 식 (9)와 같이 정의한다.

$$\mathbf{h}(t) = \mathbf{k}\mathbf{w}(t) \quad (9)$$

여기서  $\mathbf{k} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]^T$ 로 행렬의 쌍  $(\mathbf{A}, \mathbf{k})$ 가 가제어가능(controllable)을 선정하는 이득 벡터 이고,  $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}$ 는 다음 식을 만족하는 제어입력이다.

$$\mathbf{w}(t) = \begin{cases} \mathbf{w}^+, & s(\mathbf{e}) > 0 \\ \mathbf{w}^-, & s(\mathbf{e}) < 0 \end{cases} \quad (10)$$

여기서  $s(\mathbf{e})$ 는 스위칭 평면(switching surface)을 의미한다.

### 3.3 슬라이딩 평면 설계

슬라이딩 평면은 슬라이딩 모드 제어 기법을 적용하며 다음과 같이 정의한다.

$$s(\mathbf{e}) = \mathbf{C}\mathbf{e} = c_1e_1 + c_2e_2 + c_3e_3 \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{C} = [c_1 \ c_2 \ c_3]$ 로 설계자가 선정하는 상수벡터이다.

등가제어(equivalent control)에 의한 접근법은 상태계적 스위칭 평면  $s(\mathbf{e}) = 0$  위에 머물기 위한 필요조건인  $\dot{s}(\mathbf{e}) = 0$ 으로부터 알 수 있다. 따라서 슬라이딩 모드 제어 시 제어 시스템은 다음 두 조건을 만족하게 된다.

$$s(\mathbf{e}) = 0, \quad \dot{s}(\mathbf{e}) = 0 \quad (12)$$

식 (8)과 식 (9)를 이용하여 정리하면 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{s}(\mathbf{e}) = \frac{\partial s(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{e}} = \mathbf{C}[\mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{k}\mathbf{w}(t)] = 0 \quad (13)$$

식 (13)을  $\mathbf{w}(t)$ 에 대해 정리하면 등가제어 입력  $\mathbf{w}_{eq}(t)$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$\mathbf{w}_{eq}(t) = -(\mathbf{C}\mathbf{k})^{-1}\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{e}(t) \quad (14)$$

이때  $(\mathbf{C}\mathbf{k})^{-1}$ 은 반드시 존재해야 하는 행렬이다.

식 (14)를 식 (8)에 대입하면 오차 시스템에 대한 폐루프 시스템을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{e}} = [\mathbf{I} - \mathbf{k}(\mathbf{C}\mathbf{k})^{-1}\mathbf{C}]\mathbf{A}\mathbf{e} \quad (15)$$

여기서  $\mathbf{I}$ 는 단위행렬을 의미한다. 식 (15)에서 상수 벡터  $\mathbf{C}$ 를 행렬  $[\mathbf{I} - \mathbf{k}(\mathbf{C}\mathbf{k})^{-1}\mathbf{C}]\mathbf{A}$ 의 모든 고유치가 음의

실수부를 갖도록 선정하면 식 (15)는 점근적으로 (asymptotically) 안정하게 됨을 알 수 있다.

### 3.4 슬라이딩 모드 제어기 설계

논문에서는 사용하는 도달법칙(reaching law)은 비례율 도달 법칙으로 식 (16)과 같다.

$$\dot{s} = -q \operatorname{sgn}(s) - rs \quad (16)$$

여기서  $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 는 부호함수(sign function)이며, 슬라이딩 모드의 이득  $q > 0$ ,  $r > 0$ 은 슬라이딩 조건을 만족해야 하고, 슬라이딩 모션(sliding motion)이 발생하도록 선정해야 한다.

이때  $r$ 이 너무 크게 선정되면 채터링(chattering) 현상이 발생하고,  $q$ 는 채터링이 발생하지 않으면서 슬라이딩 평면에 빠른 시간에 도달하도록 적절하게 선정해야 한다.

비례율 도달 법칙은 식 (16)에서 확인할 수 있듯이 상수율 도달 법칙(constant rate reaching law)인  $-q \operatorname{sgn}(s)$ 에 비례항  $-rs$ 가 추가된 형태이므로 상태 변수가 슬라이딩 평면에 도달하는 시간이 상수율 도달 법칙 보다 짧은 장점을 갖는다.

식 (13) 및 식 (16)에 의해 제어입력  $w(t)$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$w(t) = -(\mathbf{Ck})^{-1}[\mathbf{C}(r\mathbf{I} + \mathbf{A})\mathbf{e} + q \operatorname{sgn}(s)] \quad (17)$$

### 3.5 안정도 분석

식 (17)을 식 (8)에 대입한 후 정리하면 제어기가 포함된 전체 시스템은 다음과 같이 정리가 가능하다.

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{Ae} - \mathbf{k}(\mathbf{Ck})^{-1}[\mathbf{C}(r\mathbf{I} + \mathbf{A})\mathbf{e} + q \operatorname{sgn}(s)] \quad (18)$$

리아프노프(Lyapunov) 안정도 이론을 이용하여 식 (11)로 표현되는 슬라이딩 모드의 안정성을 확보하기 위해 다음과 같은 양의 한정(positive definite)인 리아프노프 후보함수를 정의한다.

$$V(\mathbf{e}) = \frac{1}{2}s^2(\mathbf{e}) \quad (19)$$

명확하게,  $V(\mathbf{e}) > 0$ 이 되고, 후보함수의 미분은 다음과 같다.

$$\dot{V}(\mathbf{e}) = s(\mathbf{e})\dot{s}(\mathbf{e}) = -rs^2 - q \operatorname{sgn}(s)s < 0 \quad (20)$$

리아프노프의 안정도 이론에 의해 슬라이딩 모드 제어는 안정하고, 식 (6)을 만족하는 것을 의미한다. 즉, 모든 초기치  $\mathbf{e}(0) \in \mathbf{R}^3$ 에 대하여 점근적으로 안정하게 된다. 이는 식 (2) 및 식 (3)으로 각각 표현되는 구동 시스템과 종속시스템이 모든 초기치  $\mathbf{x}(0)$ ,  $\mathbf{y}(0) \in \mathbf{R}^3$ 에 대하여 전역적, 점근적으로 동기화 될 수 있음을 의미한다.

## 4. 시뮬레이션 및 분석

시뮬레이션은 2가지에 대해 실시하여, 3장에서 설명한 제어기법의 타당성을 검증하기로 한다. 첫 번째는 서로 다른 초기상태에 대해, 두 번째는 외부 외란이 인가되는 상황에서 동기화가 이루어지는지 살펴보기로 한다.

카오스 시스템의 동기화를 위해 식 (2)를 구동시스템으로 식 (3)을 응답시스템으로 고려한다. 이때 상수  $a$ 와  $b$ 는 2장에서 설명한 것과 같이 각각 0.5의 값을 갖는 것으로 간주한다.

식 (4)를 이용하여 식 (5)를 다음과 같은 오차 행렬로 나타낸다.

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{Ae} + \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{u} \quad (21)$$

여기서  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 이다.

최종적인 제어입력은 식 (7)과 식 (9)에 의해 다음과 같이 결정한다.

$$\mathbf{u} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{k}w(t) \quad (22)$$

이때 이득  $\mathbf{k} = [1 \ 1 \ 1]^T$ 로, 슬라이딩 평면은 다음과 같이 경험적으로 선정한다.

$$s(\mathbf{e}) = \mathbf{Ce} = [-2 \ -8 \ 5]\mathbf{e} \quad (23)$$

그러면 식 (17)의 슬라이딩 모드 제어입력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(t) = [-2.4 \quad -12.4 \quad 7]e + 0.02s \operatorname{sgn}(s) \quad (24)$$

여기서 사용되는 부호함수인  $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 은 채터링 현상이 발생할 수 있고, 일반적으로 이를 막기 위해 포화함수 (saturation function)를 사용한다. 그러나 본 논문에서는 식 (16)에서 설명한 것과 같이 채터링 현상이 발생하지 않도록  $r=7$ ,  $q=0.1$ 로 시행착오를 통해 적절하게 선정하였다.

#### 4.1 초기상태 응답

Fig. 5는 종속시스템의 제어입력인 식 (22)를 적용한 것으로 0[s]에서 제어가 작동한 경우에 대한 오차응답을 나타낸 것이다.

이때 구동시스템과 종속시스템의 초기상태는 각각  $[0.001 \quad 0.001 \quad 0]^T$ 와  $[0.5 \quad -0.5 \quad 4]^T$ 이다. 그림에서 보면 종속시스템의 상태가 점진적으로 구동시스템의 상태에 잘 추종하여 최종적으로 오차 없이 동기화가 되는 것을 확인할 수 있다.

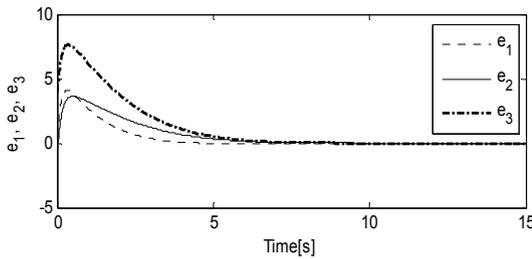


Fig. 5. Dynamics of the synchronization error ( $e_1, e_2, e_3$ ) with the controller activated at  $t=0$

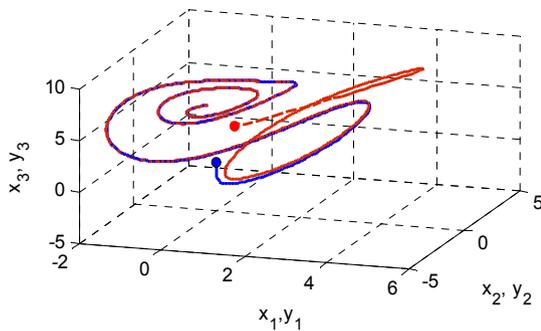


Fig. 6. 3D portrait of the state variables of the master and slave(dash line) system with the controller activated at  $t=0$

Fig. 6은 3D 공간상에 구동시스템과 종속시스템의 궤적을 나타낸 것으로 두 시스템이 서로 다른 초기상태에서 출발하지만 곧 동기화 되어 동일한 궤적을 나타내고 있다.

#### 4.2 외란상태 응답

다음은 외부 외란  $d(t) = 0.5 \sin(0.2t)$ 가 구동시스템의  $x_1$ 에 처음부터 인가되고 있는 것으로 가정한 경우의 동기화 특성을 검토한다. 이때 구동시스템과 종속시스템의 초기상태는 각각  $[0.001 \quad 0.001 \quad 0]^T$ 과  $[2 \quad 5 \quad 5]^T$ 이다. Fig. 7은 30[s]인 시점에서 제어가 작동한 경우의 오차응답이다. 그림에서 알 수 있듯이 30[s] 이전에는 종속시스템과 구동시스템이 서로 다른 동적 움직임을 보이다가 제어가 시작되는 30[s]지점에서 동기화가 이루어지기 시작하여 빠른 시간 안에 동기화 되고 있다. 외란이 존재하는 상황에서도 슬라이딩 모드 제어기는 강인한 성능을 보이고 있다.

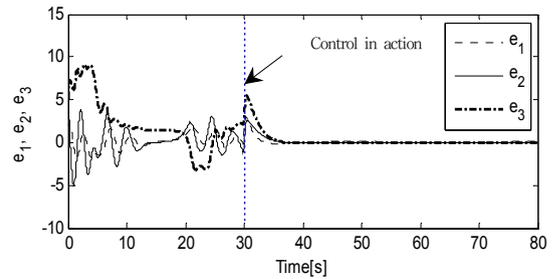


Fig. 7. Dynamics of the synchronization error ( $e_1, e_2, e_3$ ) with the controller activated at  $t=30$

Fig. 8은 슬라이딩 평면(s)과 제어입력  $u$ 를 나타낸 것으로 제어 시작과 함께 슬라이딩 평면은 0으로 수렴하며, 적절한 슬라이딩 모드 이득  $r$ 과  $q$ 의 선정으로 채터링 현상이 전혀 발생하지 않고 있다.

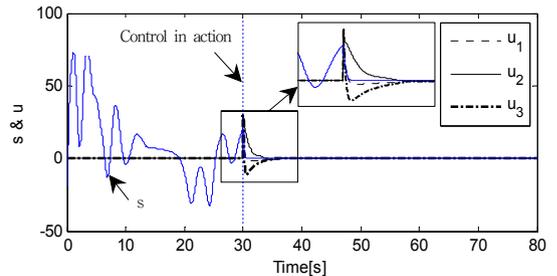


Fig. 8. Sliding surface and control inputs with the controller activated at  $t=30$

## 5. 결론

본 논문에서는 카오스 시스템의 동기화 문제에 대해 다루었다. 동기화를 위한 접근방법으로 구동시스템과 제어입력을 포함하는 종속시스템을 커플로 사용하는 방법을 사용하였다. 제어입력은 능동제어와 슬라이딩 모드 제어 기법을 결합한 능동 슬라이딩 모드 제어를 설계하였으며, 리아프노프 안정도 이론에 기초하여 전체 페루프 시스템에 대한 안정성을 해석하고, 안정함을 증명하였다.

컴퓨터 시뮬레이션 결과 제안한 방법은 서로 다른 초기조건과 외부 외란이 인가되는 상황에서 종속시스템은 구동시스템에 빠른 시간 안에 동기화가 이루어 졌다. 또한, 슬라이딩 모드 제어에서 발생할 수 있는 제어입력의 채터링 현상도 전혀 발생하지 않는 것을 확인하였다.

## References

- [1] E. N. Lorenz, "Deterministic Nonperiodic Flow", *Journal of Atmospheric Sciences*, vol. 20, pp. 130-141, 1963.  
DOI: [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1963\)020<0130:DNF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2)
- [2] G. Chen and T. Ueta, "Yet Another Chaotic Attractor," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 9, no. 7, pp. 1465-1466, 1999.  
DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218127499001024>
- [3] C. Liu, T. Liu, L. Liu, and K. Liu, "A new Chaotic Attractor," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 22, no. 5, pp. 1031-1038, 2004.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2004.02.060>
- [4] O. E. Rossler, "An Equation for Continuous Chaos," *Physics Letters A*, vol. 57, no. 5, pp. 397-398, 1976.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(76\)90101-8](https://doi.org/10.1016/0375-9601(76)90101-8)
- [5] J. Lü and G. Chen, "A New Chaotic Attractor Coined," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 12, no. 3, pp. 659-661, 2002.  
DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218127402004620>
- [6] J. C. Sprott, "Some Simple Chaotic Flows," *Physical Review E*, vol. 50, pp. R647-R650, 1994.  
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.50.R647>
- [7] S. Celikovskiy and G. Chen, "On a Generalized Lorenz Canonical Form of Chaotic Systems," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 12, no. 8, pp. 1789-1812, 2002.  
DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218127402005467>
- [8] M. Feki, "An Adaptive Chaos Synchronization Scheme Applied to Secure Communication," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 18, no. 1, pp. 141-148, 2003.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(02\)00585-4](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(02)00585-4)
- [9] A. A. Zaher and A. Abu-Rezq, "On the Design of Chaos-based Secure Communication Systems," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, no. 9, pp. 3721-3737, 2011.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2010.12.032>
- [10] R. Rhouma and S. Belghith, "Cryptoanalysis of a Chaos Based Cryptosystem on DSP," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, no. 2, pp. 876-884, 2011.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2010.05.017>
- [11] J. E. Skinner, "Low-dimensional Chaos in Biological Systems," *Nature Biotechnology*, vol. 12, pp. 596-600, 1994.  
DOI: <https://doi.org/10.1038/nbt0694-596>
- [12] Y. Nakamura and A. Sekiguchi, "Chaotic Mobile Robot," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 6, pp. 898-904, 2001.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/70.976022>
- [13] C. K. Volos, I. M. Kyripanidisb and I. N. Stouboulosb, "A Chaotic Path Planning Generator for Autonomous Mobile Robots," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 60, no. 4, pp. 651-656, 2012.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2012.01.001>
- [14] X. S. Yang and Q. Yuan, "Chaos and Transient Chaos in Simple Hopfield Neural Networks," *Neurocomputing*, vol. 69, no. 1-3, pp. 232-241, 2005.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2005.06.005>
- [15] L. M. Pecora and T. L. Carroll, "Synchronization in Chaotic Systems," *Physical Review Letters*, vol. 64, pp. 821-824, 1990.  
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.821>
- [16] Park, J.H. & Kwon, O.M., "A novel criterion for delayed feedback control of time-delay chaotic systems," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 23, no. 2, pp 495-501, 2005.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2004.05.023>
- [17] L. Lu, C. Zhang, and Z. A. Guo, "Synchronization Between Two Different Chaotic Systems with Nonlinear Feedback Control," *Chinese Physics*, vol. 16, no. 6, pp. 1603-07, 2007.  
DOI: <https://doi.org/10.1088/1009-1963/16/6/019>
- [18] E. W. Bai and K. E. Lonngren, "Synchronization of Two Lorenz Systems using Active Control", *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 8, no. 1, pp. 51 - 58, 1997.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(96\)00060-4](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(96)00060-4)
- [19] H. N. Agiza and M. T. Yassen, "Synchronization of Rossler and Chen Chaotic Dynamical Systems Using Active Control", *Physical Letters A*, vol. 278, no. 4, pp. 191 - 197, 2001.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(00\)00777-5](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(00)00777-5)
- [20] M. C. Ho and Y. C. Hung, "Synchronization of Two Different Systems by Using Generalized Active Control", *Physical Letters. A*, vol. 301, no. 5-6, pp. 424 - 428, 2002.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(02\)00987-8](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(02)00987-8)
- [21] X. Wu and J. Lü, "Parameter Identification and Backstepping Control of Uncertain Lü System," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 18, no. 4, pp. 721-729, 2003.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(02\)00659-8](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(02)00659-8)
- [22] U. E. Vincent, "Chaos Synchronization Using Active

Control and Backstepping Control: A Comparative Analysis,” *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, vol. 13, no. 2, pp. 253 - 261, 2008.

[23] J. Yan and M. Hung, T. Chiang, and Y. Yang, “Robust Synchronization of Chaotic Systems via Adaptive Sliding Mode Control,” *Physics Letters A*, vol. 356, no. 3, pp. 220-225, 2006.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2006.03.047>

[24] V. Sundarapandian, “Sliding mode controller design for synchronization of Shimizu-Morioka chaotic systems,” *International Journal of Information Sciences and Techniques*, vol. 1, no. 1, pp. 20-29, 2011.

[25] A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, and J. A. Vastano, “Determining Lyapunov Exponents from a Time Series,” *Physica D*, vol. 16, pp. 285-317, 1985.  
DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(85\)90011-9](https://doi.org/10.1016/0167-2789(85)90011-9)

**류 기 탁(Ki-Tak Ryu)**

[정회원]



- 2008년 2월 : 한국해양대학교 대학원 기관시스템공학과 (공학석사)
- 2011년 2월 : 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과 (공학박사 수료)
- 2001년 3월 ~ 2005년 7월 : 현대상선 엔지니어
- 2007년 5월 ~ 현재 : 한국해양수산연수원 교수

<관심분야>

비선형제어, 최적제어, 선박 전기 및 전력시스템, AC드라이브

**이 윤 형(Yun-Hyung Lee)**

[정회원]



- 2004년 2월 : 한국해양대학교 대학원 기관시스템공학과 (공학석사)
- 2007년 8월 : 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과 (공학박사)
- 2008년 2월 ~ 2014년 6월 : 한국항만연수원 교수
- 2014년 7월 ~ 현재 : 한국해양수산연수원 교수

<관심분야>

유전알고리즘 이론 및 응용, 퍼지제어, 비선형제어, 시스템식별, 선박 전기 및 제어시스템,