터널 소성영역에 따른 터널 천단토압 해석

박신영, 한희수^{*} 금오공과대학교 토목공학과

Earth Pressure Analysis of Tunnel Ceiling according to Tunnel Plastic Zone

Shin-Young Park, Heui-Soo Han^{*} Department of Civil Engineering, Kumoh Institute of Technology

요 약 본 연구는 금속의 소성 가공 시 변형을 해석하기 위한 금속소성학의 개념, 지반공학 관점인 Terzaghi's 토압론과 이를 수정한 수정 Terzaghi's 토압론, Mohr-Coulomb 항복조건을 이용한 미끄러짐선장이론의 세가지 방법을 이용하 여 각 방법에 따른 터널의 소성영역 및 내부 토압을 산정하였다. 세가지 방법 모두 등방성 재료의 평면변형율조건 해석의 이차원 수학적 해석 모델이다. 금속소성학의 이론을 사용할 경우, 터널에 내부압력이 작용하는 것으로 가정하여 지반의 소성영역 및 지반 내부토압을 구한 결과이므로, 중력만 작용하는 실제 터널 현장과는 맞지 않는 다른 결과가 도출되었다. 미끄러짐선장 이론을 통해 소성영역 형성범위 및 토압을 분석한 결과, 대수나선형태로 파괴면이 형성되는 것으로 나타났 고 이는 선행연구와 비교를 통해 실제와 유사한 것으로 나타났다.

또한, 터널 굴착 등으로 인해 발생하는 지반의 체적 변화를 고려한 토압 산정식을 수학적으로 검토하고 이를 Terzaghi's 토압과 비교하였다. 지반의 체적 팽창으로 인해 발생하는 다일러턴시 효과로 인한 강도 증진을 고려하였으며, Terzaghi's 토압의 문제점을 분석하고 토피고와 내부마찰각을 변수로 이론적 방법을 통한 토압을 각각 비교·검토하였다. Terzaghi's 토압론과 이를 수정한 수정 Terzaghi's 토압론의 경우, 소성영역 범위를 임의로 가정하였으므로, 두 이론 모두 터널의 소성영역을 해석할 수 없다. 이론적 방법을 통한 토압 산정 결과, Terzaghi's 토압의 경우 팽창성을 고려한 토압에 비해 토압이 과도하게 크게 산정되었으며 이는 지반의 체적변화로 인한 다일러턴시 효과를 무시하고, 이완영역을 과도하게 가정하였기 때문이다.

Abstract In this study, the plastic zone and internal earth pressure of the tunnel were calculated using the following three methods: metal plasticity to analyze the deformation of metal during plastic processing, Terzaghi's earth pressure theory from the geotechnical perspective and modified Terzaghi's earth pressure theory, and slip line theory using Mohr-Coulomb yield conditions. All three methods are two-dimensional mathematical analysis models for analyzing the plane strain conditions of isotropic materials. Using the theory of metallurgical plastics, the plastic zone and the internal earth pressure of the ground were obtained by assuming that the internal pressure acts on the tunnel, so different results were derived that did not match the actual tunnel site, where only gravity was applied. An analysis of the plasticity zone and earth pressure via the slip-line method showed that a failure line is formed in a log-spiral, which was found to be similar to the real failure line by comparing the results of previous studies. The earth pressure was calculated using a theoretical method. Terzaghi's earth pressure was calculated to be larger than the earth pressure considering the dilatancy effect.

Keywords: Tunnel, Plastic Zone, Elastic-Plastic Theory, Terzaghi's Earth Pressure, Slip-Line Method

1. 서론

지속적인 개발공사 등으로 인해 최근 국토 개발 공간 이 부족해졌으며, 녹지공간의 조성과 토지보상비용의 증 가 등으로 인하여 기존 구조물의 지하화와 터널과 지하 관로와 같은 지하 공간의 개발 사례가 급증하고 있다[1]. 터널의 경우 설계 시 선형계획으로 인해 저토피 구간 을 통과하는 사례가 빈번하게 발생하게 되며, 저토피 구 간은 강우와 온도 등 풍화작용에 대해 직접적으로 영향 을 받아 지반 공학적으로 매우 불안정한 토사와 풍화암 층이 발달해있다. 또한 아칭 효과(arching effect)로 인 한 하중전이를 기대할 수 없기 때문에 터널 라이닝에 과 도한 토압이 작용하여 구조적인 안정성 확보가 매우 불 리한 특징이 있다[2]. 하지만, 저토피 터널에 대한 연구는 다수 수행되었으나[3-5], 토피고에 대한 기준으로는 MOLIT(2016)[6]에서 갱구부에서 1.5D 이상의 토피를 확보하여야 한다는 기준밖에 제시되어 있지 않으며, 그 외의 경우에는 안정성 검토를 통해 구조적 안정성 확보 해야 한다고만 명시되어 있다. 저토피 터널의 설계방법 및 설계기준이 명확하게 제시가 되어 있지 않아 현재 터 널의 설계는 엔지니어의 판단에 따라 수행되고 있다.

특히 터널의 안정성은 터널 라이닝에 작용하는 하중이 큰 영향 인자이며 설계 시 라이닝에 작용하는 하중 계산 을 위해 Terzaghi(1936)[2]의 토압을 이용하면 토압이 과도하게 산정되는 문제점이 있다[3].

터널 굴착으로 인한 지반의 거동 해석은 토압과 같은 응력조건뿐만 아니라 소성영역과 같은 변위조건 또한 검 토하여야만 경제적이고 합리적인 설계가 가능하다.

터널변형 및 토압 산정을 위해 금속소성학에 적용된 탄성론 및 소성론을 터널에 적용한 경우와 입자상 물질 인 흙을 다루는 지반공학적 관점에서 개선한 방법들이 있다. 본 논문은 금속소성학적 관점 및 지반공학적 관점 에서 터널 소성영역 및 천단 토압을 비교분석하였다.

따라서 본 논문은 탄성론, 소성론, Terzaghi 방법, 수 정 Terzaghi 방법 및 미끄러짐 선장법 등 다양한 소성영 역 산정기법을 제시하였으며, 각 방법들을 통한 소성영역 및 터널 천단 토압을 비교·검토하였다.

2. 금속 소성학 관점

2.1 탄성론 기반

지반을 금속과 같이 균질하고 등방한 탄성체로 가정하

여 탄성론을 적용할 경우, 원형 터널의 응력상태를 수학 적으로 간단히 정의할 수 있다[7].

탄성론 기반의 소성영역 산정에는 Fig. 1과 같이 터널 굴착단면이 평형상태를 유지할 때 원주방향의 극한응력 은 Kirsch 해석 결과를 이용하여 Eq. (1)과 같다[8].



Fig. 1. Kirsh interpretation of the circular tunnel [8]

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \sigma_z [(1+K_0)(1-\frac{a^2}{r^2}) + (1-K_0)(1+3\frac{a^4}{r^4}-4\frac{a^2}{r^2})\cos 2\theta]$$
(1)

Where, a denotes radius of tunnel r denotes radius of plasticity zone

터널 라이닝 설계를 위해 터널 천단부의 평형상태를 검토하기 위해 $\sigma_z = \sigma_r$ 과 $\theta = 0$ 의 조건을 Eq. (1)에 적 용할 경우 소성영역의 반경은 Eq. (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$r = a \sqrt{\frac{(3 - 3K_0)}{(5 - 3K_0)}} \tag{2}$$

Where, K_0 denotes coefficient of earth pressure

1) 소성영역

탄성론 기반의 소성영역은 원형으로 발생하며, 토압계 수(K₀)의 함수로 표현된다. Fig. 2는 토압계수(K₀)가 0.3 일 때 터널 반경에 따른 소성영역의 반경을 나타낸 것이 며, Eq. (2)에서와 같이 소성영역의 반경은 터널 반경에 따라 선형적으로 증가하는 것으로 나타났다. 터널 반경에 따른 소성영역의 반경은 터널반경의 약 0.96배의 크기로 형성되는 것으로 나타나 실제와 상이한 것으로 나타났다.



Fig. 2. Radius of plastic zone by elasticity theory $(K_0=0.3)$

2) 터널 천단 토압

Fig. 1에 보인 터널 반경 a 와 중심부터 반경 r 이 같 은 터널 천단의 경우(r = a), 터널 천단 토압은 Eq. (1)로 부터 σ_r = 0 이 된다. 이 결과는 실제 터널 현장과 맞지 않다. Eq. (1)은 금속소성학의 punching failure를 해석 하기 위해 유도되었기 때문에 내부 압력이 작용하는 것 으로 가정하였으나, 터널의 경우 내부 압력이 작용하지 않으며, 외부압력인 중력이 작용한다. 그러므로, 내부 압 력 없이 중력으로 인해 발생되는 토압만을 고려하는 실 제 터널 현장과는 맞지 않는 다른 결과가 도출된다.

2.2 소성론 기반

금속 소성론 기반의 터널 해석방법의 유도에는 다음과 같은 기본가정이 있다.

 ① σ_z = σ_x, K₀ = 1, ② 굴착 토체의 중량은 무시한
 다. 이는 금속의 특성과 같으며 실제 지반의 특성과는 맞 지 않다.

2.2.1 $c \neq 0, \phi = 0$ 일 때의 소성해석

내부마찰각이 없고 점착력만 존재하는 지반의 경우에 는 Tresca의 소성흐름조건을 적용하며, Tresca의 소성 흐름 기준은 Eq. (3)과 같다[9].

$$\sigma_1 - \sigma_3 \ge 2c_u \tag{3}$$

Where, c_u denotes shear strength obtained by UU-triaxial compression test

Fig. 3과 같이 금속소성학적 개념을 이용하는 경우, 터널에 작용하는 응력에는 수직방향 응력(σ_z)과 수평방 향 응력($\sigma_x = \sigma_z$) 그리고 내부 응력(σ_i) 등이 있다. 1) 소성영역

Eq. (3)은 Fig. 3과 같은 응력상태에서 Eq. (4)와 같이 표현할 수 있으며, 소성영역의 반경은 R과 같고 중력에 의한 수직 토압이 내부응력보다 클 때 소성영역이 발생 함을 알 수 있다.

$$\sigma_z - \sigma_i \ge c_u \tag{4}$$

Where, σ_z denotes vertical stress σ_i denotes internal stress



Fig. 3. Calculation of circular tunnel plasticity zone based on plasticity theory ($\phi = 0$) [9]

Eq. (4)와 같은 조건일 때의 소성영역 반경은 Eq. (5) 와 같다.

$$r = ae$$

Where, a denotes radius of tunnel R denotes radius of plasticity zone e denotes correlation coefficient

(5)

하지만 실제 터널 후 즉시 라이닝이 시공됨에 따라 터 널 내부에서 작용하는 응력(σ_i)은 없기 때문에 Eq. (5)는 Eq. (6)과 같이 나타난다.

$$r = a \tag{6}$$

Fig. 4는 점착력만 존재하는 지반의 터널반경에 따른 소성영역의 반경을 나타낸 것이며, Eq. (6)과 같이 터널 반경과 소성영역이 동일하게 나타났다. 탄성론과 같이 소 성영역이 원형으로 형성된다.



Fig. 4. Radius of plastic zone by plasticity theory $(c \neq 0, \phi = 0)$

2) 터널 천단 토압

c ≠ 0, *φ* = 0일 때의 소성해석조건에 따라 소성영역 의 응력은 Eq. (7)로 계산할 수 있다.

$$\sigma_r = \sigma_i + 2c_u \ln \frac{r}{a} \tag{7}$$

Where, σ_z denotes radial stress in plastic zone

Fig. 3에 보인 터널 반경 a 와 소성영역 반경 r 이 같 은 터널 천단의 경우(r = a), Eq. (7)로부터 $\sigma_r = \sigma_i$ 이 된다. 또한 금속가공의 경우와 달리 $\sigma_i = 0$ 이면, $\sigma_r = 0$ 이 된다. 이 결과 또한 내부 압력 없이 중력으로 인한 토압만을 고려하는 실제 터널 현장과는 맞지 않다.

2.2.2 $c \neq 0, \phi \neq 0$ 일 때의 소성해석

점착력과 내부마찰각을 모두 가지는 지반의 경우 Coulomb의 파괴기준을 적용하여 소성해석을 수행한다. Coulomb의 소성흐름 기준은 Eq. (8)과 같다[10].

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} + \frac{2c\cos\phi}{1 - \sin\phi} \tag{8}$$

Where, ϕ denotes friction angle

만약, 지반을 금속과 같이 탄성체로 가정하여 등방성 을 보이고 부피변화가 없을 경우 Eq. (8)은 Eq. (9)와 같 이 수정되며, 소성영역이 발생하지 않는 조건이 된다.

$$\sigma_z \le \frac{\sigma_i + c \cos\phi}{1 - \sin\phi} \tag{9}$$

1) 소성영역

Eq. (9)의 경우와 달리 외부 압력(σ_z)이 클 경우에는

파상형(looping)의 소성영역이 발생하게 되며, 이 때의 소성영역의 반경은 Eq. (10)과 같다.

$$R = a \left[(1 - \sin\phi) \frac{\sigma_z + c \cot\phi}{\sigma_i + c \cot\phi} \right]^{\frac{1 - \sin\phi}{2\sin\phi}}$$
(10)

Where, a denotes radius of tunnel R denotes radius of plasticity zone

Fig. 5는 Table 1과 같이 지반조건을 가정하였을 때 터널 반경에 따른 소성영역 반경을 나타낸 것이다. 앞서 언급한 해석방법들과 같이 소성영역이 원형으로 형성되 는 것으로 나타났으며, 내부마찰각에 따라 소성영역의 형 성범위가 다르게 나타났다. 내부마찰각이 작을 경우가 소 성영역이 가장 크게 형성되는 것으로 나타났으며, 내부마 찰각이 증가함에 따라 소성영역의 반경은 감소하는 것으 로 나타났다.



Fig. 5. Radius of plastic zone by plasticity theory $(c \neq 0, \phi \neq 0)$

Table 1. Soil properties for illustration of plasticity zone calculation

Depth (m)	$\gamma_t \left(kN\!/m^3\right)$	c(kPa)	$\phi\left(\left. ^{\circ} ight. ight)$
4.0	14.7	10.0	10.0 ~ 40.0

2) 터널 천단 토압

등방 탄성체에 외부 압력(σ_z)이 클 경우, 점착력과 내 부마찰각을 모두 가지는 Coulomb의 파괴기준을 적용하 면, 소성영역($a \le r \le R$)내의 응력은 Eq. (11)과 같다.

$$\sigma_r = -c^* \cot\phi + (\sigma_i + c^* \cot\phi) (\frac{r}{a})^{\frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi}}$$
(11)

Eq. (11)에서 터널 반경 a 와 소성영역 반경 r 이 같은 터널 천단의 경우(r = a), $\sigma_i = 0$ 이면, 터널 천단 토압 $\sigma_r = 0$ 이 된다. 이 경우의 터널 천단 토압은 실제 터널 현장과 맞지 않다.

3. 지반공학 관점 해석

3.1 Terzaghi's 토압론

Fig. 6 (a)는 Terzaghi 토압론에 따른 터널 상부의 토 압 모델이다[2,5]. Fig. 6 (b)와 같이 dz의 두께를 가진 미소요소에 작용하는 수직 방향 힘의 평형은 미소요소의 자중과 상단면과 하단면에 작용하는 수직력과 측면의 전 단 저항의 합으로 표현된다.





여기서, 미소요소의 힘의 평형상태는 Eq. (12)와 같이 표 현할 수 있다.

$$2B\gamma dz$$
(12)
= $2B(\sigma_x + d\sigma_y) - 2B\sigma_x + 2cdz + 2K_0\sigma_y dz \tan\phi$

where, *B* denotes width of micro-element σ_v denotes vertical stress acting on sliding surface K_0 denotes coefficient of earth pressure.

Eq. (12)에서 z=0인 경우 연직응력(σ_v)는 Eq. (13)과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_v = \frac{B(\gamma - \frac{c}{B})}{K \tan \phi} (1 - e^{-K_0 \tan \phi \frac{z}{B}})$$
(13)

하지만 Terzaghi's 토압론은 지반의 미소요소를 체적 변화가 없는 강체로 가정하였기 때문에 지반의 부피변화 와 그로 인해 발생하는 다일러턴시를 고려하지 못하며, 실제 발생하는 이완영역은 Terzaghi가 제시한 이완영역 에 비해 작으며, 이완영역 형성에 필요한 전단 변형 또한 무시되었다. 그로 인해 Terzaghi's 토압론에 의한 이완 하중은 실내모형실험과 현장에서 측정되는 토압에 비해 과도하게 산정되어 터널 라이닝 설계 시 과다설계를 유 발한다[13].

3.2 수정 Terzaghi's 토압론

굴착으로 인한 다일러턴시를 고려하면 Fig. 6 (a)는 Fig. 7과 같이 수정되며, 아칭효과에 의한 전단응력과 팽 창효과는 Eq. (14)와 같이 나타낼 수 있다[3].



Fig. 7. Earth pressure model considering dilatancy [3]

$$\tau = c + K_d \sigma_N \tan \phi_d \tag{14}$$

Fig. 7의 모델에 따라 슬라이딩면에 작용하는 요소의 평형상태는 Eq. (15)와 같이 표현할 수 있다.

$$2B\gamma dz + 2B\sigma_v$$
(15)
= $2B(\sigma_v + d\sigma_v) + 2cdz + 2K_0K_d\sigma_v \tan\phi_d dz$

Eq. (13)를 Eq. (12)에 대입하면 Eq. (16)과 같이 임 의의 깊이 z에서의 토압을 산정할 수 있다[3].

$$\sigma_{v,d}' = \frac{B(\gamma - \frac{c}{B})}{K_0 K_d \tan \phi_d} (1 - e^{\frac{zK_0 K_d \tan \phi_d}{B}})$$
(16)

where, $\sigma_{v,d}$ ' denotes vertical stress acting sliding surface of random depth considering dilatancy

3.3 Terzaghi's 토압론과 수정 Terzaghi's토압론

3.3.1 소성영역

Terzaghi's 토압론과 수정 Terzaghi's토압론을 통해 터널의 소성영역을 파악할 수 없다. Terzaghi's 토압론 은 파괴영역에 대한 고려없이 지반의 미소요소를 체적변 화가 없는 강체로 가정한 후 힘의 평형상태만을 고려한 것이다. 따라서 소성영역은 터널의 중심에서 $\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$ 아 래에 만나는 원의 한점을 소성파괴 시작점으로 가정하였 다. 터널상부의 수평선과 만나는 길이를 2B라 한 후 직 선으로 지표면까지 파괴면이 확장된다고 가정하였다 [2,5].

수정 Terzaghi's토압론 역시 파괴면의 가정은 Terzaghi's 토압론의 가정을 따랐으며, 지반의 미소요소 를 체적변화에 따른 다일러턴시를 고려한 힘의 평형상태 를 계산한 것이다[3].

그러므로 Terzaghi's 토압론과 수정 Terzaghi's토압 론 모두 소성영역은 터널 상부 지표깊이와 같다.

3.3.2 터널 천단 토압 해석조건

Terzaghi's 토압론과 수정 Terzaghi's토압론에 따른 터널 천단 토압의 산정을 위해, 터널의 직경은 3.0m이 며, 적용변수로는 터널의 토피고 1.0D ~ 5.0D와 내부마 찰각은 30.0° ~ 45.0°로 적용하였다. 지반의 조건은 화 강풍화암을 대상으로 하였으며, 전국 36개소 의 현장 시 료를 이용해 토질기본물성시험을 수행하여 화강풍화암의 평균 물성치를 값을 제시한 Han(2002)[17]의 자료를 인 용하여 적용하였다(Table 2 참조).

Table 2. Properties of	of weathered rock [17]	
------------------------	------------------------	--

Division	Value	
$\gamma (kN\!/m^3)$	23.54	
c (kPa)	49.035	
K_0	0.50	
$E\left(kPa\right)$	118,665	
ν	0.30	

3.3.3 다일러턴시를 고려한 검토 조건

Table 3은 팽창성을 고려하여 산정한 지반 조건을 나 타낸 것이다. 지반의 팽창성을 고려할 경우 Terzaghi's 토압론과 달리 체적변화로 인한 상대밀도 변화를 고려할 수 있는 큰 장점이 있다. 일반적으로 암의 상대밀도는 공 학적인 의미를 보이지 않지만 풍화암의 경우 무결암 (intact rock)과 달리 파쇄정도가 심해 토사와 유사한 거 동을 보이므로, 상대밀도를 0.3, 0.5, 0.7, 0.9로 가정하 여 팽창성에 따른 조건을 산정하였다.

다일러턴시를 고려한 토압계수는 내부마찰각만의 함 수이며, 팽창각은 상대밀도와 유효상재하중의 함수이다. 따라서 내부마찰각으로 인한 팽창각의 변화는 없으며, 상 대밀도와 토피고에 따라 다일러턴시를 고려한 토압계수 의 변화 또한 발생하지 않는다.

Table 3. Soil conditions considering dilatancy

$\phi\left(\ ^{\circ} \ ight)$	30.0	35.0	40.0	45.0
K_{d}	1.300	1.512	1.801	2.200
D_r	0.3	0.5	0.7	0.9
ψ ($^{\circ}$)	5.82	13.86	21.91	29.95

3.4 토압 검토 결과

3.4.1 토피고에 따른 산정 결과

Fig. 8은 토피고에 따른 상대밀도별 토압산정 결과를 나타낸 것이다. Terzaghi's 토압의 경우 미소요소의 체 적변화를 무시하였기 때문에 상대밀도에 따른 변화는 없 는 것으로 나타났다. Terzaghi's 토압이 팽창성을 고려 한 토압에 비해 크게 산정되었다. Terzaghi's 토압은 내 부마찰각 30.0°일 때 토피고 1.D인 경우, 40kPa로 산정 되었으며 토피고 5.0D인 경우, 160kPa으로 산정되어 토 피고에 따른 차이는 약 120kPa로 나타났다. 팽창성을 고려한 토압의 경우 상대밀도 50%를 기준으로 토피고 1.0D일 때 약 35kPa, 5.0D인 경우 약 120kPa로 Terzaghi's 토압에 비해 토피고에 따른 차이는 적은 것 으로 나타났다. 토피고가 증가함에 따라 Terzaghi's 토 압과 팽창성을 고려한 토압의 차이가 크게 나타났으며, 상대밀도에 따라서는 선형적으로 그 차이가 증가하는 것 으로 나타났다.

상대밀도 50%를 기준으로 토피고 1.0D일 때 팽창성 을 고려한 토압은 Terzaghi's 토압 대비 약 73 ~82%만 이 작용하는 것으로 나타났으며, 토피고 5.0D일 때는 약 45~77%만이 작용하는 것으로 나타났다.

3.4.2 내부마찰각에 따른 산정 결과

Fig. 9는 내부마찰각에 따른 상대밀도별 토압산정 결 과를 나타낸 것이다. 토피고에 따른 비교와 같이 Terzaghi's 토압은 상대밀도에 따른 변화는 나타나지 않 았으며, 팽창성을 고려한 토압에 비해 크게 산정되는 것 으로 나타났다.

Terzaghi's 토압은 토피고 3.0D일 때 내부마찰각 30.0°인 경우, 약 105kPa로 산정되었으며 내부마찰각 45.0°인 경우에는 약 95kPa로 산정되어 내부마찰각에 따른 차이는 약 20kPa로 토피고에 따른 차이보다는 적 은 것으로 나타났다. 팽창성을 고려한 토압의 경우 상대 밀도 50%를 기준으로 내부마찰각 30.0°인 경우 약 88kPa, 내부마찰각 45.0°인 경우 약 50kPa로 토피고에 따른 산정 결과와 달리 Terzaghi's 토압에 비해 내부마 찰각에 따른 차이가 큰 것으로 나타났다. 이는 다일러턴 시 효과로 인한 강도증진을 내부마찰각(φ_d)의 증가로 표 현하기 때문이다. 내부마찰각 증가에 따른 두 토압 간의 차이는 큰 것으로 나타났으며, 상대밀도 50%를 기준으로 내부마찰각 30.0°일 때 팽창성을 고려한 토압은 Terzaghi's 토압 대비 약 77~92%만이 작용하는 것으로 나타났으며, 내부마찰각 45.0°일 때는 약 45~73%만이 작용하는 것으로 나타났다.



Fig. 8. Comparison of theoretical earth pressure according ground

(a) $\phi = 30.0^{\circ}$ (b) $\phi = 35.0^{\circ}$ (c) $\phi = 40.0^{\circ}$ (d) $\phi = 45.0^{\circ}$





Fig. 9. Comparison of theoretical earth pressure according friction angle (a) H=1.0D (b) H=2.0D (c) H=3.0D(d) H=4.0D (e) H=5.0D

4. 미끄러짐선장 이론 기반의 소성영역

미끄러짐선장이론은 금속소성역학에서 파생된 이론으 로써 지반을 이상적 강소성체로 가정하고, Mohr-Coulomb 항복조건 또는 Tresca 항복조건을 따 른다고 가정하였다. 하중이 작용하면 토체중의 소성구역 은 자유유동할 수 있고 또한 토체의 소성변형은 매우 크 고 탄성변형을 무시할 수 있는 상황하에서 상술한 가정 으로써 비교적 신뢰성 있는 근사해를 유도할 수 있다. 지 반공학에 관한 안정성 문제, 기초지지력 문제, 옹벽 토압 문제, 토체 사면 안정문제 등에 미끄러짐 선장 이론이 널 리 적용되고 있다[18].

Fig. 10은 미끄러짐선장 이론에서의 평면 변형률조건 을 나타낸 것이다. 수평선과 y축 간의 각도를 α라고 하 면, xy 좌표계에서 지반요소에는 σ_x, σ_y, τ_{xy}와 같이 3 개의 응력성분과 하나의 체적력이 작용하고 있다. 안정화 된 지반요소는 Eq. (9)와 같은 평형방정식을 만족하여야 한다[19].

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \gamma \cos \alpha \tag{17}$$
$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = -\gamma \sin \alpha$$

Where, γ denotes specific weight



Fig. 10. Plane strain condition with slip-line method [19]

Eq. (17)과 같은 평형방정식에는 경계조건이 제시될 경우 미분방정식을 통해 미지수를 산정할 수 있지만, 직 접방정식의 해를 구하기 위해서는 미끄러짐선방법을 응 용하여야 한다[18].

만약 토체의 자중을 고려하지 않고, 내부마찰각(φ)을 0이라고 할 경우, Eq. (17)은 Eq. (18)과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \tag{18}$$
$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0$$

Eq. (18)은 미끄러짐선장이론의 기본방정식이며, 같은 조건 일때의 Mohr-Coulomb 항복조건은 Eq. (19)와 같 다.

$$(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2})^2 + \tau_{xy}^2 = c^2$$
(19)

Where, c denotes cohesion

1) 소성영역

Fig. 11은 Table 4와 같은 조건일 때 미끄러짐선장 방법을 통해 산정된 소성영역을 나타낸 것이다. 탄성해석 과 소성해석과 달리 소성영역이 대수나선형으로 형성되 는 것으로 나타났다.



Fig. 11. Plasticity zone calculated by slip-line method

Table 4. Analysis condition for illustration of plasticity zone calculation by slip-line method

D (m)	$\gamma_t \ (kN/m^3)$	$c \\ (kPa)$	ϕ (°)
2.0	14.7	10.0	10.0

최대 소성영역 크기는 Fig. 11에 보인 바와 같이 터널 단면 중심부에서 산정되며, 터널 반경에 따른 최대 소성 영역 크기를 나타내면 Fig. 12와 같다. 터널 반경의 약 4배만큼 크게 소성영역이 형성되는 것으로 나타났다.



Fig. 12. Maximum plasticity zone range calculated by slip line method

2) 터널 천단 토압

미끄러짐선장법에 따른 터널 천단 토압을 계산하기 위 하여 계산조건은 Table 4의 조건에 따랐으며, 터널의 반 경은 3, 6, 9, 12, 15m로 하였다. 계산결과는 Fig. (13) 과 같으며, 터널반경이 증가함에 따라 터널 천단토압 역 시 직선적으로 증가하는 것을 알 수 있다.



Fig. 13. Earth pressure on ceiling calculated slip-line method

5. 해석방법의 비교

본 연구는 금속소성이론, Terzaghi's 토압론과 이를 수정한 수정 Terzaghi's 토압론, 미끄러짐선장이론의 세 가지 방법을 이용하였다.

세가지 방법 모두 등방성 재료의 평면변형율조건 해석 의 이차원 수학적 해석 모델이다. 지반공학적 관점에서 중요한 전단파괴영역 및 전단영역내 하중의 수학적 계산 에 대한 각 방법을 비교하면 아래와 같다.

 금속소성학의 이론을 사용할 경우, 탄성론 및 소성 론 모두 터널 내부압력이 존재한다고 가정하였다. 이 이 론들은 금속의 소성가공시 punching failure를 해석하 기 위해 유도되었다. 이는 터널에 내부압력이 작용하는 것으로 가정하여 지반의 소성영역 및 지반 내부토압을 구한 결과이므로, 터널 내부압력 없이 중력만 작용하는 실제 터널 현장과는 맞지 않는 다른 결과가 도출되었다.
 2) Terzaghi's 토압론의 소성영역은 터널의 중심에서

 π ϕ

 $\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$ 아래에 만나는 원의 한점을 소성파괴 시작점으 로 가정한 후 터널상부의 수평선과 만나는 길이를 2B라

한 후 직선으로 지표면까지 파괴면이 확장된다고 가정하였다. 수정 Terzaghi's토압론 역시 파괴면의 가정은 Terzaghi's 토압론의 가정을 따랐으며, 지반의 미소요소 를 체적변화에 따른 다일러턴시를 고려한 힘의 평형상태 를 계산한 것이다. 그러므로 Terzaghi's 토압론과 수정 Terzaghi's토압론 모두 소성영역은 터널 상부 지표깊이 와 같다.

지반공학 관점인 Terzaghi's 토압론과 이를 수정한 수정 Terzaghi's 토압론의 경우, 소성영역 범위를 임의 로 가정한 후 내부 토압만을 해석한 이론이므로, 두 이론 모두 터널의 소성영역을 파악할 수 없었다. 두 이론의 차이는 지반의 팽창성을 고려에 대한 여부 이다. Terzaghi's 토압의 경우 미소요소의 체적변화를 무시하였기 때문에 상대밀도에 따른 변화는 없는 것으로 나타났다. 흙입자의 팽창성을 고려한 수정 Terzaghi's 토압은 Terzaghi's 토압 대비 약 77~92%만이 작용하는 것으로 나타났다.

3) Mohr-Coulomb 항복조건을 이용하므로 미끄러 짐선장이론 역시 평면 변형률조건을 이용한다. 지반은 이 상적 강소성체로 가정한다. 하중이 작용하면 지반내의 소 성영역 계산은 물론 소성영역내의 하중을 계산할 수 있 다. 즉, 외부하중에 따른 전단파괴영역 및 지반 내부하중 을 수학적으로 구할 수 있는 매우 유용한 방법으로 비교 적 신뢰성 있는 근사해를 유도할 수 있다. 마찰성재료인 흙입자를 대상으로 하는 지반공학에는 소콜로프스키가 최초로 도입하였다[20].

금속가공학의 미끄러짐선장 방법을 이용한 결과, 소성 영역을 해석할 수 있으며, 기존의 탄성해석 및 소성해석 과 달리 대수나선형 소성영역이 형성되었다. 는 것으로 나타났다. 또한 터널에 따른 지반 내부 토압이 상대적으 로 합리적이며, 터널반경 증가에 따른 터널 천단토압은 터널의 소성영역크기에 따라 증가하였다.

6. 결론

본 연구에서는 금속의 소성 가공 시 변형을 해석하기 위한 금속소성학의 개념, 지반공학 관점인 Terzaghi's 토압론과 이를 수정한 수정 Terzaghi's 토압론, Mohr-Coulomb 항복조건을 이용한 미끄러짐선장이론 의 세가지 방법을 이용하여 각 방법에 따른 터널의 소성 영역 및 내부 토압을 산정하였다.

 Terzaghi's 토압론은 지반의 체적 변화와 그로 인 해 발생하는 다일러턴시 효과를 고려하지 못하며, 실제 발생하는 이완영역에 비해 파괴면을 크게 가정하여 토압 이 과도하게 크게 산정되는 문제점이 있다.

2) Terzaghi's 토압론과 수정 Terzaghi's 토압론을 통해 토압을 산정하고 비교한 결과, Terzaghi's 토압이 다일러턴시를 고려한 토압에 비해 크게 산정되었으며, Terzaghi's 토압의 경우 체적변화를 무시하였기 때문에 상대밀도에 따른 토압 변화가 없는 것으로 나타났다.

3) 토피고에 따른 토압을 비교한 결과, 토피고가 클수 록 토압 또한 크게 작용하는 것으로 나타났으며, 팽창성 을 고려한 토압에 비해 Terzaghi's 토압은 토피고 증가 에 따라 급격히 증가하는 것으로 나타났다.

4) 내부마찰각에 따른 토압을 비교한 결과, 내부마찰 각이 클수록 토압은 작게 산정되었으며 상대밀도 간의 차이도 적은 것으로 나타났다. 팽창성을 고려한 토압은 Terzaghi's 토압에 비해 내부마찰각 변화에 따라 급격히 감소하는 것으로 나타났으며, 이는 다일러턴시를 통한 강 도 변화를 마찰각으로 표현하기 때문이다.

5) 지반공학 관점인 Terzaghi's 토압론과 이를 수정 한 수정 Terzaghi's 토압론의 경우, 소성영역 범위를 임 의로 가정하였으므로, 두 이론 모두 터널의 소성영역을 해석할 수 없다. Terzaghi's 토압의 경우 지반의 체적변 화를 무시하였기 때문에 상대밀도에 따른 변화는 없으며, 흙입자의 팽창성을 고려한 수정 Terzaghi's 토압은 Terzaghi's 토압보다 작게 나타났다.

6) 탄성론과 소성론 기반의 소성영역 산정기법은 원형으로 소성영역이 형성되는 것으로 나타나 실제 파괴면과 상이한 것으로 나타났으며 굴착단면에 작용하는 구속압과 하중형태가 다른 것으로 나타나 실제 터널설계 시 적 용할 수 없는 것으로 판단된다.

7) 금속소성학 이론은 금속의 소성가공시 punching failure를 해석하기 위해 유도된 공식으로 탄성론 및 소 성론 모두 터널 내부압력이 존재한다고 가정되어, 터널 내부압력 없이 중력만 작용하는 실제 터널 현장과는 맞 지 않는 비합리적인 결과가 도출되었다.

8) 미끄러짐선장 이론 기반의 소성영역 산정기법은 탄 성론, 소성론 기반의 해석법과 달리 대수나선의 형태로 소성영역이 형성되는 것으로 나타났으며 이는 실험적 검증 을 통한 터널의 파괴면과 매우 유사한 것으로 나타났다.

References

- J. H. Suh, "The Theoretical stability Analysis of Tunnels in Shallow Grounds", *Journal of Advanced Engineering* and Technology, Vol. 7, No. 1, pp. 15-21, 2014.
- [2] K. Terzaghi, "Stress distribution in dry and saturated sand above a yielding trap-door", Proceedings of International Conference of Soil Mechanics, Harvard Univ., Cambridge, USA, 1936.
- [3] H. S. Han, J. H. Cho, N. Y. Yang, B. C. Shin, "Modification of Terzaghi's Earth Pressure Formula on Tunnel Considering Dilatancy of Soil", *Journal of Geo-Environmental Society*, Vol. 12, No. 11, pp.23-30, 2011.

- [4] W. Walter, "Rock Mechanics : Theory and Applications with Case Histories", Springer-Verlag, New York, 1990 pp. 444-471.
- [5] K. Terzaghi, "Theoretical soil mechanics", J. Wiley & Sons, New York, USA, 1943.
- [6] S. Murayama, "Earth Pressure on Vertically Yields Section in Sand Layer", Annual Rep. *Disaster Prevention Research Institute*, No.11B, Kyoto Univ., 1968, pp.549-565.
- [7] B. Ladanyi, B. Hayaux, "A Study of the Trap-door Problem in a Granular Mass", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 6, No.1, pp.1-14, 1969. DOI : <u>https://doi.org/10.1139/t69-001</u>
- [8] H. Tarumi, Y. Yamamoto, "Study on Vertical Earth Pressure Distribution in Sand by Trap Door Test", *Proc. of Annual Meeting of Tunnel Engineering*, JSCE, Vol.2, 1992. DOI: https://doi.org/10.11532/journalte1991.2.27
- [9] C. H. Evans, "An examination of arching in granular soils", Master's thesis, MIT, 1983.
- [10] T. Adachi, M. Kumura, K. Kishida, M. Kikumoto, "3-D Trapdoor experiment and its analysis on the earth pressure characteristics during tunnel excavation", *Proceedings of the Japan National Conference on Geotechnical Engineering*, Vol.JGS37, pp.1685-1686, 2002.
- [11] B. Chevalier, G. Combe, P. Villard, "Experimental and discrete element modeling studies of the Trapdoor problem: influence of the macro-mechanical frictional parameters", *Acta Geotechnical*, 2011. DOI: <u>https://doi.org/10.1007/s11440-011-0152-5</u>
- [12] D. W. Taylor, "Fundamentals of Soil Mechanics", John Wiley & Sons, New York, USA, 1948.
- [13] T. Kitani, "Study on the earth pressure tunnel and deformation behavior", Master's thesis, Graduate School of Science and Technology, Kobe Univ, Japan, 1997.
- [14] M. Budhu, "Soil Mechanics & Foundations", John Wiley & Sons, New York, USA, 2000, pp.206-210.
- [15] R. A. Jewell, C. P. Wroth, "Direct Shear Tests on Reinforced Sand", *Geotechnique*, Vol. 37, No. 1, pp. 53-68, 1987.
 DOI: <u>https://doi.org/10.1680/geot.1987.37.1.53</u>
- [16] M. D. Bolton, "The Strength and Dilatancy of Sands", *Geotechnique*, Vol. 36, No. 1, pp. 65-78, 1986. DOI : <u>https://doi.org/10.1680/geot.1986.36.1.65</u>
- [17] J. H. Han, "A Comparative Study on the Behavior of NATM Tunnel Considering Geology Condition By Field Instrumentation and Numerical Analysis", Master Thesis, Graduate School Kyung Hee Univ, 2002.
- [18] J.S. Jung, "Plastic Mechanics of Soil", Goomibook, 1998.
- [19] W.F. Chen, "Limit analysis and soil plasticity", Elsevier, 1975.
- [20] C. J. Yeun,, "Plasticity and Soil Mechanics", 2018.

박 신 영(Shin-Young Park) [정회원]



- 1996년 2월 : 서울대학교 일반대 학원 토목공학과 (토목공학석사)
- 2019년 8월 : 금오공과대학교 일 반대학원 토목공학과 (토목공학박 사과정)
- 2016년 10월 ~ 현재 : ㈜한라 인 프라영업 상무

〈관심분야〉 토질 및 기초, 지반, 터널

한 희 수(Heui-Soo Han)

[정회원]



- 1991년 2월 : 한국과학기술원 토 목공학과 (토목공학석사)
- 1999년 12월 : South Dakota School of Mines Technology (토목공학박사)
- 2002년 3월 ~ 현재 : 금오공과대 학교 토목공학과 교수

<관심분야> 토질 및 기초, 사면안정, 보강토용벽