

로봇에의 적용을 위한 학습제어 방법 개발

허경무* · 원광호*

The Development of a Learning Control Method for the Application to Industrial Robots

Kyung-Moo Huh* and Kwang-Ho Won*

요약 본 논문에서는 피드백 사용형 2차 반복 학습제어 방법이 수렴 성능의 향상과 외란에 대한 강인성 향상에 덧붙여 학습제어의 피드백 항을 이용함으로써 초기 조건 오차가 있음에도 불구하고 이를 극복할 뿐만 아니라 기존의 알고리즘보다 더 빠른 수렴 능력이 있음을 확인한다. 또한 불안정한 결과를 낳는 높은 학습 제어 계인의 경우에도 피드백 항을 추가한 본 학습제어 방법에 의해 안정화됨으로써, 빠른 응답 특성과 강인성 향상을 가져올 수 있음을 보인다. 그리고 본 알고리즘을 선형화시킨 로봇 매니퓰레이터의 선형 시변 시스템 모델에 대해 적용한 시뮬레이션 결과를 통해 초기 조건 오차의 극복 능력이 뛰어난 것을 확인하고 시스템의 안정화와 강인성 향상에 기여함을 확인한다.

Abstract In this paper, we show that our previously proposed second-order iterative learning control method with feedback is more effective and has better convergence performance than the second-order iterative learning control method without feedback, particularly in the case of the existence of initial condition errors. Also the convergence proof of the proposed method is given. And through the simulation result of applying the proposed method to the linear time-varying system, we show that our proposed method has enhanced robustness and stability in case of the existence of initial condition errors.

Key Words : Iterative learning control, Feedback, Robustness to disturbances, Initial condition, System parameter variation

1. 서 론

완전한 설계의 시스템이라 할지라도 실제 발생되는 여러 가지 문제들, 외란, 초기 조건 오차, 시스템 변수의 변화 등 이러한 주위 환경에 따른 확실한 극복 능력이 있다면 시스템이 정상적인 작동을 하는데 어려움이 많다. 게다가 빠르고도 복잡한 동특성을 지닌 시스템에서는 이러한 외란과 초기 오차 등의 문제로 인해 기존의 제어 기법 등으로 실시간 제어를 하기에는 복잡하고 어려운 것으로 판단되는 경우가 많이 있어 왔다. 이러한 불확실한 동적 시스템을 보다 단순하면서도 정밀하게 제어할 수 있는 방법으로서 학습 제어 방법이 많이 연구되고 있다[1-3].

우리가 [4]에서 제안한 바 있는 피드백 사용형 2차 반복 학습제어 알고리즘은 외란의 제거와 시스템의 안정

화를 위하여 피드백 루프가 제어 시스템에 필요하다는 사실을 고려할 때 학습제어에 피드백 항을 추가함으로써 수렴 성능과 외란에 대한 강인성을 향상시키는 좋은 결과를 낼 수 있음을 알 수 있었다.

본 논문에서는 피드백 사용형 2차 반복 학습제어 방법이 앞에서 말한 성능의 향상, 즉 수렴 성능의 향상과 외란에 대한 강인성 향상에 덧붙여 학습제어의 피드백 항을 이용함으로써 초기 조건 오차가 있음에도 불구하고 이를 극복할 뿐만 아니라 기존의 알고리즘보다 더 빠른 수렴 능력이 있음을 확인한다. 또한 불안정한 결과를 낳는 높은 학습 제어 계인의 경우에도 피드백 항을 추가한 본 학습제어 방법에 의해 안정화됨으로써, 빠른 응답 특성과 강인성 향상을 가져올 수 있음을 보인다. 그리고 본 알고리즘을 선형 시변 연속 시스템에 대하여 적용한 시뮬레이션 결과를 통해 초기 조건 오차의 극복 능력이 뛰어난 것을 확인하고 시스템의 안정화와 강인성 향상에 기여함을 확인할 수 있었다.

*단국대학교 전자공학부

본 논문은 중소기업청과 충청남도가 주관한 2000년도 산학연 공동기술개발 지역컨소시엄 사업의 지원을 받아 (주)건창기업과 공동 개발하였으며 그 핵심내용은 로봇에의 적용을 위한 학습제어 방법의 개발을 제안하였다. 이는 산업현장에서 존재할 수 밖에 없는 초기위치 오차와 외란의 영향을 최소한으로 줄이도록 로봇을 제어함으로써, 획기적인 성능 향상을 이루어 생산성 향상을 기하기 위한 신기술 개발이다. (Tel: 041-550-3548)

본문에서 사용되는 벡터 노름(vector norm)과 매트릭스 노름(matrix norm), 그리고 lambda 노름의 정의는 다음과 같다.

$$f = (f^{(1)}, f^{(2)}, \dots, f^{(r)}) \text{ 일 때}$$

$$\|f\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq r} |f^{(i)}| \quad (1)$$

$$G = (g^{(i)}) \text{ 일 때}$$

$$\|G\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq r} \left\{ \sum_{j=1}^r |g^{(ij)}| \right\} \quad (2)$$

$$h : [0, T] \rightarrow R^n \text{ 일 때}$$

$$\|h(\cdot)\|_{\lambda} \triangleq \sup_{t \in [0, T]} e^{-\lambda t} \|h(t)\|_{\infty} \quad (3)$$

2. 피드백 사용형 2차 반복 학습제어 알고리즘

다음과 같은 선형 시변 연속 시스템(Linear Time-Varying Continuous System)을 대상으로 하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(0) = x^0, \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 x 는 (nx1)의 상태벡터이고 u 는 (px1)의 제어벡터이며 y 는 (mx1)의 출력벡터이다. 그리고 $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $D(t)$ 는 각기 적절한 디멘션을 갖는 행렬함수로서, 모두 미지의 파라미터를 포함하는 연속함수들이다.

우리가 성취하고자 하는 목표 출력 경로를 $y_d(t)$, $0 \leq t \leq T$ 라 하고, 허용오차 범위를 $\epsilon^* > 0$ 이라 하자. 이 때 우리의 목적은 시스템 파라미터 $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $D(t)$ 의 값을 정확히 알지 못하는 상태에서, 선형 시변 연속 시스템 식(4)의 출력 $y(t)$ 가 다음 식(5)과 같은 조건을 만족시키도록 하는 제어 입력 $u(t)$, $0 \leq t \leq T$ 를 구해내는 것이다.

$$E(y(t)) = \|y_d(t) - y(t)\| \leq \epsilon^*, \quad 0 \leq t \leq T \quad (5)$$

여기서 시스템에 대한 동특성을 정확히 알지 못하는 상태이기 때문에, 우리가 생각하는 경로추적 문제는 간단히 해결되기가 어렵다. 그래서 그것을 해결하기 위한 방법으로 다음과 같은 피드백 사용형 2차 반복 학습제어 알고리즘을 제안하였다.

$$\begin{aligned} u_{k+1}(t) &= P_1 u_k(t) + P_2 u_{k-1}(t) + Q_1 e_k(t) + Q_2 e_{k-1}(t) \\ &\quad + R e_{k+1}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서 $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ 이고, $R e_{k+1}(t)$ 항이 피드백 항을 나타낸다. 그리고 이 알고리즘은 다음의 두 조건 (A1),(A2)하에서 수렴한다는 것을 보인바 있다[4].

$$(A1) \quad P_1 + P_2 = I$$

$$(A2) \quad \sup_{t \in [0, T]} \|(I + RD(t))^{-1} (P_1 - Q_1 D(t))\|_{\infty} + \sup_{t \in [0, T]} \|(I + RD(t))^{-1} (P_2 - Q_2 D(t))\|_{\infty} < 1$$

대부분의 실제 시스템에서는 매 iteration시마다 초기 조건의 오차가 존재하기 쉽다. 따라서 본 논문에서는 이와 같이 초기 조건의 오차가 있을 경우에 대하여 본 알고리즘의 수렴성을 분석하고 관찰한다.

먼저 본 알고리즘이 초기 조건 오차가 있는 경우에도 반복횟수 k 가 증가함에 따라 시스템 출력이 목표 출력에 수렴하도록 보장한다는 것을 다음에서 보인다.

이를 위해 식(4)의 시스템에서 상태 벡터의 초기 조건에 오차가 있다고 가정하자. 즉 $x_d(0) \neq x_k(0)$ 라고 가정한다.

<수렴성 증명>

$$\begin{aligned} u_d(t) - u_{k+1}(t) &= P_1(u_d(t) - u_k(t)) + P_2(u_d(t) - u_{k-1}(t)) \\ &\quad - Q_1[C(t)x_d(t) + D(t)u_d(t) - C(t)x_k(t) - D(t)u_k(t)] \\ &\quad - Q_2[C(t)x_d(t) + D(t)u_d(t) - C(t)x_{k-1}(t) - D(t)u_{k-1}(t)] \\ &\quad - R[C(t)x_d(t) + D(t)u_d(t) - C(t)x_{k+1}(t) - D(t)u_{k+1}(t)] \\ &= (P_1 - Q_1 D(t))(u_d(t) - u_k(t)) \\ &\quad + (P_2 - Q_2 D(t))(u_d(t) - u_{k-1}(t)) \\ &\quad - Q_1 C(t)(x_d(t) - x_k(t)) - Q_2 C(t)(x_d(t) - x_{k-1}(t)) \\ &\quad - RC(t)(x_d(t) - x_{k+1}(t)) - RD(t)(u_d(t) - u_{k+1}(t)) \end{aligned}$$

로부터

$$\begin{aligned} (I + RD(t))(u_d(t) - u_{k+1}(t)) &= \\ (P_1 - Q_1 D(t))(u_d(t) - u_k(t)) &+ (P_2 - Q_2 D(t))(u_d(t) - u_{k-1}(t)) \\ - Q_1 C(t)(x_d(t) - x_k(t)) &- Q_2 C(t)(x_d(t) - x_{k-1}(t)) \\ - RC(t)(x_d(t) - x_{k+1}(t)) & \quad (7) \end{aligned}$$

가 얻어지며, 양변을 $(I + RD(t))^{-1}$ 로 곱한 뒤 노름을 계산하면 다음과 같은 부등식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \|u_d(t) - u_{k+1}(t)\|_{\infty} &\leq \\ \|(I + RD(t))^{-1} (P_1 - Q_1 D(t))\|_{\infty} &\|u_d(t) - u_k(t)\|_{\infty} \\ + \|(I + RD(t))^{-1} (P_2 - Q_2 D(t))\|_{\infty} &\|u_d(t) - u_{k-1}(t)\|_{\infty} \\ + \|(I + RD(t))^{-1} Q_1 C(t)\|_{\infty} &\|x_d(t) - x_k(t)\|_{\infty} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \|(I+RD(t))^{-1}Q_2C(t)\|_\infty \|x_d(t)-x_{k-1}(t)\|_\infty \\
 & + \|(I+RD(t))^{-1}RC(t)\|_\infty \|x_d(t)-x_{k+1}(t)\|_\infty \\
 \forall t \in [0, T] \tag{8}
 \end{aligned}$$

가정에서 $x_d(0) \neq x_k(0)$ 이므로 모든 시간대 $0 \leq t \leq T$ 에
서 다음 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}
 \|x_d(t)-x_k(t)\|_\infty & = \|x_d(0)-x_k(0) \\
 & + \int_0^t [(A(\tau)x_d(\tau)+B(\tau)u_d(\tau)) \\
 & - (A(\tau)x_k(\tau)+B(\tau)u_k(\tau))]d\tau \|_\infty \\
 \leq \|x_d(0)-x_k(0)\|_\infty & + \int_0^t [a \|x_d(\tau)-x_k(\tau)\|_\infty \\
 & + b \|u_d(\tau)-u_k(\tau)\|_\infty] d\tau \tag{9}
 \end{aligned}$$

(여기에서 $a = \sup_{t \in [0, T]} \|A(t)\|_\infty$,

$$b = \sup_{t \in [0, T]} \|B(t)\|_\infty \text{ 임.})$$

여기에 Bellman-Gronwall lemma[5]를 적용하면

$$\begin{aligned}
 \|x_d(t)-x_k(t)\|_\infty & \leq \|x_d(0)-x_k(0)\|_\infty e^{at} \\
 & + \int_0^t b \|u_d(\tau)-u_k(\tau)\|_\infty e^{a(t-\tau)} d\tau \tag{10}
 \end{aligned}$$

의 부등식이 얻어지며, 따라서 식 (8)과 식(10)으로부터
다음 관계가 얻어진다(여기서 식을 간단히 하기 위해
 $u_d(t)-u_k(t)$ 를 $\delta u_k(t)$ 로 표기한다.).

$$\begin{aligned}
 \|\delta u_{k+1}(t)\|_\infty & \leq l_1 \|\delta u_k(t)\|_\infty + l_2 \|\delta u_{k-1}(t)\|_\infty \\
 & + m_1 \int_0^t \|\delta u_k(\tau)\|_\infty e^{a(t-\tau)} d\tau \\
 & + \frac{m_1}{b} \|x_d(0)-x_k(0)\|_\infty e^{at} \\
 & + m_2 \int_0^t \|\delta u_{k-1}(\tau)\|_\infty e^{a(t-\tau)} d\tau \\
 & + \frac{m_2}{b} \|x_d(0)-x_{k-1}(0)\|_\infty e^{at} \\
 & + m_3 \int_0^t \|\delta u_{k+1}(\tau)\|_\infty e^{a(t-\tau)} d\tau \\
 & + \frac{m_3}{b} \|x_d(0)-x_{k+1}(0)\|_\infty e^{at} \tag{11}
 \end{aligned}$$

여기에서

$$l_1 = \sup_{t \in [0, T]} \|(I+RD(t))^{-1}(P_1-Q_1D(t))\|_\infty,$$

$$l_2 = \sup_{t \in [0, T]} \|(I+RD(t))^{-1}(P_2-Q_2D(t))\|_\infty \text{ 이고,}$$

$$m_1 = \sup_{t \in [0, T]} b \|(I+RD(t))^{-1}Q_1C(t)\|_\infty,$$

$$m_2 = \sup_{t \in [0, T]} b \|(I+RD(t))^{-1}Q_2C(t)\|_\infty,$$

$$m_3 = \sup_{t \in [0, T]} b \|(I+RD(t))^{-1}RC(t)\|_\infty \text{ 이다.}$$

식 (11)에서 정함수 (positive function) $e^{-\lambda t}$ 를 곱하면
다음 관계가 얻어지며,

$$\begin{aligned}
 e^{-\lambda t} \|\delta u_{k+1}(t)\|_\infty & \leq \\
 l_1 e^{-\lambda t} \|\delta u_k(t)\|_\infty & + l_2 e^{-\lambda t} \|\delta u_{k-1}(t)\|_\infty \\
 + \frac{m_1}{b} \|x_d(0)-x_k(0)\|_\infty e^{-(a-\lambda)t} \\
 + m_1 \int_0^t e^{-\lambda \tau} \|\delta u_k(\tau)\|_\infty e^{-(a-\lambda)(t-\tau)} d\tau \\
 + \frac{m_2}{b} \|x_d(0)-x_{k-1}(0)\|_\infty e^{-(a-\lambda)t} \\
 + m_2 \int_0^t e^{-\lambda \tau} \|\delta u_{k-1}(\tau)\|_\infty e^{-(a-\lambda)(t-\tau)} d\tau \\
 + \frac{m_3}{b} \|x_d(0)-x_{k+1}(0)\|_\infty e^{-(a-\lambda)t} \\
 + m_3 \int_0^t e^{-\lambda \tau} \|\delta u_{k+1}(\tau)\|_\infty e^{-(a-\lambda)(t-\tau)} d\tau \\
 \leq l_1 \|\delta u_k(\cdot)\|_\lambda + l_2 \|\delta u_{k-1}(\cdot)\|_\lambda \\
 + m_1 \int_0^t \|\delta u_k(\cdot)\|_\lambda e^{-(a-\lambda)(t-\tau)} d\tau \\
 + m_2 \int_0^t \|\delta u_{k-1}(\cdot)\|_\lambda e^{-(a-\lambda)(t-\tau)} d\tau \\
 + m_3 \int_0^t \|\delta u_{k+1}(\cdot)\|_\lambda e^{-(a-\lambda)(t-\tau)} d\tau \\
 + [\frac{m_1}{b} \|x_d(0)-x_k(0)\|_\infty + \frac{m_2}{b} \|x_d(0)-x_{k-1}(0)\|_\infty \\
 + \frac{m_3}{b} \|x_d(0)-x_{k+1}(0)\|_\infty] e^{-(a-\lambda)t} \quad \forall t \in [0, T] \tag{12}
 \end{aligned}$$

이로부터 다음 관계가 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 \|\delta u_{k+1}(\cdot)\|_\lambda & \leq \\
 [l_1 + \frac{m_1}{\lambda-a}(1-e^{-(a-\lambda)T})] \|\delta u_k(\cdot)\|_\lambda \\
 + [l_2 + \frac{m_2}{\lambda-a}(1-e^{-(a-\lambda)T})] \|\delta u_{k-1}(\cdot)\|_\lambda \\
 + \frac{m_3}{\lambda-a}(1-e^{-(a-\lambda)T}) \|\delta u_{k+1}(\cdot)\|_\lambda + \varepsilon, \quad \lambda \neq a \tag{13}
 \end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
 \varepsilon & = \frac{m_1}{b} \|x_d(0)-x_k(0)\|_\infty \\
 & + \frac{m_2}{b} \|x_d(0)-x_{k-1}(0)\|_\infty + \frac{m_3}{b} \|x_d(0)-x_{k+1}(0)\|_\infty \\
 & = \frac{m_1}{b} \varepsilon_k + \frac{m_2}{b} \varepsilon_{k-1} + \frac{m_3}{b} \varepsilon_{k+1}
 \end{aligned}$$

이다. ($\varepsilon_k = \|x_d(0)-x_k(0)\|_\infty$ 로 표기) 결국 이 ε 항이
추가됨으로 인해, λ 를 충분히 크게 잡을 때 다음 관계

가 성립하게 되며,

$$\| \delta u_{k+1}(\cdot) \|_{\lambda} \leq l_1 \| \delta u_k(\cdot) \|_{\lambda} + l_2 \| \delta u_{k-1}(\cdot) \|_{\lambda} + \epsilon,$$

조건 (A2)에서 $l_1 + l_2 < 1$ 이므로, $\| \delta u_k(\cdot) \|_{\lambda}$ 는 $(\frac{1}{1-l_1-l_2}) \epsilon$ 내로 수렴하게 된다. 즉,

$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup \| \delta u_k(\cdot) \|_{\lambda} \leq (\frac{1}{1-l_1-l_2}) \epsilon$ 로서, 이는 λ -norm에 있어서 $u_k(t)$ 가 $u_d(t)$ 에 반경 $(\frac{1}{1-l_1-l_2}) \epsilon$ 범위 내로 수렴함을 나타낸다. 또한 식 (10)을 이용하여 앞서와 같이 계산하면,

$$\| \delta x_k(\cdot) \|_{\lambda} \leq \| x_d(0) - x_k(0) \|_{\infty} + \int_0^t e^{(a-\lambda)(t-\tau)} \| \delta u_k(\cdot) \|_{\lambda} d\tau$$

$$\leq \epsilon_k + \frac{1}{\lambda-a} (1 - e^{(a-\lambda)T}) \| \delta u_k(\cdot) \|_{\lambda}$$

가 되며, 따라서

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sup \| \delta x_k(\cdot) \|_{\lambda} \leq \epsilon_k + \frac{1}{\lambda-a} (1 - e^{(a-\lambda)T}) (\frac{1}{1-l_1-l_2}) \epsilon$$

가 된다. 이들 결과와 식 (4)로부터 $y_k(t)$ 가 $y_d(t)$ 에 일정 반경 내로 수렴함을 쉽게 알 수 있다.

위의 결과로부터 초기 조건 오차가 있는 경우에 있어서, 초기조건 오차의 크기가 작을수록 목표치에의 수렴 반경이 작아지게 되어, 더 정확한 제어가 된다는 것을 알 수 있다.

3. 시뮬레이션 결과 및 고찰

N개의 자유도(degree of freedom)를 갖는 로봇 매니퓰레이터의 동특성은 일반적으로 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$J(q)\ddot{q} + H(\dot{q}, q) + G(q) = \tau \tag{14}$$

여기에서 $q = (q_1, \dots, q_n)$ 는 각 조인트의 위치(각 모터별 실제 회전 위치)를 나타내는 벡터이고, $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_n)$ 은 일반화된 토크 벡터(generalized torque vector)를 나타낸다. 그리고 $J(q)$ 는 이너샤(inertia) 매트릭스로서 항상 양의 값(positive definite)을 가지며, $G(q)$ 는 매니퓰레이터의 위치에너지를로부터 나오는 중력 벡터 성분이고, $H(\dot{q}, q)$ 는 centrifugal 힘과 Coriololis 힘 그리고 마찰력 등의 비선형 특성들로 이루어지는 성분이다.

로봇 매니퓰레이터에 있어서 원하는 동작(목표 동

작)에 대한 명령은 질데 좌표계(cartesian coordinates)에서의 값으로 지정하는 것이 대부분이지만, 본 논문에서는 조인트 좌표계(joint coordinates)에서의 명령($q_d(t)$)으로 지정하는 것으로 하도록 한다. 이 두 값들 사이에는 매니퓰레이터의 키네마틱스(kinematics)에 의해 서로 관계되는데, 어느 쪽으로 지정하는 기본적인 제어 특성은 같게 된다.

이 매니퓰레이터에 대해 기본 제어 구조를 PD 제어라고 한다고 할 때, 제어 입력은 [6-8]에서와 같이

$$\tau = G(q) + A(q_d - q) + B(\dot{q}_d - \dot{q}) \tag{15}$$

으로 할 수 있으며, 적절한 제어 이득(control gain)의 설정에 의해 매니퓰레이터가 주어진 목표 궤적(desired trajectory) $q_d(t)$ 근처에서 동작할 수 있도록 할 수 있다. 그러나 실제 동작과 목표 동작 사이에는 약간의 차이가 있게 되는데 이 차이를 $x(t) = q(t) - q_d(t)$ 라 할 때, $x(t)$ 가 작을 경우에 $q_d(t)$ 를 따라서 식 (14)의 시스템을 선형화(linearization)시키면 다음과 같은 선형 시변 시스템(linear time-varying system)이 얻어진다[1,9].

$$J(q_d(t))\dot{x}(t) + [B + C(t)]x(t) + [A + E(t)]x(t) = s(t) + u(t) \tag{16}$$

여기에서 $u(t)$ 는 매니퓰레이터의 동작을 개선시키기 위해 필요한 추가 제어 입력으로서, 학습 제어 방법의 적용시에는 학습 제어에 의해 매 반복시마다 계산해내야 하는 제어 입력이 된다. $J(q_d(t))$ 는 항상 양의 값(positive definite)이므로, 식(16)의 양변에 $J^{-1}[q_d(t)]$ 를 곱하면

$$\dot{x}(t) + C_1(t)x(t) + C_2(t)x(t) = s_1(t) + B_1(t)u(t) \tag{17}$$

의 형태로 나타내어지며, 이 식은 결국 다음과 같은 상태 방정식으로 표현될 수 있게 된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -C_2(t) & -C_1(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ s_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_1(t) \end{bmatrix} u(t) \tag{18}$$

따라서 이 식 (18)은 선형 시변 시스템으로 나타내어졌음을 알 수 있고, 다만 여기에서 모든 시변 계수함수들은 주어진 매니퓰레이터에 대해 정확히 산출해내기가 어려운 항목들이다.

본 논문에서 제안한 피드백 사용형 2차 반복 학습 제

어 알고리즘과 기존의 피드백이 없는 반복 학습제어 알고리즘과의 성능 비교를 위해, 식 (18)과 같은 형태로서 [1,10]에서 사용되었던 다음의 선형 시변 시스템에 대하여 각 알고리즘을 적용시켜 그 결과를 비교해보기로 한다. 이 때 식 (18)의 인가 성분(forcing term) $s_1(t)$ 는 0인 경우로 하여 적용한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(2+5t) & -(3+2t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (19-a)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (19-b)$$

$$y(t) = [0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (19-c)$$

이 때 목표 출력 $y_d(t)$ 는

$$y_d(t) = 12t^2(1-t), \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (20)$$

라 하자.

그런데 이 시스템에서는 출력식 (19-c)에 직달항 $D(t)$ 와 관련된 항목이 없기 때문에 본 알고리즘 식(6)을 바로 적용할 수가 없다. 하지만 출력식 (19 c)와 목표출력 식(20)을 약간 변형함으로써 본 알고리즘이 적용될 수 있는 등가의 출력식 및 목표 출력을 얻을 수 있다.

$$\hat{y}(t) = \dot{y}(t) = \hat{C}(t)x(t) + \hat{D}(t)u(t) \quad (21)$$

$$(이때 \hat{C}(t) = CA(t) = [-(2+5t) \quad -(3+2t)],$$

$$\hat{D}(t) = CB(t) = 1)$$

$$\hat{y}_d(t) = \dot{y}_d(t) = 12t(2-3t) \quad (22)$$

즉, $u(0)=0$ 인 조건하에 식 (21)의 출력 $\hat{y}(t)$ 를 식 (22)의 목표 출력 $\hat{y}_d(t)$ 로 가게 하는 그 어떤 제어 방식도, 식 (19)의 출력 $y(t)$ 를 식 (20)의 목표 출력 $y_d(t)$ 로 가도록 한다는 점에서 동가 하다고 하는 것이다.

이제 위 시스템의 출력의 경로 오차를 모든 시간대에서 $\epsilon^* = 0.02$ 내에 들도록 추적 성능을 보장하기 위해 피드백이 없는 2차 반복 학습제어와 피드백 사용형 2차 반복 학습제어의 두 가지 알고리즘을 설계하여 원하는 성능이 나올 때까지 계속 반복적으로 적용한다. 여기에서 피드백이 없는 2차 반복 학습 제어란 기존의 방법으로서 알고리즘 식(6)에서 $R=0$ 인 경우와 같다.

Figure 1, 2는 학습제어 시스템에 대해 초기 조건의 오차가 있을 경우의 결과로서, 각 반복 시마다 초기 조

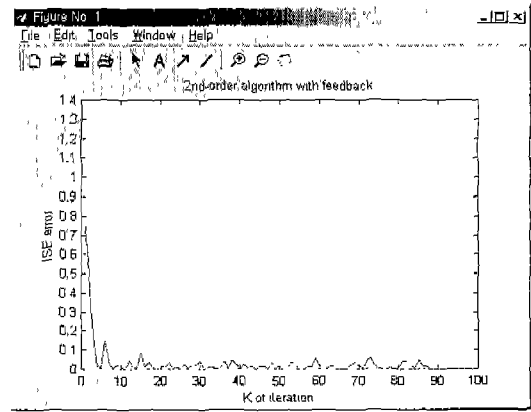


Figure 1. Output error when initial error exist(Second-order iterative learning control case).

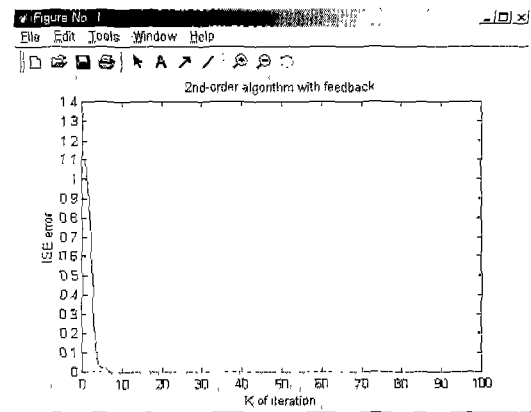


Figure 2. Output error when initial error exist(Second-order iterative learning control with feedback case).

건에 약간의 무작위 오차가 있을 경우의 출력 오차의 ISE(Integrated Square Error) 값을 보인다. 이 때 초기 조건의 오차는 $0.5 * random(0,1)$ 의 크기로 하였고, 반복횟수는 100가지로 하였다.

Figure 1은 피드백이 없는 2차 반복 학습제어를 적용했을 때의 결과이고 Figure 2는 피드백 사용형 2차 반복 학습제어를 적용했을 때의 결과이다. Figure 1에서 알 수 있듯이 피드백이 없는 2차 반복 학습제어의 경우에는 목표경로와 ϵ^* 이내의 경로 오차를 유지하도록 하는데 87번의 수행이 필요하다는 것을 알 수 있다. 그러나 Figure 2에서 보듯이 피드백 사용형 2차 반복 학습제어의 경우에는 목표경로와 ϵ^* 이내의 경로 오차를 유지하도록 하는데 8번의 수행만이 필요하다는 것을 알 수 있다. 따라서 피드백 사용형 학습제어가 피드백이 없는 학습제어보다 초기 조건 오차에 대한 극복 능력이

훨씬 더 뛰어난 결과를 알 수 있다. 이 때 각 제어 계수는 $P_1=1.12$, $P_2=-0.12$, $Q_1=1.4$, $Q_2=-0.15$, $R=0.13$ 이었다.

Figure 3, 4, 5는 불안정한 결과를 낼 수 있는 높은 학습 제어 계인의 경우에서의 시스템 출력에 피드백이 주는 영향을 보여주는 실험의 결과이다. 이 때 학습 제어 계수를 크게 증가시킨 것은 빠른 응답 특성과 수렴 성능을 향상하는 데에 있다. 하지만 너무 큰 학습 제어 계인을 가하게 되면 불안정한 시스템이 되어버리기 때문에 학습제어 계인의 증가는 제약을 받을 수 밖에 없다.

이 실험에서는 2차 반복 학습제어의 Q_1 계수를 2.2로 크게 높이고 초기 조건의 오차는 $0.2 * random(0,1)$ 의 크기로 하였으며, 반복횟수 k 는 40회까지로 하였다.

이 그림들에서 Figure 3은 목표 출력 $y_d(t)$ 를 보여주고 있고, Figure 4, 5는 실제 출력 $y(t)$ 를 나타내고 있다. 이때 Figure 4에서는 피드백이 없는 학습제어 방법의 경우로서 높은 학습 제어 계인으로 인해 불안정한 시스템이 되어지는 결과를 낳았다($P_1=1.12$, $P_2=-0.12$, $Q_1=2.2$, $Q_2=-0.15$, $R=0$). 그러나 Figure 5의 그림에서 보여주듯이 피드백 사용형 2차 반복 학습제어의 경우에는 초기 상태에 약간의 분쇄가 발생하지만 0.01 초 이후에는 피드백의 영향을 받아 목표출력을 바로 따라가고 있음을 알 수 있다(0.01초시에 약 $\epsilon^*=0.02$ 의 오차를 보임). 이때 학습제어 계수는 $P_1=1.12$, $P_2=-0.12$, $Q_1=2.2$, $Q_2=-0.15$, $R=0.13$ 로 하였다. 이로써 피드백 사용형 2차 반복 학습제어 방법이 불안정한 시스템을 안정화시키는 능력과 강인성을 증가시키는 것을 알 수 있다.

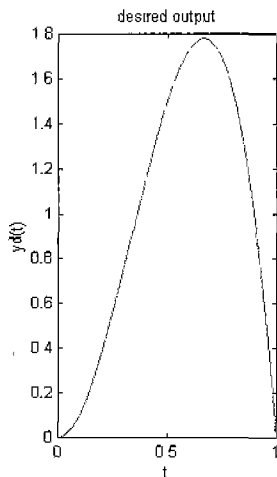


Figure 3. Desired output.

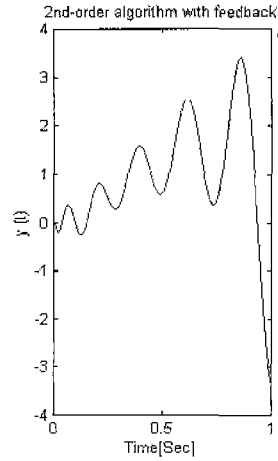


Figure 4. Output by second-order iterative learning control.

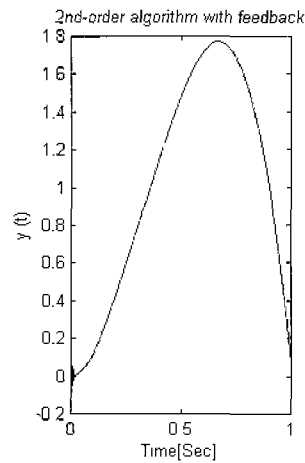


Figure 5. Output by second-order iterative learning control with feedback.

4. 결 론

본 논문에서는 이미 제안된 피드백 사용형 2차 반복 학습제어 방법 알고리즘이 초기 조건 오차가 있음에도 불구하고 이를 극복하여 기존의 알고리즘들 보다 훨씬 더 빠른 수렴 능력이 있음을 확인하였다. 또한 불안정한 결과를 낳는 높은 제어 계인의 경우에도 피드백 항을 추가한 본 학습제어 방법에 의해 안정화됨으로써, 빠른 응답 특성과 강인성 향상을 가져올 수 있음을 보여 주었다. 하지만 빠른 수렴 성능을 위해 학습제어 계인을 크게 하는 경우에 있어서 발생하는 약간의 초기 상태 문제를 완벽하게 해결하지는 못하였다. 이 부분에 대해서는 본 알고리즘을 좀더 개선하여 차후 지속적인 연구를 해야 할 것이다.

사 사

본 연구는 중소기업청과 충청남도가 주관한 2000년도 산학연 공동기술개발 지역컨소시엄 사업 지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

[1] Arimoto, S., Kawamura, S. and Miyazaki, F., "Bettering Operation of Robots by Learning", *Journal of Robotic Systems*, Vol. 1, No 2, pp. 123-140, 1984.

[2] K. H. Lee and Z. Bien, "Initial Condition Problem of Learning Control," *IEE Proc. Part D*, Vol. 138, No. 6, pp. 525-528, 1991.

[3] G. Heinzinger, D. Fenwick, B. Paden, and F. Miyazaki, "Stability of Learning Control with Disturbances and Uncertain Initial Conditions," *IEEE Tr. on Automatic Control*, Vol. 37, No. 1, pp. 110-114, 1992.

[4] 허경무, 우광준, "미선형 시스템에 적용 가능한 피드백 사용형 2차 반복 학습제어 알고리즘," 제어자동화시스템공학 논문지, 제4권 제5호, 1998년 10월, pp. 608-615.

[5] Lakshmikantham, V. and Leela, S., *Differential and Integral Inequalities - Vol. 1*, Academic Press, pp. 37-41, 1969.

[6] M. Takegaki and S. Arimoto, "A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators," *Trans. on ASME J Dyn. Syst. Meas. Control*, Vol. 103, pp. 119-125, 1982.

[7] S. Arimoto and F. Miyajaki, "Stability and Robustness of PID Feedback Control for Robot Manipulators of Sensory Capability," *Proc. 1st Int. Symp. Robotics Research*, The MIT Press, Cambridge, MA, 1983.

[8] F. Miyajaki, S. Arimoto, M. Takegaki, and Y. Maeda, "Sensory feedback based on the artificial potential for robot manipulators," *Proc. 9th IFAC*, Budapest, Hungary, July 1984.

[9] Tae-yong Kuk, Kwanghee Nam, and Jin S. Lee, "An Iterative Learning Control of Robots Manipulators," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 6, December, 1991.

[10] Bien, Z. and Huh, K. M., "Higher-order Iterative Learning Control Algorithm", *IEE Proceedings, Part. D*, Vol. 136, No. 3, May, 1989.

[11] Y. Chen, Z. Gong, and C. Wen, "Analysis of a high order iterative learning control algorithm for uncertain nonlinear systems," *Automatica*, 34(3), pp. 345-353, 1998.

[12] Zcungnam Bien and Jian-Xin Xu, *Iterative Learning Control-Analysis, Design, Integration and Applications*, Kluwer Academic Publishers, 1998.

[13] Mikael Norrlof, "Iterative Learning Control-Analysis, Design and Experiments," *Linus&Linca AB*, Linkoping, Sweden, 2000.