

지반보의 응력-변형률 거동에 대한 해석법 비교

이승현¹, 한진태^{2*}

¹선문대학교 건축사회환경공학부, ²한국건설기술연구원

Comparison of Two Methods for Analyzing Stress-Strain Behavior of Soil Beam

Seung-Hyun Lee¹, Jin-Tae Han^{2*}

¹Division of Architecture, Architectural Engineering and Civil Engineering, Sunmoon University, Asan, Korea

²Korea Institute of Construction Technology

요약 간극수압을 받는 지반보의 응력-변형률 거동 분석을 위해 해석해와 유한요소해석결과를 정량적으로 상호 비교해 보았다. 유한요소해석을 통해 얻은 수평응력은 해석해에 의한 결과와는 달리 지반보의 수평축에 대하여 대칭성을 보이지 않았으나 요소의 개수가 증가함에 따라 대칭에 가까운 형태를 보였다. 해석해에 의한 수평응력을 유한요소의 가우스점에 대하여 얻은 수평응력과 비교해 볼 때 3개의 요소를 고려한 유한요소해석을 통해 얻은 인장응력의 값은 해석해에 의한 최대 인장응력값의 6% 였고 압축응력의 값은 해석해에 의한 최대값의 37% 였다. 6개의 요소를 고려한 유한요소해석을 통해 얻은 인장응력의 값은 해석해를 통해 얻은 최대값의 61% 였고 압축응력의 값은 해석해를 통해 얻은 최대값의 83% 였다. 지반보 내에 발생하는 연직응력은 해석해에 의한 경우 보의 깊이에 따라 연속적인 분포양상을 보인다. 유한요소해석에 의한 연직응력은 유한요소를 구성하는 요소에 따라 이산적인 분포를 보이는데 요소내의 4개의 가우스점에 대하여 얻은 평균 연직응력은 지반보에 작용하는 간극수압의 크기에 가까운 값을 보였다. 지반보의 중앙 근처에서의 연직변위량을 비교해 볼 때 3개의 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소해석을 통해 얻은 값은 해석해에 의한 값의 35% 였으며 6개의 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소해석을 통해 얻은 값은 해석해에 의한 값의 57% 였다.

Abstract To analyze the behavior of a soil beam under pore water pressure, the results of analytical solutions and finite element analysis (FEM) were compared quantitatively. In contrast to the results of the analytical solution, the horizontal stress obtained from the FEM did not show a symmetrical distribution. On the other hand, the horizontal stress became closer to symmetrical distribution as the number of elements of the soil beam were increased. A comparison of the horizontal stresses from the analytic solution with those obtained from Gaussian points of FEM showed that the magnitude of the tensile stress from the FEM using 3 elements was 6% of the maximum value of the analytical solution and the compressive stress from the FEM using the same elements was 37% of the maximum value of the analytical solution. The magnitude of the tensile stress from the FEM using 6 elements was 61% of the maximum value of the analytical solution and the magnitude of the compressive stress from the FEM using the elements was 83% of the maximum value of the analytical solution. Vertical stresses, which were obtained from the analytical solution, showed a continuous distribution with the depth of the soil beam, whereas the vertical stresses from the FEM showed a discrete distribution corresponding to each element. The results also showed that the average value of the vertical stresses of each element was close to that of the pore water pressure. A comparison of the vertical displacements computed at the near vertical center line of the soil beam from the FEM with those of the analytical solution showed that the magnitude of the vertical displacement from FEM using 3 elements was 35% of the value of the analytical solution and the magnitude of the vertical displacement from FEM using 6 elements was 57% of the value of the analytical solution.

Keywords : Analytical solution, FEM, Horizontal stress, Soil beam, Vertical displacement

*Corresponding Author : Jin-Tae Han(Korea Institute of Construction Technology)

Tel: +82-31-910-0259 email: jimmyhane@kict.re.kr

Received August 28, 2018

Revised (1st September 17, 2018, 2nd October 16, 2018)

Accepted December 7, 2018

Published December 31, 2018

1. 서론

점토지반 아래에 모래지반이 존재하는 지반에 대하여 좁은 굴착을 진행하는 경우 가시적인 침출수의 흔적이 보이지 않더라도 굴착 도중 간극수압에 의해 점토지반에 갑작스런 융기현상이 발생할 수 있다[1]. 이러한 현상을 간극수압에 의한 융기현상(hydraulic uplift)이라 한다. 설계에 있어 간극수압에 의한 융기현상은 굴착폭을 따라 양단 사이에 존재하는 점토지반을 보로서 고려한 지반보(soil beam)로 놓고 지반보 양끝단에서의 전단강도를 고려하거나 안전측으로 점토의 전단강도를 무시하는 방식으로 고려하게 된다[2]. 그러나 보다 경제적인 설계가 되기 위해서는 지반보에 발생하는 응력분포와 변위분포가 신뢰성 있게 파악되어야 할 것이다. 본 연구에서는 지반보의 응력-변형률 거동을 파악하기 위해 탄성론에 근거한 해석적 방법과 유한요소해석법을 유도하고 지반보에 대한 두 방법의 해석결과를 정량적으로 상호 비교해 보았다. 해석적 방법에 있어서는 지반보의 탄성해를 얻기 위한 적절한 응력함수를 찾도록 하였으며 유한요소해석법에 의한 경우 해석과정을 코딩하여 지반보 해석에 특화된 프로그램을 얻고자 하였다.

2. 해석해(Analytic solution)

지반공학과 관련된 공학적 문제의 상당부분을 차지하는 평면변형률 문제와 관련하여 흙요소의 응력-변형률 해석을 위해 식 (1) 및 식 (2)와 같은 평형조건식과 변위의 적합조건식을 고려하게 된다[3]. 식 (1)에서 γ 는 흙요소의 단위중량을 의미한다.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \gamma = 0$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (2)$$

평면변형률 상태에서의 응력-변형률 관계를 행렬로 나타내면 식 (3) 또는 식 (4)와 같이 표현된다[4]. 식 (3) 및 (4)에서 E 와 ν 는 각각 지반의 탄성계수와 포아송비

를 의미한다.

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [D] \{\epsilon\} \\ &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\{\epsilon\} = \frac{1+\nu}{E} \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)의 우변을 식 (2)에 대입하여 정리한 식과 평형미분방정식인 식 (1)의 첫째 식과 둘째 식을 각각 x 와 z 에 대하여 편미분한 식을 변변 더함으로써 식 (5)와 같이 응력으로 표현되는 적합조건식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\sigma_x + \sigma_z) = 0 \quad (5)$$

식 (1)의 평형미분방정식을 만족하는 해를 응력함수, ϕ 를 도입하여 나타내면 식 (6)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \gamma z \\ \sigma_z &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \gamma z \\ \tau_{xz} &= -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)을 식 (5)에 대입하면 식 (7)과 같이 응력함수로 표현되는 적합조건식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial z^4} = 0 \quad (7)$$

따라서 식 (7)을 만족하는 응력함수가 결정되면 각각의 응력성분을 결정할 수 있게 된다. 본 연구에서는 식 (7)을 만족시키는 응력함수로서 식 (8)과 같은 5차의 Airy 응력함수[5]를 가정하였다. 식 (8)과 같은 다항식 형태의 응력함수는 사각형 요소의 경계에 응력이 선형적으로 분포하는 경우에 유용한 것으로 알려져 있다.

$$\phi_5 = \frac{a_5}{5(4)}x^5 + \frac{b_5}{4(3)}x^4z + \frac{c_5}{3(2)}x^3z^2 + \frac{d_5}{3(2)}x^2z^3 + \frac{e_5}{4(3)}xz^4 + \frac{f_5}{5(4)}z^5 \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하여 적합조건식을 만족시키는 계수 a_5, \dots, f_5 의 관계식을 얻을 수 있는데 $e_5 = -(2c_5 + 3a_5)$, $f_5 = -1/3(b_5 + 2d_5)$ 인 관계가 성립됨을 알 수 있다. 가정한 5차의 응력함수로부터 식 (6)을 적용하여 응력을 얻을 수 있는데 식 (8)에서 계수, d_5 이외의 계수들을 0으로 놓으면 식 (9)와 같이 표현되는 응력을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= d_5(x^2z - \frac{2}{3}z^3) \\ \sigma_z &= \frac{1}{3}d_5z^3 \\ \tau_{xz} &= -d_5xz^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Fig. 1에는 하단에 상향으로의 간극수압(u)이 작용하는 지반보가 나타나 있다. 지반보의 길이는 $2l$ 이고 두께는 $2c$ 인데 지반보는 평면변형률 상태에 있다.

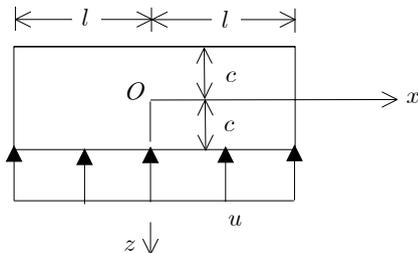


Fig. 1. Soil beam under pore water pressure

Fig. 1에 나타나 있는 응력분포를 모사하기 위해 식 (9)에 나타난 응력을 그대로 이용하는 경우 다음의 식 (10)에 주어진 경계조건이 만족되지 않음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} (\tau_{xz})_{z=\pm c} &= 0 \\ (\sigma_z)_{z=c} &= -u \\ (\sigma_z)_{z=-c} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 응력에 관한 부호규약은 인장응력을 양(+)의 값

으로 보고 압축응력은 음(-)의 값으로 본다. 따라서 식 (10)에 나타난 경계조건을 만족시키기 위해 추가적인 응력함수로부터 유도된 응력을 식 (9)에 의한 응력에 더해 주어야 한다. 이를 위해 2차의 응력함수로부터 유도되는 $\sigma_z = a_2$ 와 3차의 응력함수로부터 유도되는 $\sigma_z = b_3z$ 및 $\tau_{xz} = -b_3x$ 를 식 (9)에 의한 응력에 추가한다. 이렇게 하여 식 (10)의 경계조건을 만족하도록 응력을 결정하면 식 (11)을 얻을 수 있다. 식 (11)에서 I 는 단면2차모멘트로서 $2c^3/3$ 이다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{q}{2I}(x^2y - \frac{2}{3}y^3) \\ \sigma_y &= \frac{q}{2I}(\frac{1}{3}y^3 - c^2y - I) \\ \tau_{xy} &= \frac{q}{2I}(c^2 - y^2)x \end{aligned} \quad (11)$$

지반보와 관련하여 추가적인 경계조건은 식 (12)과 같은데 식 (11)의 응력에 의해 식 (12)의 첫 번째와 두 번째 경계조건은 만족됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} (\int_{-c}^c \tau_{xz} dz)_{x=\pm l} &= \pm ul \\ (\int_{-c}^c \sigma_x dz)_{x=\pm l} &= 0 \\ (\int_{-c}^c \sigma_x z dz)_{x=\pm l} &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)의 세 번째 식은 우력에 의한 모멘트의 합이 0인 조건을 나타내는데 이를 위해 3차의 응력함수로부터 유도되는 $\sigma_x = d_3z$ 를 중첩한다. 중첩된 σ_x 에 대하여 식 (12)의 세 번째 경계조건을 적용하여 결정된 σ_x 는 식 (13)과 같다.

$$\sigma_x = \frac{q}{2I}(x^2y - \frac{2}{3}y^3 - l^2y + \frac{2}{5}c^2y) \quad (13)$$

식 (11)과 (13)을 통해 응력이 결정되면 식 (4)를 이용하여 변형률을 구할 수 있다. 변위는 변형률을 적분하여 구할 수 있는데 적분을 통해 생기는 적분상수의 값은 주어진 문제의 경계조건을 통해 결정될 수 있다.

3. 유한요소법(FEM)

지반보에 대한 거동해석을 위해 유한요소해석법을 적용해 보았다. 해석을 위한 요소로는 식 (14)와 같이 요소 내의 변위가 형상함수와 절점변위로 표현되는 등매개변수 사변형 요소 (isoparametric quadrilateral element)[6]를 고려하였다. 삼각형 요소와 비교해 볼 때 하나의 사변형 요소에 의한 정확도를 확보하기 위해서는 사변형에 대응하는 두 개의 삼각형 보다 더 많은 삼각형요소가 필요함이 입증된 바 있다[7]. 등매개변수 사변형 요소에 관해서는 그동안 꾸준한 연구발전이 이어지고 있다[8,9]. 식 (14)에서 $\{d\}$ 는 절점변위 행렬을 의미하는데 u 와 v 는 각각 x 방향 및 z 방향 변위를 의미한다. 또한, 식 (14)에서 $[N]$ 은 형상함수 행렬을 의미하는데 전체좌표와 자연좌표를 매개짓는 형상함수에 관해서는 지금까지 많은 연구가 진행되어 오고 있다[10-12].

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} = [N] \{d\} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= (1-s)(1-t)/4 \\ N_2 &= (1+s)(1-t)/4 \\ N_3 &= (1+s)(1+t)/4 \\ N_4 &= (1-s)(1+t)/4 \end{aligned}$$

여기서 s, t 는 Fig. 2에 나타나 있는 요소에 적용된 자연좌표(natural coordinates)를 의미한다. Fig. 2에는 원문자로 표시된 가우스 적분점(Gaussian integration point)[13]과 그에 대응하는 자연좌표가 나타나 있다. 가우스 적분점은 유한요소의 요소 강성행렬을 구하고자 할 때 이중적분으로 표현되는 정적분 값을 수치적분을 이용하여 구하고자 할 때 쓰이게 된다.

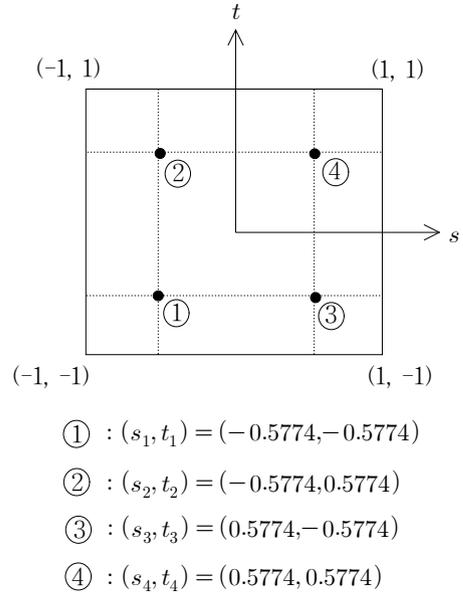


Fig. 2. Natural coordinates and Gauss points

변형률과 변위의 관계를 행렬로 나타내면 식 (15)와 같다.

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial(\cdot)}{\partial z} \\ \frac{\partial(\cdot)}{\partial z} & \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (15)$$

식 (15)에 나타나 있듯이 변형률은 x, z 에 대한 미분계수로 정의되는데 식 (14)로부터 변위는 s, t 의 함수임을 알 수 있다. 따라서 $\partial u/\partial x, \partial v/\partial z$ 또한 s, t 의 함수가 된다. x, z 에 의한 도함수를 구하기 위해 연쇄법칙을 적용하면 변형률은 식 (16)과 같이 표현된다. 식 (16)에서 $[[J]]$ 는 자코비안(Jacobian)을 의미한다[14].

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} &= \frac{1}{[[J]]} \begin{Bmatrix} \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial(\cdot)}{\partial s} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} & 0 \\ 0 & \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial(\cdot)}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial(\cdot)}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial(\cdot)}{\partial s} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \\ &= [D'] [N] \{d\} \\ &= [B] \{d\} \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)으로부터 $[B] = [D'] [M]$ 인데 $[D']$ 는 3x2 행렬이고 $[M]$ 은 2x8 행렬이므로 행렬 $[B]$ 는 3x8 행렬이 됨을 알 수 있다. 행렬 $[B]$ 를 다음의 식 (17)과 같이 표현하면 식 (17)에서 $[B_i]$ 는 식 (18)과 같이 표현된다.

$$[B] = \frac{1}{\|J\|} \{ [B_1] \ [B_2] \ [B_3] \ [B_4] \} \quad (17)$$

$$[B_i] = \begin{bmatrix} a(N_{i,s}) - b(N_{i,t}) & 0 \\ 0 & c(N_{i,t}) - d(N_{i,s}) \\ c(N_{i,t}) - d(N_{i,s}) & a(N_{i,s}) - b(N_{i,t}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

식 (18)에서 a, b, c, d 는 각각 식 (19)~(22)와 같다.

$$a = \frac{1}{4} \left\{ z_1(s-1) + z_2(-s-1) + z_3(1+s) + z_4(1-s) \right\} \quad (19)$$

$$b = \frac{1}{4} \left\{ z_1(t-1) + z_2(1-t) + z_3(1+t) + z_4(-1-t) \right\} \quad (20)$$

$$c = \frac{1}{4} \left\{ x_1(t-1) + x_2(1-t) + x_3(1+t) + x_4(-1-t) \right\} \quad (21)$$

$$d = \frac{1}{4} \left\{ x_1(s-1) + x_2(-s-1) + x_3(1+s) + x_4(1-s) \right\} \quad (22)$$

한편, 식 (16) 및 (17)에서의 자코비안, $\|J\|$ 는 식 (23)과 같이 표현된다.

$$\|J\| = \frac{1}{8} \{ X_c \}^T [S] \{ Z_c \} \quad (23)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 1-t & t-s & s-1 \\ t-1 & 0 & s+1 & -s-t \\ s-t & -s-1 & 0 & t+1 \\ 1-s & s+t & -t-1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{ X_c \}^T = \{ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \}$$

$$\{ Z_c \}^T = \{ z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \}$$

식 (17)의 행렬 $[B]$ 는 하나의 가우스점(Gaussian point)에 대해 계산되는 행렬이 되며 나머지 3개의 가우스점에 대응하는 행렬 $[B]$ 를 계산하여 더함으로써 요소의 강성행렬을 얻게 된다. 식 (16)에 나타난 변형률은 s, t 와 기지의 전체 좌표의 함수이므로 다음의 식 (24)로 표현되는 응력-변형률 관계 또한 s, t 와 기지의 전체 좌

표의 함수가 된다. 식 (24)에서 $[D]$ 는 식 (3)에 나타난 바와 같으며 3x3 행렬이다.

$$\{ \sigma \} = [D] \{ \epsilon \} = [D][B] \{ d \} \quad (24)$$

일정 두께, h 를 갖는 2차원 요소에 대하여 강성행렬 $[k]$ 을 나타내면 식 (25)와 같은데 식 (25)를 자연좌표 s, t 를 이용하여 나타내면 식 (26)과 같게 된다.

$$[k] = \iint_A [B]^T [D] [B] h dx dz \quad (25)$$

$$[k] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] h |J| ds dt \quad (26)$$

식 (26)에 의해 계산되는 행렬은 8x8 행렬이 됨을 알 수 있다. 식 (26)의 적분은 4점 가우스법칙(four point Gauss rule)[15]을 이용하여 수행하였는데 Fig. 2에 나타나 있는 가우스 적분점을 이용하여 식 (27)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} [k] &= [B(s_1, t_1)]^T [D] [B(s_1, t_1)] |h [J(s_1, t_1)]| W_1 W_1 \\ &+ [B(s_2, t_2)]^T [D] [B(s_2, t_2)] |h [J(s_2, t_2)]| W_2 W_2 \\ &+ [B(s_3, t_3)]^T [D] [B(s_3, t_3)] |h [J(s_3, t_3)]| W_3 W_3 \\ &+ [B(s_4, t_4)]^T [D] [B(s_4, t_4)] |h [J(s_4, t_4)]| W_4 W_4 \\ &= [k(s_1, t_1)] + [k(s_2, t_2)] + [k(s_3, t_3)] + [k(s_4, t_4)] \end{aligned} \quad (27)$$

식 (27)에서 $W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 1.0$ 이다.

4. 해석결과의 비교분석

지반보에 발생하는 응력상태를 정량적으로 알아보기 위해 Fig. 3과 같은 지반보를 고려하였는데 지반보에 대하여 가정한 물성값은 Table 1과 같다.

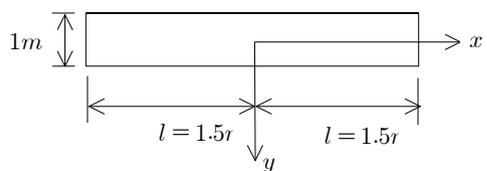


Fig. 3. Soil beam for analysis

Table 1. Properties of the soil beam

Unit weight (γ)	16 kN/m^3
Modulus of elasticity (E_s)	40000 kN/m^2
Poisson's ratio (ν)	0.45
Undrained shear strength (s_u)	40 kN/m^2

Table 1에서의 탄성계수는 비배수강도(s_u)를 이용하여 결정하였는데 정규압밀점으로 보고 $1000s_u$ 로 계산하였다[16]. Fig. 3에 나타난 지반보에 대한 해석해와 유한요소해석에 있어서는 자중에 의한 해석결과의 영향을 배제하고자 자중을 고려하지 않았다. 유한요소해석을 위한 지반보는 Fig. 4와 같은데 Fig. 3에 나타난 지반보를 3개의 요소로 분할한 경우와 6개의 요소로 분할한 경우에 대하여 해석을 수행하였다. Fig. 4에서 원문자로 나타낸 숫자는 요소번호를 의미하고 나머지 숫자는 절점번호를 나타낸다.

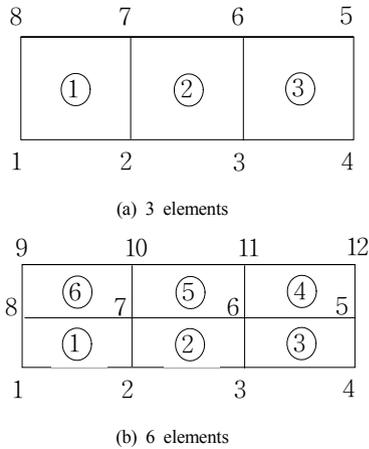


Fig. 4. Two types of elements for FEM

Fig. 3의 지반보에 대하여 간극수압의 크기는 보의 자중의 5배에 해당하는 값($u = 10\gamma c$)으로 하였는데 80 kPa 이다. 3개의 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소 해석에서는 Fig. 4(a)에서의 절점 5와 8에 대하여 수평변위와 연직변위를 구속하였다. 6요소로 구성된 지반보의 경우에는 Fig. 4(b)에서의 절점 5와 8의 수평변위와 연직변위를 구속하였다. 해석을 통해 구한 지반보내의 수평응력(σ_x)의 분포양상을 보의 길이에 따라 나타내면 Fig. 5와 같다. Fig. 5(a)는 해석해와 3개 요소로 구성된

지반보에 대한 유한요소해석결과를 비교한 것이고 Fig. 5(b)는 해석해와 6개 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소해석결과를 비교한 것이다.

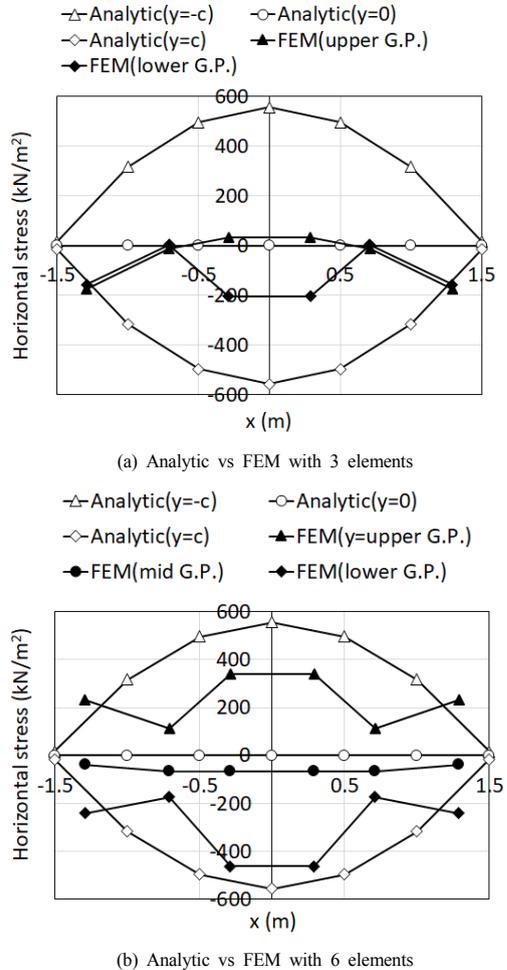


Fig. 5. Comparison of horizontal stresses

해석해에 의한 수평응력은 지반보의 상단과 하단에 대하여 대칭을 보임을 알 수 있는데 지반보의 상단에서는 인장응력이 발생하고 하단에서는 압축응력이 발생한다. Fig. 5(a)에 나타난 유한요소해석결과는 Fig. 2에 나타나 있는 가우스점에 대해 얻은 수평응력을 나타낸 것인데 지반보를 구성하는 3개 요소의 상부 가우스점(upper G.P.)과 하부 가우스점(lower G.P.)에 대해 얻은 수평응력을 의미한다. Fig. 5(a)를 통해 알 수 있듯이 유한요소해석결과는 해석해와 큰 차이를 보인다. 특히 요

소 상단부에서의 인장응력에 있어 큰 차이를 보임을 알 수 있다. 지반보의 중앙단면($x=0$)의 상단부에서의 인장응력의 크기를 비교해 보면 유한요소해석에 의한 값은 해석해에 의한 값의 6% 정도이다. 지반보의 중앙 하단부에서의 압축응력의 크기를 비교해 보면 유한요소해석에 의한 값은 해석해에 의한 값의 37% 정도이다. Fig. 5(b)의 범례에서 mid G.P. 가 의미하는 바는 Fig. 4(b)의 1,2,3번 요소와 4,5,6번 요소의 접촉면 근처에 존재하는 가우스점을 의미한다. Fig. 5(b)에 나타나 있는 해설결과를 통해 볼 때 6개의 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소해석결과에 비하여 해석해에 근접한 결과를 보임을 알 수 있다. 지반보 중앙 상단부에서의 인장응력을 비교해 보면 유한요소해석에 의한 값이 해석해에 의한 값의 61% 정도이다. 또한 지반보 중앙 하단부에서의 압축응력을 비교해 보면 유한요소해석에 의한 값이 해석해에 의한 값의 83% 정도이다. 지반보 중앙의 연직단면에 대하여 해석해를 통해 구한 연직응력을 보의 상단에서부터 깊이에 따라 나타내면 Fig. 6과 같다.

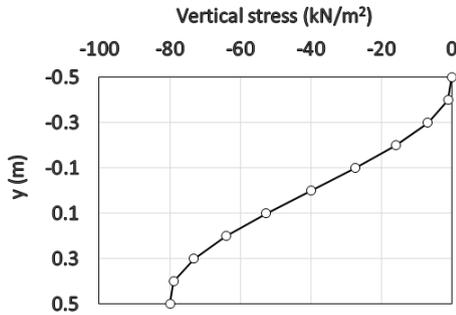


Fig. 6. Distribution of vertical stress with depth of soil beam

Fig. 6을 통해 알 수 있는 바와 같이 지반보의 상하면에서의 응력상태는 경계조건을 만족함을 알 수 있으며 깊이에 따른 연직응력은 곡선분포를 보이며 깊이에 관계없이 압축응력이 작용함을 알 수 있다. 유한요소해석결과에 따르면 Fig. 4(a)의 2번 요소의 네 개의 가우스점에 대해 구한 평균 연직응력은 85 kN/m^2 으로 계산된다. 그리고 Fig. 4(b)의 2번 요소와 5번 요소의 네 개의 가우스점에 대해 구한 평균 연직응력은 각각 183 kN/m^2 과 13 kN/m^2 으로 계산되며 이들 두 개 값의 평균은 98 kN/m^2 이다. 해석해를 통해 지반보의 변위를 얻고자

하는 경우에는 변형률을 적분하여 구하게 되는데 경계조건으로 $v_{x=l,y=0}=0$ 와 $u_{x=0,y=0}=0$ 를 적용하였다. 해석해와 유한요소해석결과를 통해 얻은 지반보의 연직변위량은 Fig. 7과 같다. Fig. 7에서 해석해에 의한 연직변위량은 지반보의 중립선(neutral line, $y=0$)에서의 값을 나타낸 것이다. 3개의 요소로 구성된 지반보에 대한 연직변위량은 Fig. 4(a)의 절점 6, 7에 대한 값을 의미하며 6개의 요소로 구성된 지반보에 대한 연직변위량은 Fig. 4(b)의 절점 6, 7에 대한 값을 의미한다.

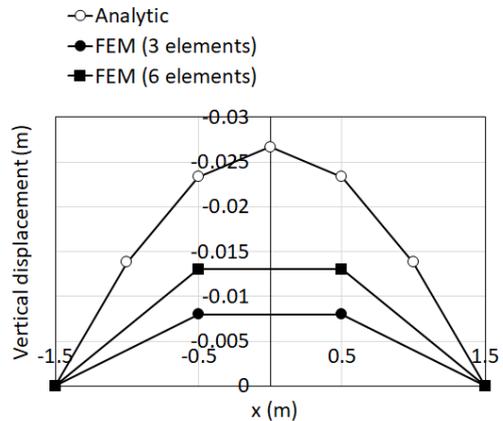


Fig. 7. Comparison of vertical displacements

Fig. 7을 통해 알 수 있는 바와 같이 연직변위량은 보의 길이에 따라 좌우대칭의 형상을 보이고 보의 중앙에서 변형량이 최대가 된다. 해석법에 따른 연직변위량을 정량적으로 비교해 보기 위해 $x=0.5 \text{ m}$ 에 대응하는 변위량을 비교해 보면 다음과 같다. 즉 3개의 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소해석을 통해 얻은 연직변위량은 해석해에 의한 값의 35% 이고 6개의 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소해석을 통해 얻은 연직변위량은 해석해에 의한 값의 57% 이다. 따라서 유한요소해석을 위한 요소의 개수를 증가시킴으로써 해석해에 의한 결과에 근접하는 결과를 보임을 알 수 있다.

5. 결론

간극수압을 받는 지반보의 응력-변형률 거동 분석을 위해 해석해와 유한요소해석결과를 정량적으로 상호 비교해 보았는데 본 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 본 연구를 통해 지반보에 대한 해석해를 구하는데 적합한 응력함수를 제시하였다.
- (2) 유한요소해석을 통해 얻은 수평응력은 해석해에 의한 결과와는 달리 지반보의 수평축에 대하여 대칭성을 보이지 않았으나 요소의 개수가 증가함에 따라 대칭에 가까운 형태를 보였다. 해석해에 의한 수평응력을 유한요소의 가우스점에 대하여 얻은 수평응력과 비교해 볼 때 3개의 요소를 고려한 유한요소해석을 통해 얻은 인장응력의 값은 해석해에 의한 최대 인장응력값의 6% 였고 압축응력의 값은 해석해에 의한 최대값의 37% 였다. 6개의 요소를 고려한 유한요소해석을 통해 얻은 인장응력의 값은 해석해를 통해 얻은 최대값의 61% 였고 압축응력의 값은 해석해를 통해 얻은 최대값의 83% 였다.
- (3) 지반보 내에 발생하는 연직응력은 해석해에 의한 경우 보의 깊이에 따라 연속적인 분포양상을 보인다. 유한요소해석에 의한 연직응력은 유한요소를 구성하는 요소에 따라 이산적인 분포를 보이는데 요소내의 4개의 가우스점에 대하여 얻은 평균 연직응력은 지반보에 작용하는 간극수압의 크기에 가까운 값을 보였다.
- (4) 지반보의 중앙 근처에서의 연직변위량을 비교해 볼 때 3개의 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소해석을 통해 얻은 값은 해석해에 의한 값의 35% 였으며 6개의 요소로 구성된 지반보에 대한 유한요소해석을 통해 얻은 값은 해석해에 의한 값의 57% 였다.
- (5) 지반보의 응력-변형률 거동 해석을 위한 유한요소해석과정을 직접 코딩함으로써 다양한 경계조건과 형상을 갖는 지반보에 대해 유용한 방법이 될 것으로 보이며 요소수를 증가시킴으로써 해석결과와 정확도가 증가함을 알 수 있었다.

- B.V., pp. 356~360, 1994.
- [3] S. P. Timoshenko, and J. N. Goodier, Theory of Elasticity, McGraw-Hill Book co., pp. 26~31, 1987.
- [4] M. Budhu, Soil mechanics and foundations, John Wiley & Sons, Inc., pp. 113~114, 2007.
- [5] G. B. Airy, Phil. Trans. Roy. Soc. London, vol. 153, 1863.
- [6] K. J. Bathe : Finite Element Procedures, Prentice-Hall International, New Jersey, USA, pp. 1037, 1996.
- [7] E. Wilson, B. Parsons, "Trapezoidal Finite Elements - Their Derivation and Use for Axisymmetric Rotating Bodies", ASME Presentation at the Design Engineering Technical Conference, Cincinnati, Ohio, September 9-12, Paper 73 -DET- 47, 1973.
- [8] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, J.Z. Zhu, The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals, Elsevier, Oxford, UK, 2008.
- [9] D. Moxey, M. D. Green, S. J. Sherwin, J. Peiro, "An isoparametric approach to high-order curvilinear boundary-layer meshing", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.283, pp. 636-650, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2014.09.019>
- [10] J. Hoth and W. Kowalczyk, Direct determination of shape functions for isoparametric elements with arbitrary node configuration, Open Engineering, Volume 5, Issue 1, ISSN (Online) 2391-5439, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1515/eng-2015-0049>
- [11] S.E. Stapleton, T. Gries, A.M. Waas. E.J. Pineda. Adaptive Shape Functions and Internal Mesh Adaptation for Modelling Progressive Failure in Adhesively Bonded Joints, NASA Technical Report, NASA/TM-2014-218333, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijssolstr.2014.05.022>
- [12] P. Jarzelski, K. Wisniewski, Corrected shape functions for sixnode triangular element for heat conduction, In: T. Lodygowski, J. Rakowski, P. Litewka (Eds.), Recent Advances in Computational Mechanics, CRC Press, London, UK, 2014.
- [13] O. C. Zienkiewicz, The Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company Ltd., pp. 196, 1977.
- [14] E. Kreyszig, Advanced engineering mathematics, John Wiley & Sons, Inc., pp. 415~417, 1983.
- [15] A. Stroud and D. Secrest, Gaussian Quadrature Formulas, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1966.
- [16] J. E. Bowles, Foundation analysis and design, McGraw-Hill Book Co., pp. 103, 1988.

References

- [1] Seung Hyun Lee, Eung Seok Kim, "Analytical study on distribution of stresses induced in soil beam", Journal of Academia-Industrial Cooperation Society, vol. 16, no. 12, pp. 5009, 2015. DOI: <https://dx.doi.org/10.5762/KAIS.2015.16.7.5009>
- [2] S. Hansbo, Foundation Engineering, Elsevier Science

이 승 현(Seung-Hyun Lee)

[정회원]



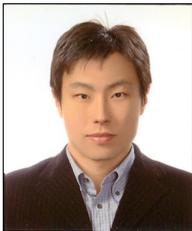
- 1988년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2000년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 건축사회환경학부 교수

<관심분야>

토질역학, 기초공학

한 진 태(Jin-Tae Han)

[정회원]



- 1999년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 2001년 2월 : 서울대학교 지구환경시스템공학부 (공학석사)
- 2006년 8월 : 서울대학교 지구환경시스템공학부 (공학박사)
- 2011년 12월 ~ 현재 : 한국건설기술연구원 Geo-인프라연구실 수석연구원

<관심분야>

지반내진공학, 기초공학