

# 고주파 영차홀드의 샘플링 주기와 물리적 댐퍼가 안정적인 햅틱 상호작용에 미치는 영향

이경노

국립 한국교통대학교 기계자동차항공공학부

## Effect of the sampling time of high-frequency ZOH and a physical damper on stable haptic interaction

Kyungno Lee

School of Mechanical, Automotive and Aeronautical Engineering, Korea National University of Transportation

**요약** 가상 환경과의 안정적인 상호작용은 사용자의 안전을 위해서 뿐만 아니라 사용자의 몰입감 향상을 위해서도 반드시 필요하다. 특히 현실감 높은 가상 강체 모델을 구현하기 위해서는 가상 강체 모델인 가상 스프링 상수를 가능한 크게 설계해야 한다. 그러나 가상 스프링 상수를 크게 하면 시스템이 불안정해지므로, 가상 스프링 상수의 크기에는 제한이 있다. 단일 샘플링 주기를 이용하는 기존 방법보다 가상 스프링의 안정성 영역을 크게 하기 위해서 제안된 방법이 고주파 영차홀드를 포함한 햅틱 시스템 모델이다. 본 논문에서는 고주파 영차홀드의 샘플링 주기, 햅틱 장치의 물리적 댐퍼 크기와 안정적인 가상 스프링 최대값과의 관계를 시뮬레이션을 통해 분석한다. 물리적 댐퍼 크기가 커질수록, 고주파 영차홀드의 샘플링 주기가 짧아질수록 가상 스프링의 안정성 영역은 커진다. 그리고 제시된 방법에서 비율  $N$ 이 40보다 커지면 물리적 댐퍼 크기에 따라 안정성 영역을 기존 방법보다 약 3배~8배 더 크게 만들 수 있다. 따라서 본 방법이 가상환경 속 사용자의 현실감 향상에 도움이 될 것이다.

**Abstract** Stable haptic interaction with virtual environments is essential not only for the safety of the user but also for improving the immersion of the user. If the coefficient of a virtual spring is increased, the system becomes unstable. Therefore, the coefficient of the virtual spring is limited. The haptic system with the high-frequency zero-order-hold (HF-ZOH) is proposed to enhance the stability margin of a virtual spring. In this paper, the relationship among the sampling period of HF-ZOH, the coefficient of the physical damper, and the maximum stable margin of the virtual spring is analyzed. The larger the coefficient of the physical damper is, the shorter the sampling period of the HF-ZOH is, the larger the stable region of the virtual spring becomes. If the ratio  $N$  is larger than 40, the stable region of the proposed method is about three times to eight times that of the previous method, according to the coefficient of the physical damper. Hence the method enables to improve the user's realism in virtual environments.

**Keywords** : Dual-rate sampling, Haptic device, Haptic stability, High-frequency ZOH, Physical damper

### 1. 서론

가상 환경과의 안정적인 상호작용은 사용자의 안전을 위해서 뿐만 아니라 사용자의 몰입감 향상을 위해서도

반드시 필요하다. 특히 현실감 높은 가상 강체 모델을 구현하기 위해서는 가상 강체 모델인 가상 스프링 상수를 가능한 크게 설계해야 한다. 그러나 가상 스프링 상수를 크게 하면 시스템이 불안정해지므로, 가상 스프링 상수

\*Corresponding Author : Kyungno Lee (Korea National University of Transportation)

Tel: +82-43-841-5285 email: klee@ut.ac.kr

Received December 7, 2018

Revised January 9, 2019

Accepted February 1, 2019

Published February 28, 2019

의 크기에는 제한이 있다.

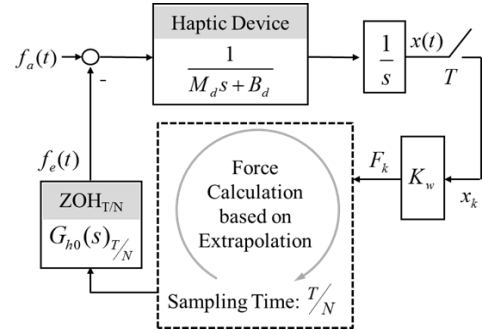
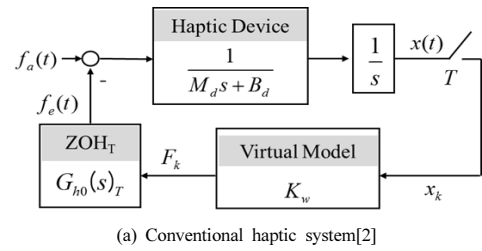
가상 스프링과의 안정적인 햅틱 상호작용을 위하여 샘플링주기, 물리적 댐퍼의 크기와 가상스프링 상수와와의 상관관계를 수동성 (passivity) 또는 루드-후르비츠 (Routh-Hurwitz) 판별법 측면에서 분석하는 연구들이 진행되었다[1-2]. 또한 가상 스프링의 안정성 영역을 크게 하기 위해서 비선형 가상스프링 모델[3]을 제안하거나, 햅틱 장치의 위치와 속도 샘플링 주기를 서로 다르게 하는 방법[4], 그리고 햅틱 장치의 질량 및 샘플링 주기와 관계없는 정규화된 특성 방정식을 유도하고, 이를 이용하여 물리적 댐퍼의 안정성 영역을 제시하는 연구[5]가 진행되었다. 그리고 최근에는 단일 샘플링 주기를 이용하는 기존 방법보다 가상 스프링의 안정성 영역을 크게 하기 위해서 고주파 영차홀드 출력을 포함하는 햅틱 시스템이 제안되었지만, 샘플링 주기 측면에서 가상 스프링의 안정성 영역이 분석되었을 뿐, 햅틱 시스템 구성 요소들과 시스템 안정성 사이의 분석은 아직 미흡하다[6].

본 논문은 고주파 영차홀드 출력이 포함된 햅틱 시스템에서 물리적 댐퍼와 고주파 영차홀드 샘플링 주기가 햅틱 시스템의 안정성 영역과 어떤 관계를 갖는지 분석한다. 이를 통해 사용자가 안정적인 시스템을 유지하면서, 현실감높은 가상 환경을 구성할 수 있도록 하고자 한다.

## 2. 고주파 영차홀드와 물리적 댐퍼가 포함된 햅틱 시스템

사용자의 조작에 의해서 움직이는 햅틱 장치의 위치  $x_k$ 를 일정주기  $T$ 로 측정하고, 이 값과 가상환경 모델을 이용하여 반력  $F_k$ 를 계산한 후, 동일주기로 사용자에게 힘을 피드백해주는 구조가 기존의 햅틱 시스템이며, Fig. 1(a)와 같다. 여기서  $M_d$ 는 햅틱 장치의 질량,  $B_d$ 는 햅틱 장치의 물리적 댐핑상수,  $K_w$ 는 가상 스프링 상수,  $T$ 는 샘플링주기,  $ZOH_T$ 는 샘플링 주기  $T$ 인 영차홀드, 그리고 반력  $F_k = K_w x_k$ 이다. 이 경우 햅틱 장치에 포함된 물리적 댐퍼와 가상 스프링 모델의 안정성 영역과의 관계는 선형적인 비례관계로서 (1)과 같다.

$$B_d > \frac{K_w T}{2} \quad (1) [1]$$



(b) Haptic system with an extrapolation and high-frequency ZOH [6]  
Fig. 1. Block diagram of haptic system.

반면 가상 스프링 모델의 안정성 영역을 보다 크게 하기 위해서 제안된 외삽법과 고주파 영차홀드 출력이 포함된 햅틱 시스템의 구조는 Fig. 1(b)와 같다[6]. 일정주기( $T$ )로 햅틱 장치의 위치를 측정하고 가상환경 모델을 이용하여 반력을 계산하는 단계까지는 기존 햅틱 시스템의 구조와 동일하지만, 그 힘을 바로 사용자에게 전달하는 것이 아니라 외삽법에 의한 반력 계산모델과 고주파 영차홀드  $ZOH_{T/N}$ 을 이용하여 보다 짧은 주기로 반력을 분할하여 사용자에게 전달해주는 방식에서 기존 방법과 차이가 있다[6]. 이 때 외삽법에 기초한 고주파 반력 계산모델은 (2)와 같다. 여기서  $F_k$ 는 샘플링시간  $kT$ 에서 측정된 위치  $x_k$ 를 이용하여  $F_k = K_w x_k$ 으로 계산된 힘이다. 그리고 고주파 영차홀드의 샘플링 주기는 변위  $x_k$ 를 측정하는 샘플링 주기  $T$ 보다  $1/N$  배 짧은 시간 간격인  $T/N$ 로 가정된다. 따라서 고주파영차홀드로 전달되는 힘인  $F_{k+\frac{n}{N}}$ 는 (2)에 의해  $T/N$  간격으로 계산된다[6].

$$\begin{aligned} F_{k+\frac{n}{N}} &= \left( \frac{F_k - F_{k-1}}{T} \right) \frac{n}{N} T + F_k \\ &= (F_k - F_{k-1}) \frac{n}{N} + F_k \end{aligned} \quad (2)[6]$$

where  $n = 0, \dots, N-1$

본 연구에서는 외삽법과 고주파 영차홀드가 포함된 상기 햅틱 시스템에 대해서 고주파 영차홀드의 샘플링 주기와 햅틱 장치의 물리적 댐퍼가 가상 스프링의 안정성 영역에 미치는 영향을 살펴보고자 한다.

### 3. 안정성영역에 대한 고주파 영차홀드 샘플링 주기와 물리적 댐퍼의 영향 분석

햅틱 장치의 물리적 댐퍼와 고주파 영차홀드의 샘플링 주기( $T/M$ )가 햅틱 시스템의 안정성에 미치는 영향을 살펴보기 위해서 Fig. 1 (b)의 햅틱 시스템 구조를 토대로 시뮬레이션 환경을 Fig. 2와 같이 구현한다[6]. 여기서  $FOH_T$ 는 샘플링 주기  $T$ 인 일차홀드 모델이다.

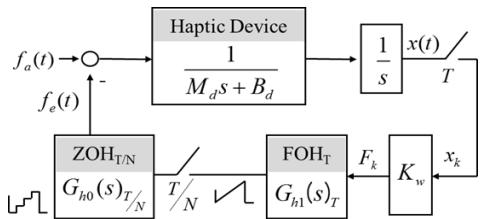


Fig. 2. Simulation for block diagram of haptic system with extrapolation and high-frequency ZOH.[6]

시뮬레이션에서 저주파 샘플링 주기인  $T$ 는 40 ms, 즉 25 Hz로 가정한다. 이는 사용자가 시각적인 측면에서 가상현실과 상호작용을 할 때, 동적 영상을 자연스럽게 느끼기 위해서 최소한 25 Hz이상의 속도로 가상 환경을 갱신해줘야 하기 때문이다. 그리고 햅틱 장치의 질량은 0.5 kg으로 가정한다. 그리고 햅틱 장치의 위치를 측정하는 샘플링 주기( $T$ )와 고주파 영차홀드의 샘플링 주기( $T/N$ )의 비율을 결정하는  $N$  값의 범위는 1에서 400까지이다. 즉 고주파 영차홀드의 샘플링 주파수는 25 Hz에서 최대 10 kHz를 구현할 수 있는 것으로 가정한다. 그리고 햅틱 장치의 물리적 댐퍼의 범위는 0.1 Ns/m에서 1.0 Ns/m로 가정한다.

모델화된 시뮬레이터의 성능 타당성을 검증하기 위해서  $N$ 이 1인 경우와  $N$ 이 매우 큰 경우에 대한 결과를 살펴본다. 고주파 영차홀드를 포함한 햅틱 시스템인 Fig. 1(b)에서 비율  $N$ 이 1이 되면 Fig. 1(a)와 같은 단일 샘플링 주기( $T$ )를 갖는 햅틱 시스템이 된다. 따라서 이를 시

뮬레이션을 통해 검증한 결과가 Fig. 3이다. 식 (1)을 이용하여 계산된 물리적 댐퍼 크기 변화에 따른 안정성 영역과 비율  $N$ 이 1로 모델화된 시뮬레이션에서의 안정성 영역과의 상대오차 평균은 0.0%이며, 따라서 그 영역이 일치함을 알 수 있다.

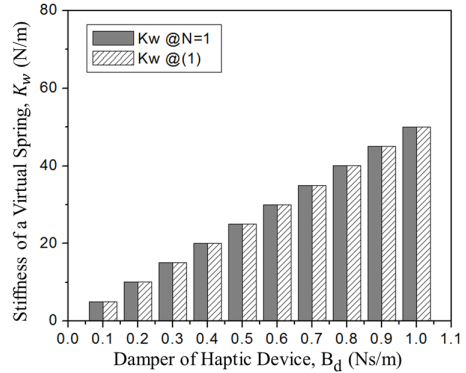


Fig. 3. Comparison of the maximum available stiffness between results computed in (1) and simulation results when  $N=1$

고주파 영차홀드로 전달되는 고주파성분의 힘은 외삽법에 근거하여 계산된다. 따라서 만약 비율  $N$ 이 매우 커지게 되면 마치 단일 샘플링 주기( $T$ )를 갖는 일차홀드를 통해 출력된 힘을 사용자에게 전달하는 구조가 된다. 그래서 일차홀드를 이용한 시뮬레이션 결과와 비율  $N$ 이 비교적 매우 큰 400일 때의 시뮬레이션 결과를 비교한 것이 Fig. 4이다. 이 때 10개의 물리적 댐퍼 값에 대한 상대오차의 평균은 0.071%이며, 따라서 거의 일치함을 알 수 있다.

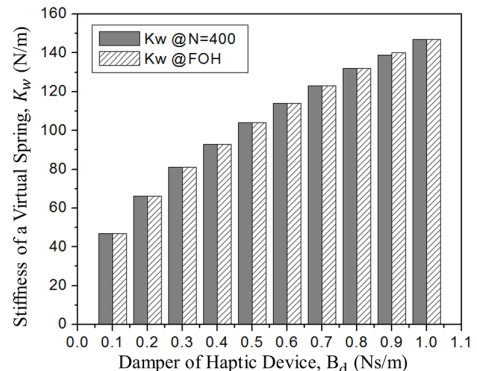


Fig. 4. Comparison of the maximum available stiffness between results using FOH and simulation results when  $N=400$

시뮬레이션 결과에서 가상 스프링의 안정성 영역이 거의 일치함을 알 수 있다. 따라서 상기 2가지 상황에 대한 결과분석을 통해 모델화된 시뮬레이션환경이 타당함을 알 수 있다. 고주파 영차홀드의 샘플링 주기와 물리적 댐퍼가 가상 스프링의 안정성 영역 변화에 미치는 영향을 살펴보기 위해, 비율  $N$ 과 댐퍼 크기( $B_d$ )를 변화시키면서 얻은 안정적인 가상 스프링의 최댓값을 그린 그래프가 Fig. 5이다.

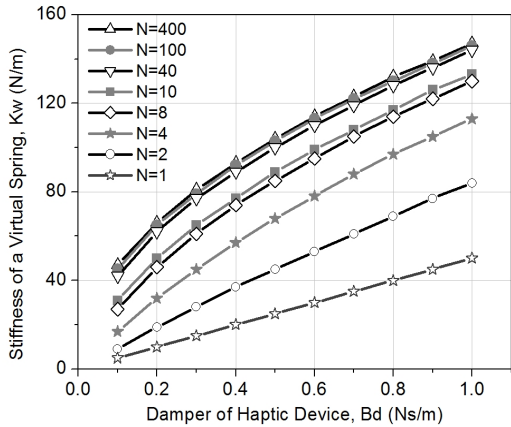


Fig. 5. The maximum available stiffness according to the coefficient of the physical damper and the ratio  $N$ .

기존 방법처럼 물리적 댐퍼가 커지면 가상 스프링의 안정성 영역도 점차 커진다. 특징적인 점은 동일한 물리적 댐퍼에 대해서도 비율  $N$ 이 1보다 커지면 안정성 영역이 더욱 커진다는 것이다. 그렇지만 비율  $N$ 값의 증가에 따라 안정성 영역이 계속적으로 커지는 것이 아니라 어느 값부터는 수렴하기 시작한다.

비율  $N$ 이 매우 커지면 Fig. 1(b)의 결과와 같이 가상 스프링의 안정성 영역은 샘플링주기가  $T$ 인 일차홀드를 통한 출력과 동일하게 된다. 일차홀드를 이용한 가상 스프링의 안정성 영역 크기에 대하여, 비율  $N$ 값 변화에 따른 안정성 영역 크기의 비로 나타낸 것이 (3)이며 이 값은 일차 홀드 결과 값에 대한 근접율이라고 할 수 있다. 그리고 이를 이용하여 그린 그래프가 Fig. 6이다. 여기서  $K_{w,max}@HF-ZOH_{T/N}$ 는 고주파 영차홀드 출력에 의한 가상 스프링 안정성 영역의 최댓값을,  $K_{w,max}@FOH_T$ 는 일차홀드에 의한 가상 스프링 안정성 영역의 최댓값을 의미한다.

$$Ratio(\%) = \frac{K_{w,max}@HF-ZOH_{T/N}}{K_{w,max}@FOH_T} \times 100(\%) \quad (3)$$

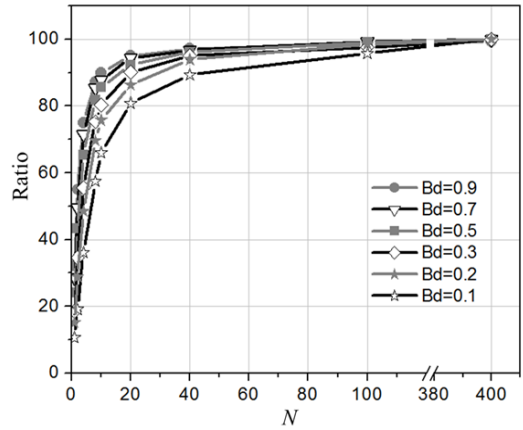


Fig. 6. Comparison between the maximum available stiffness using the high-frequency ZOH and that using the FOH only.

Fig. 6를 보면 댐퍼의 크기에 관계없이 비율  $N$ 이 커짐에 따라 근접율이 100%에 접근해가는 것을 볼 수 있다. 또한 물리적 댐퍼가 크면 클수록 근접율이 100%에 더욱 빠르게 수렴한다. 이러한 특징을 살펴보기 위해서 Fig. 6에서 근접율이 80%가 넘는 부분만을 확대한 것이 Fig. 7이다. 비율  $N$ 이 40보다 커지면 제시된 시뮬레이션 환경에서의 모든 물리적 댐퍼 크기에 대해서 근접율 90%이상의 결과, 즉 제시된 시스템에서 구현할 수 있는 안정성 영역 최댓값의 90%이상으로 안정성을 향상시킬 수 있다.

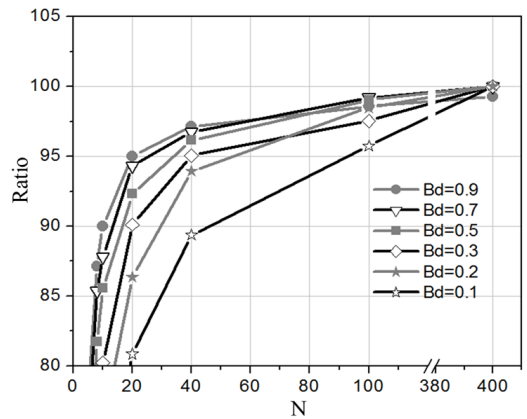


Fig. 7. Zoom in Fig. 6.

기존 방법을 이용한 가상 스프링의 안정성 영역 크기에 대하여 비율  $N$ 이 40인 경우의 안정성 영역의 크기 비를 물리적 댐퍼의 크기별로 나타낸 것이 Fig. 8이다. 비율  $N$ 이 매우 큰 값이 아니고, 비록 40 ( $T/N=1$  kHz) 정도의 실현가능한 수준이지만, 기존 방법보다 가상 스프링의 안정성 영역은 2.9 배 ~ 8.4 배 더 크게 확장할 수 있음을 Fig. 8이 보여준다.

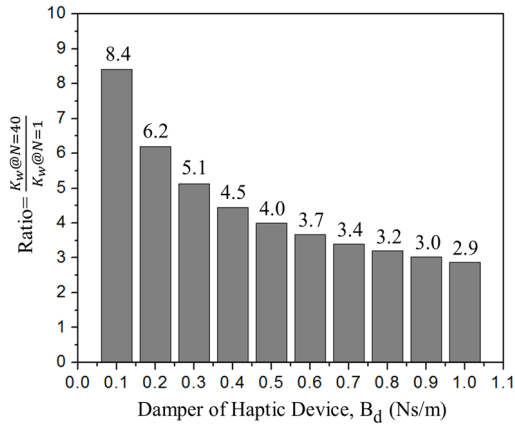


Fig. 8. Comparison between the maximum available stiffness when  $N$  is 40 and that when  $N$  is 1.

기존 방법에 의한 가상 스프링 영역의 크기에 대하여 고주파 영차홀드 출력 방법을 이용할 때 가상 스프링의 안정성 영역 크기 비율을 나타낸 것이 (4)이다. 여기서  $K_{w,max}@B_d, N$ 는 댐퍼크기  $B_d$ , 비율  $N$ 에 따른 고주파 영차홀드를 이용할 때 안정성 영역의 최댓값이고,  $K_{w,max}@B_d, ZOH_T$ 는 댐퍼크기  $B_d$ , 단일 샘플링 주기와 영차홀드를 이용할 때 안정성 영역의 최댓값이다. 그리고 물리적 댐퍼 크기와 비율  $N$ 의 변화에 따른 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이 Fig. 9이다. 댐퍼의 크기가 작을수록 고주파 영차홀드를 이용하는 방법의 성능 개선효과가 더 커짐을 알 수 있고, 댐퍼의 크기가 커짐에 따라 안정적인 영역 크기의 비는 점차 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이것은 제시된 방법이 댐퍼 크기가 작을수록 더욱 효과적임을 의미한다. 그리고 비율  $N$ 이 작으면 모든 댐퍼 크기에 대하여 안정성 영역 크기의 비가 비교적 일정하게 유지되는 반면, 비율  $N$ 이 충분히 크면 물리적 댐퍼와 안정성 영역의 크기의 비가 반비례 관계를 갖는다는 것을 Fig. 9를 통해 알 수 있다.

$$Ratio = \frac{K_{w,max}@B_d, N}{K_{w,max}@B_d, ZOH_T} \quad (4)$$

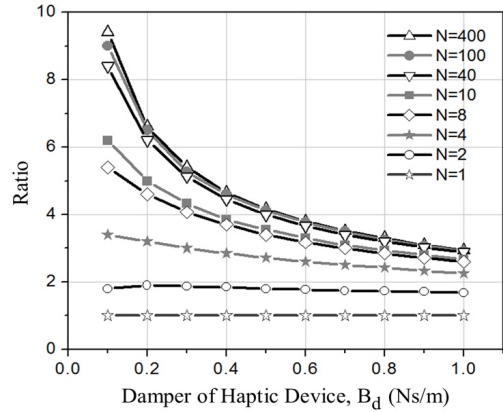


Fig. 9. The ratio computed from (4)

비율  $N$ 이 2이면, 제시된 물리적 댐퍼 크기에 대해서 가상 스프링의 안정성 영역을 1.7배 ~ 1.8배 향상시킬 수 있으며, 비율  $N$ 이 4이면 2.3배 ~ 3.4배 정도 향상시킬 수 있다. 이는 비교적 작은 비율  $N$ 에 대해서도 안정성 영역을 기존 방법보다 2배 ~ 3배 향상시킬 수 있다는 것을 보여준다.

가상 스프링의 안정성 영역을 크게 하려면 비율  $N$ 을 크게 하면 할수록 유리하지만, 실제 시스템을 구현하는 측면에서 보면 비율  $N$ 의 크기에는 그 한계가 존재한다. 그렇지만 제시된 방법에서는 비율  $N$ 이 충분히 크지 않더라도 기존 방법보다 안정성 영역을 수 배 더 크게 할 수 있다.

#### 4. 결론

가상 강체의 현실감을 증강시키기 위해서는 가상 강체 모델인 가상 스프링의 안정성 영역을 최대한 크게 만들어야 한다. 그래서 기존 방법보다 성능이 개선된 고주파 영차홀드를 포함한 햅틱 시스템 모델을 제안했고[6], 이를 기반으로 본 논문에서는 고주파 영차홀드의 샘플링 주기, 물리적 댐퍼 크기 변화와 안정적인 가상 스프링 최댓값과 관계를 분석하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 물리적 댐퍼의 크기가 커질수록, 그리고 고주파 영차홀드의 샘플링 주기가 짧아질수록 가상 스프링의 안

정성 영역은 커진다. 만약 고주파 영차홀드의 샘플링 주기가 충분히 짧아지면 댐퍼 크기와 안정성 영역 크기의 관계는 일차홀드 출력을 이용하는 방법과 동일해진다.

둘째, 비율  $N$ 이 충분히 크지 않더라도, 단일 샘플링 주기를 이용하는 기존 방법보다 안정성 영역을 수 배 더 크게 할 수 있다. 예를 들어 햅틱 장치의 위치 측정 샘플링 주기가 40ms이고 고주파 영차홀드의 샘플링 주기가 1ms (비율  $N=40$ )이면 안정적인 스프링 상수 영역을, 물리적 댐퍼 크기에 따라 기존 방법보다 2.9배-8.4배 더 크게 할 수 있다.

셋째, 물리적인 댐퍼를 크게 하면 시스템 안정성이 향상되는 대신에 햅틱 장치를 자유롭게 움직일 때 댐퍼에 의해 반력이 발생되어 가상 환경에 대한 몰입감이 떨어지는 문제가 있다. 그렇지만 제시된 시스템은 물리적 댐퍼의 크기를 증가시키지 않아도 기존 방법보다 안정성을 수 배 더 향상시킬 수 있는 장점이 있다. 특히 댐퍼의 크기가 작을수록 기존방법보다 안정성 영역을 더욱 크게 향상시킬 수 있는 장점이 있다.

따라서 본 연구는 안정적인 햅틱 시스템 구성 및 사용자의 가상 환경에 대한 몰입감 향상에 이바지 할 것으로 기대된다.

## References

- [1] J. E. Colgate and G. Schenkel, "Passivity of a class of sampled-data systems: Application to Haptic Interfaces," *Journal of Robotic Systems*, vol.14, no. 1, pp.37 - 47, 1997.  
DOI: [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1097-4563\(199701\)14:1<37::aid-rob4>3.0.co;2-v](https://doi.org/10.1002/(sici)1097-4563(199701)14:1<37::aid-rob4>3.0.co;2-v)
- [2] J. J. Gil, A. Avello, A. Rubio, and J. Florez, "Stability analysis of a 1 DOF haptic interface using the Routh-Hurwitz criterion," *IEEE Trans. on control systems technology*, vol. 12, no. 4, pp. 583 - 588, July 2004.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/tcst.2004.825134>
- [3] M. H. Lee and D. Y. Lee, "Stability of haptic interface using nonlinear virtual coupling," *Proc. of the 2003 IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 4, Washington, D.C., Oct. 5-8, pp. 3420 - 3424, 2003.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/icsmc.2003.1244418>
- [4] M. Koul, M. Manivannan, S.K. Saha, "Effect of dual-rate sampling on the stability of a haptic interface," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 91, no3-4, pp. 479 - 491, 2018.  
DOI: <https://doi.org/10.1007/s10846-017-0691-6>
- [5] T. Hulin, C. Preusche, and G. Hirzinger, "Stability boundary for haptic rendering: influence of physical

damping," *Proc. of 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, pp. 1570-1575, Oct. 9-15, 2006.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/iros.2006.282043>

- [6] K. Lee, "Stability analysis for a virtual spring model with an extrapolation and high-frequency ZOH," *Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, vol. 19, no. 1, pp. 12-17, 2018.  
DOI: <https://doi.org/10.5762/KAIS.2018.19.1.12>

이 경 노(Kyungno Lee)

[정회원]



- 1996년 2월 : 연세대학교 기계공학과 졸업 (학사)
- 1998년 2월 : KAIST 기계공학과 졸업 (석사)
- 2007년 2월 : KAIST 기계공학과 졸업 (박사)
- 2014년 10월 ~ 현재 : 한국교통대학교 부교수

<관심분야>

가상현실, 햅틱 인터페이스, 원격제어