

물체의 고유 Pole을 이용한 지하 속의 빈 공간 식별 방안

이우진
국방기술진흥연구소

A methodology for Identification of an Air Cavity Underground Using its Natural Poles

Woojin Lee
Korea Research Institute for defense Technology planning and advancement

요약 본 논문에서는 도시환경과 모래가 많은 토양 아래에 구 형태의 빈 공간이 있을 경우를 가정하고, 해당 목표물의 고유 pole과 고유 공진주파수를 활용하여 목표물을 식별 및 위치를 추정하는 방안을 제시하였으며 가능성을 분석하였다. EM(Electromagnetic) 시뮬레이터를 활용하여 다양한 형태와 크기를 가진 완전도체(PEC: Perfect Electric Conductor)들을 모델링하였고, 이를 통해 획득한 EM 산란응답에 Cauchy 방법을 적용하여 물체의 고유 특성에 해당하는 고유 pole을 추적하여 pole 라이브러리를 생성하였다. 생성된 pole 라이브러리는 목표물에서 추출한 고유 pole과의 비교를 통해 목표물을 식별할 수 있는 가능성을 제공해 준다. 도시환경과 모래가 많은 토양 아래에 구 형태의 빈 공간이 있음을 가정하고 EM 시뮬레이션 모델링을 통해 얻은 전자파 산란 데이터로부터 관심 목표물의 응답을 추출하였으며, 시간영역에서 임펄스 응답의 시간 지연을 이용하여 목표물의 위치를 추정할 수 있었다. 또한 MP(Matrix Pencil) 방법을 적용하여 목표물의 고유 pole을 추출하였다. 최종적으로 계산된 고유 pole과 고유 공진주파수를 pole 라이브러리와 비교하여 탐지된 목표물을 구 형태의 빈 공간(직경 0.2m)으로 추정할 수 있었으며, 계산된 목표물의 위치(깊이)는 약 84 ~ 93%의 정확도를 보였다.

Abstract A methodology for the identification and coordinates estimation of air cavities under urban ground or sandy soil using its natural poles and natural resonant frequencies is presented. The potential of this methodology was analyzed. Simulation models of PEC (Perfect Electric Conductor)s with various shapes and dimensions were developed using an EM (Electromagnetic) simulator. The Cauchy method was applied to the obtained EM scattering response of various objects from EM simulation models. The natural poles of objects corresponding to its instinct characterization were then extracted. Thus, a library of poles can be generated using their natural poles. The generated library of poles provided the possibility of identifying a target by comparing them with the computed natural poles from a target. The simulation models were made assuming that there is an air cavity under urban ground or sandy soil. The response of the desired target was extracted from the electromagnetic wave scattering data from its simulation model. The coordinates of the target were estimated using the time delay of the impulse response (peak of the impulse response) in the time domain. The MP (Matrix Pencil) method was applied to extract the natural poles of a target. Finally, a 0.2-m-diameter spherical air cavity underground could be estimated by comparing both the pole library of the objects and the calculated natural poles and the natural resonant frequency of the target. The computed location (depth) of a target showed an accuracy of approximately 84 to 93%.

Keywords : Cauchy Method, Matrix Pencil Method, Natural Poles, Resonant Frequency, Singularity Expansion Method

*Corresponding Author : Woojin Lee(KRIT)

email: 7pray@daq.re.kr

Received April 5, 2021

Accepted June 4, 2021

Revised May 6, 2021

Published June 30, 2021

1. 서론

현재의 산란된 전자기장에서 해결되어야 할 문제는 합성 물질로 만들어진 다양한 형태의 물체가 지하에 묻혀 있을 경우 탐지 및 식별하는 것이다. 예를 들어 대형사고로 이어져 인명 및 재산피해를 유발할 수 있는 지반침하(싱크홀) 현상은 2018년 339건, 2019년 192건, 2020년(1~8월) 221건으로 매년 지속적으로 발생하고 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 탄성파굴절단층촬영(SRT : Seismic Refraction Tomography), 지표투과레이더(GPR : Ground Penetrating Radar), 전기비저항단층촬영(ERT : Electrical Resistivity Tomography) 등의 지구물리탐사방법들이 대표적으로 사용되고 있다 [1]. 탄성파굴절단층촬영은 탄성파를 지반으로 투과하였을 때 전파속도가 다른 두 매질의 경계면(불연속성)에서 반사 또는 굴절되어 지표로 되돌아오는 신호를 수집/처리(수신된 신호들의 크기와 지연시간 등을 이용)하여 지하구조를 이미지화하는 방법이다. 지표투과레이더는 가장 일반적인 지구물리탐사방법으로 탄성파굴절단층촬영과 원리가 유사하나 음파 대신에 레이더신호(전자기파)를 사용하여 지하구조를 분석한다. 마지막으로 전기비저항단층촬영은 지반 내로 전류를 흘려보낸 후 매질의 저항특성에 따라 발생하는 전위차를 측정함으로써 지하구조를 이미지화하는 방법이다.

본 논문에서는 위의 대표적인 세 가지 지구물리탐사방법과는 다르게 물체로부터의 전자기장 공진 현상을 이용하는 방법론을 제시하고자 한다. 그 주된 이유는 물체를 식별하기 위해 물체 고유의 공진주파수를 획득할 수 있는 가능성이 있기 때문이다. 이러한 연구는 늦은 시간응답을 통해 물체의 고유 공진주파수를 획득할 수 있는 SEM(Singularity Expansion Method)으로부터 시작되었다[2].

SEM pole에 대한 이러한 정보는 주파수영역에서 Cauchy 방법을 적용하여 획득할 수 있다. Cauchy 방법의 장점은 SEM 공식에서 가지고 있는 초기 시간영역과 늦은 시간영역을 구별할 필요가 없다는 것이다[3]. SEM pole에 대한 정보를 획득할 수 있는 두 번째 방법은 시간영역에서 MP 방법을 적용하는 것이다. 지하에 있는 물체의 존재는 시간영역에서 완전한 임펄스 응답으로 구분되어 확인할 수 있으며, MP 방법은 순간적인 시간 임펄스 응답에 적용될 수 있다[4]. MP 방법의 장점은 시간영역에서 물체의 늦은 시간응답의 위치를 상당히 쉽게 찾을 수 있으며, 이를 통해 SEM pole의 추출과 시간 지연

을 이용해 지하에 묻혀 있는 물체의 위치를 추정할 수 있다는 것이다.

여기에서 주파수영역에서 다양한 물체의 pole 라이브러리를 생성하고, 시간영역에서 계산된 목표물의 실질적인 pole을 추출함으로써, 완전히 다른 방법을 통해 얻어진 두 가지의 pole 세트 간의 연관성은 신뢰성 있는 물체의 식별 절차를 제공할 수 있다[5].

목표물의 식별절차는 Fig. 1에서 보는 바와 같다. ① EM 시뮬레이터를 이용하여 다양한 형태를 가지는 완전도체들에 대한 전자파 산란 데이터를 획득하고, ② Cauchy 방법을 적용하여 pole 라이브러리를 생성한다. ③도시환경과 모래가 많은 토양 아래에 구 형태의 빈 공간을 가정하여 전자기 시뮬레이터로 모델링하고, 획득한 전자파 산란 데이터에 ④MP 방법을 적용하여 추출한 pole과 ⑤기준에 생성한 pole 라이브러리를 비교함으로써 ⑥지하에 있는 목표물의 식별과 위치 추정의 가능성을 제시하였다.

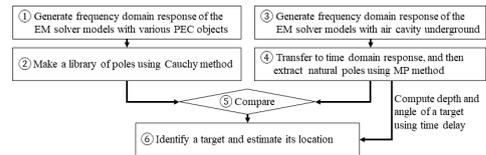


Fig. 1. Procedure to identify an air cavity underground

2. 물체의 pole 라이브러리 생성

2.1 Cauchy 방법 개요 [3]

Cauchy 방법은 내삽 또는 외삽될 관심 있는 파라미터가 두 다항식의 비를 사용한 주파수 함수로서 수행될 수 있다는 가정에서 시작한다. 이러한 절차는 LTI(Linear Time Invariant) 시스템에 적용된다[6]. LTI 시스템으로부터 시스템 응답이 발생한다고 가정할 때 LTI 시스템을 위한 전달함수 $H(f)$ 는 주파수의 유리함수로서 다음과 같이 특성화 될 수 있다.

$$H(f_i) \approx \frac{A(f_i)}{B(f_i)} = \frac{\sum_{k=0}^P a_{kj} f_i^k}{\sum_{k=0}^Q b_{kj} f_i^k}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

Where, $A(f_i)$ denotes numerator polynomial, $B(f_i)$ denotes denominator polynomial, P denotes the order of the numerator polynomial, Q denotes

the order of the denominator polynomial

Eq. (1)에서 보는 바와 같이 미지의 계수 a_k 와 b_k 는 아래와 같은 형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} [A \quad -B]_{N \times (P+Q+2)} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{(P+Q+2) \times 1} &= 0 \\ [C]_{N \times (P+Q+2)} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{(P+Q+2) \times 1} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

SEM pole은 행렬 [C]에 대해 QR decomposition, SVD(Singular Value Decomposition), TLS(Total Least Squares) 방법을 사용하여 계산된 계수 a_k 와 b_k 를 통해 추출이 가능하며, 이때 전달함수 $H(f)$ 는 아래와 같이 재작성될 수 있다.

$$H(f) \approx \sum_{m=1}^M \left(\frac{R_m}{f - \left(\frac{\sigma_m}{j2\pi} + f_m \right)} + \frac{R_m^*}{f - \left(\frac{\sigma_m}{j2\pi} - f_m \right)} \right) \quad (3)$$

Where, R_m denotes residue, R_m^* denotes complex conjugate of R_m , σ_m denotes damping factor, f_m denotes natural frequency for the m^{th} pole

2.2 다양한 완전도체의 라이브러리 pole 생성

Fig. 2는 EM 시뮬레이터인 HOBBIES(High Order Basis Based Integral Equation Solver) [7]를 사용하여 자유공간 상에 직경 0.2m 구 형태의 완전도체(PEC)에 대한 시뮬레이션 모델 및 다양한 관측 각도에 따른 EM 산란응답과 추출한 고유 pole을 나타내고 있다.

시뮬레이션 모델(Fig. 2(a))에서는 평면파가 입사파로 적용($\varphi=0^\circ, \theta=0^\circ, E_\varphi=0, E_\theta=1$)되었고, 이에 따라 세 가지의 다른 각도($(\varphi=0^\circ, \theta=0^\circ)$, $(\varphi=0^\circ, \theta=30^\circ)$, $(\varphi=0^\circ, \theta=60^\circ)$)에서 구 형태의 완전도체에 대한 산란응답(Fig. 2(b))에 대해 Cauchy 방법을 적용하면 Fig. 2(c)와 같이 고유 pole을 추출할 수가 있는데 여기에서 주목할 점은 세 가지의 각도에서의 산란 응답에 대한 고유 pole이 거의 일치한다는 점이다.

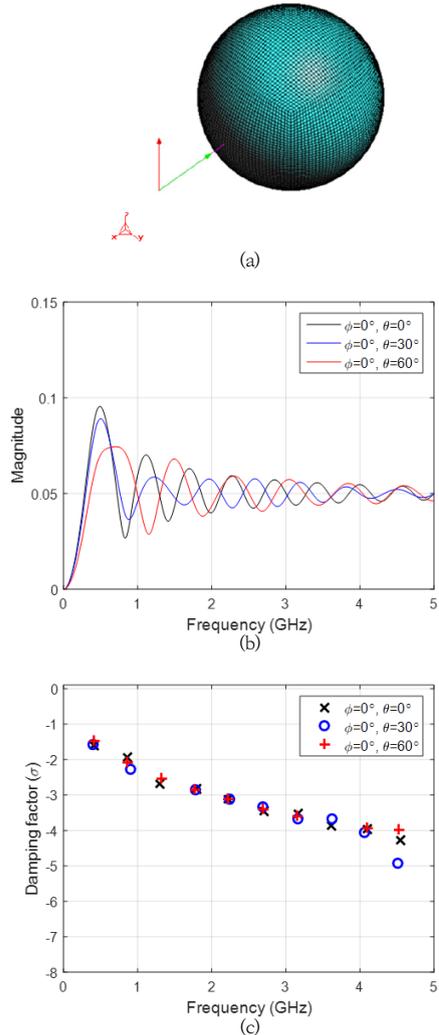


Fig. 2. Extraction of natural poles for the 0.2-m-diameter PEC sphere
(a) EM simulation model for the 0.2-m-diameter PEC sphere (b) Observed response in the frequency domain (c) Natural poles of the observed response

Table 1은 위에서 제시한 방법을 적용하여 다양한 형태의 완전도체(선, 디스크, 타원체, 원뿔, 구, 원통)에 대한 고유 pole을 추출하여 생성한 pole 라이브러리를 나타낸다. Table 1에서 보는 바와 같이 완전도체의 크기가 0.1m이나 형태(선, 디스크, 타원체)가 다를 경우 고유 pole이 다르고, 복잡한 구조(원뿔, 원통, 구)일 경우 고차원의 고유 pole들이 생성됨을 확인할 수가 있다. 또한 구 형태의 완전도체들의 고유 pole을 확인해 보면 물체의 크기가 클수록 고유 pole의 수가 증가하며 첫 번째 고유

공진주파수가 작아진다는 사실을 발견할 수가 있다. 다시 말해서 물체의 크기와 형태에 따라 고유의 pole을 가지고 있으며, 이를 통해 생성한 pole 라이브러리는 목표물에서 추출한 고유 pole과의 비교를 통해 목표물을 식별할 수 있는 가능성을 제공해 준다.

Table 1. Natural pole library of the eight PEC objects

Object	First Order Pole (σ_1, f_1)	High Order Frequency (GHz)
Wire (0.1m length, 1mm radius)	(-0.8811, 1.3339)	4.2265
Disk (0.1m diameter)	(-2.9610, 1.1775)	4.6855
Ellipsoid (0.02m diameter, 0.1m length)	(-1.5828, 1.3967)	4.2956
Cone (0.1m diameter, 0.1m height)	(-2.9988, 0.8267)	1.9722, 2.9350, 3.9375, 4.8416
Sphere (0.1m diameter)	(-3.3024, 0.9700)	1.7243, 2.6322, 3.5454, 4.4602
Cylinder (0.1m diameter, 0.1m height)	(-2.6532, 0.7028)	1.3540, 2.1733, 2.9673, 3.6885, 4.4146
Sphere (0.15m diameter)	(-2.0011, 0.5504)	1.1490, 1.7534, 2.3638, 2.9761, 3.5885, 4.2081, 4.8299
Sphere (0.2m diameter)	(-1.5993, 0.4086)	0.8605, 1.3013, 1.7955, 2.2183, 2.6993, 3.1569, 3.6110, 4.0924, 4.5405

3. 지하에 있는 목표물 탐지 및 식별

3.1 MP 방법 개요 [4]

MP 방법은 복소 지수의 합으로 시간영역의 함수의 근사치를 만들 수 있으며 이러한 근사치는 늦은 시간응답에 대해서만 유효하게 된다. 일반적으로 물체로부터 수신한 늦은 시간응답의 전자기 순간 신호는 샘플링 이후 아래와 같이 공식화 할 수가 있다.

$$y(kT_s) = x(kT_s) + n(kT_s) \quad (4)$$

$$\approx \sum_{i=1}^M R_i Z_i^k + n(kT_s), \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

Where, $y(t)$ denotes observed time response, $x(t)$ denotes signal, $n(t)$ denotes noise in the system,

R_i denotes residue or complex amplitudes of the i^{th} pole, T_s denotes sampling time, N denotes number of data samples, M denotes number of poles of the signal

$$z_i = e^{s_i T_s} = e^{(\alpha_i + j\omega_i) T_s}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

Where, s_i denotes i^{th} pole of the system, α_i denotes negative damping factor of the i^{th} pole, ω_i denotes angular frequency of the i^{th} pole

이러한 모델은 산란체가 LTI 시스템으로 취급될 수 있기 때문에 유효하게 된다. 물체로부터의 순간적인 시간 응답에 MP 방법을 적용하여 M, R_i, Z_i 에 대한 최적의 추정치가 가능하며, 이를 통해 물체의 고유 특성에 해당하는 고유의 pole을 추출할 수가 있다.

3.2 지하에 있는 빈 공간 탐지 및 식별

Fig. 3은 지하에 있는 구 형태의 빈 공간을 탐지하기 위해 한 개의 송신안테나(다이폴 안테나)와 두 개의 수신안테나(다이폴 안테나)로 구성된 EM 시뮬레이터(HOBBIES) 모델을 나타내고 있다. 도시환경과 모래가 많은 토양의 0.25m, 0.65m 깊이에 생성되어 있는 구 형태의 빈 공간을 가정하여 세 가지를 EM 모델링을 수행하였다[8]. 이때 시뮬레이션 모델의 병렬연산은 클러스터 컴퓨터(운영체제 : Linux, 노드 수 : 3(Seneca Data Nexlink 7875), 총 CPU core 수 : 36, 총 RAM : 144GB, 총 HDD 메모리 : 5.4TB)를 사용하였고, Matlab을 이용하여 목표물의 고유 pole 추출 및 기존 pole 라이브러리와 비교하였다.

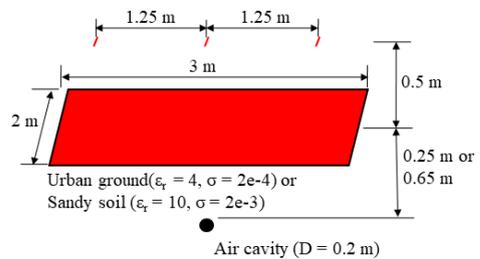


Fig. 3. EM simulation model and its configuration with one transmitter, two receivers, a 0.2-m-diameter spherical air cavity at a depth of 0.25m or 0.65m under urban ground or sandy soil

이때 수신기에서 관심 목표물의 응답은 Eq. (6)을 통해 획득할 수 있으며, Fig. 4는 도시환경 토양의 0.25m 깊이에 생성되어 있는 구 형태의 빈 공간에 대한 주파수 영역 응답과 시간영역 응답을 각각 나타내고 있다.

$$Y(f) = \frac{X(f)_{Object} - X(f)_{No-Object}}{R_{Ant}(f)} \quad (6)$$

Where, $Y(f)$ denotes deconvolved response, $X(f)_{Object}$ denotes received signal with the object present, $X(f)_{No-Object}$ denotes received signal without the object present, $R_{Ant}(f)$ denotes response of a receiving antenna

지하에 있는 목표물의 위치를 계산하기 위해서 Fig. 5에서 보는 바와 같이 좌측 수신안테나, 우측 수신안테나, 목표물의 좌표를 각각 $(0, -d, 0)$, $(0, d, 0)$, (x, y, z) 로 가정하였다. 탐지된 지하 속의 목표물의 위치는 아래의 Eq. (7-11)를 통하여 계산할 수 있다.

$$R_L + R = R_R + R, R_L = R_R \quad (7)$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = a_1 + b_1 \quad (8)$$

$$R_R = \sqrt{x^2 + (y-d)^2 + z^2} = a_2 + b_2 \quad (9)$$

$$(a_1 + b_1)^2 + d^2 = (a_2 + b_2)^2 \quad (10)$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{(a_1 + b_1)}{(a_2 + b_2)} \Rightarrow a_1 b_2 = a_2 b_1 \quad (11)$$

$$T_L = T_R = \frac{a_1 + a_2}{c} + \frac{(b_1 + b_2) \sqrt{\epsilon_r}}{c} \quad (11)$$

Where, T_L denotes time delay(peak of the impulse response) of the left receiver, T_R denotes time delay of the right receiver, c denotes speed of light, ϵ_r denotes relative permittivity

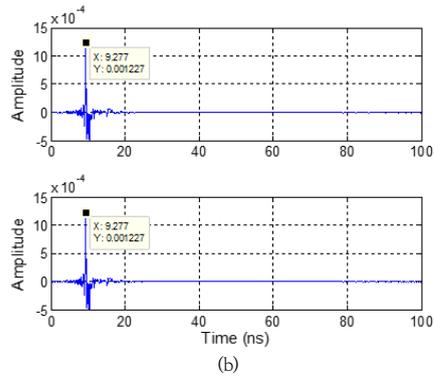
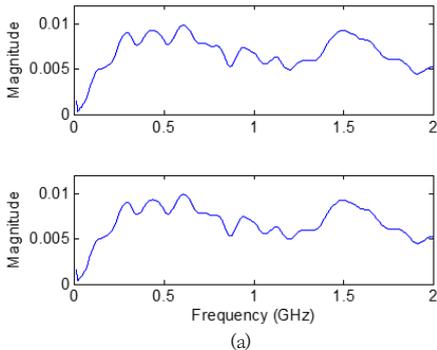


Fig. 4. Time and frequency domain response of the 0.2-m-diameter spherical air cavity at a depth of 0.25m under urban ground (a) Frequency domain response (upper fig. : left receiver, lower fig. : right receiver) (b) Time domain response (upper fig. : left receiver, lower fig. : right receiver)

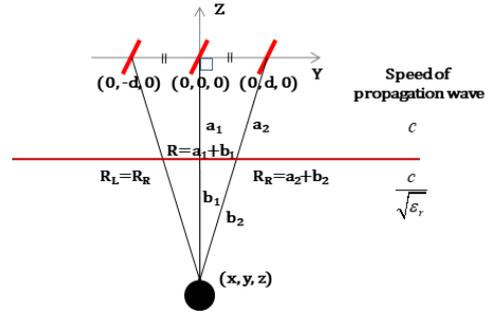


Fig. 5. Configuration of one transmitter, two receivers, and one object underground for calculating object coordinates

Table 2는 Fig. 4와 같이 위의 세 가지 모델링으로부터 얻은 임펄스 응답의 시간 지연을 이용하여 추정된 목표물의 위치와 실제 위치를 비교한 것으로, 송신안테나를 기준으로 깊이는 약 6.2 ~ 16%의 상대적인 오차를 보이고 있으며 각도는 수직방향을 나타내고 있다.

Fig. 6은 MP 방법을 적용하여 계산된 고유 pole과 pole 라이브러리를 비교한 결과를 나타낸다. 여기에서 주목해야 할 점은 유전 매질(ϵ_r) 안에 공기로 된 빈 공간이 있다면 이것의 응답은 ϵ_r 의 값에 영향을 받지 않고, 자유 공간에서 같은 모양을 가지는 도체의 실질적인 응답과 비교할 수 있다는 것이다[9].

이에 따라 관심 목표물에 대한 계산된 1차 고유 pole과 1차 고유 공진주파수를 pole 라이브러리와 종합적으로 비교해 보면 탐지된 목표물은 구 형태의 빈 공간(직경 0.2m)으로 추정할 수 있다.

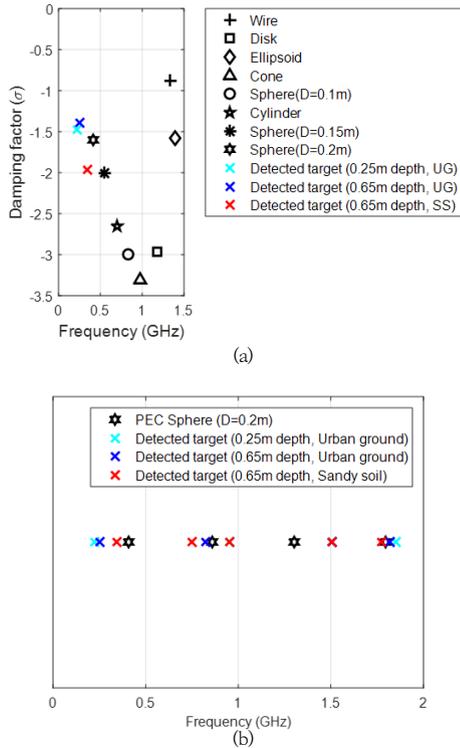


Fig. 6. Comparison pole library with computed poles of the detected target using MP method
 (a) First order pole (b) Resonant frequency

Table 2. Comparison actual target coordinates with estimated target coordinates (air cavity under urban ground or sandy soil at 0.25m or 0.65m depth)

Air Cavity		Depth(m)	Angle(°)
Urban ground (0.25m depth)	Actual	0.25	0
	Estimated	0.21	0
Urban ground (0.65m depth)	Actual	0.65	0
	Estimated	0.61	0
Sandy soil (0.65m depth)	Actual	0.65	0
	Estimated	0.57	0

4. 결론

본 논문에서는 도시환경과 모래가 많은 토양 아래에 구 형태의 빈 공간이 있을 경우를 가정하여 탐지 및 식별할 수 있는 방안을 제시하였고, 가능성을 분석하였다. 제시한 방법론의 주요 개념은 물체들의 산란응답을 통해 고유 pole을 추출할 수가 있고 이러한 고유 pole을 통해

물체를 구별할 수가 있다는 것이다. 이를 위해 EM 시뮬레이터를 통해 선, 디스크, 타원체, 원뿔, 구, 원통 등 다양한 형태와 크기를 가지는 완전도체들을 모델링하였고, 이를 통해 획득한 EM 산란응답에 Cauchy 방법을 적용하여 물체의 고유 특성에 해당하는 고유 pole 데이터를 추적하고 pole 라이브러리를 생성하였다.

또한 도시환경과 모래가 많은 토양 아래에 구 형태의 빈 공간을 가정하여 세 가지의 EM 시뮬레이션 모델링을 수행하여 얻은 전자파 산란 데이터로부터 관심 목표물의 응답을 추출하였고, 시간영역에서 임펄스 응답의 시간 지연을 이용하여 목표물 위치를 추정하였으며 MP 방법을 적용하여 계산된 고유 pole과 고유 공진주파수를 pole 라이브러리와 비교하여 목표물을 식별할 수 있는 가능성을 증명하였다.

References

- [1] M. Farfour, O. Abdellah, F. Al-Shukaili, "Geophysical investigation of underground cavity in Bimah Sinkhole, Northern Oman", *Fifth International Conference on Engineering Geophysics*, SEG, Al Ain, UAE, pp.203-206, Oct. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1190/iceg2019-052.1>
- [2] C. E. Baum, On the Singularity Expansion Method for the Solution of Electromagnetic Interaction problems, Interaction Notes, Air Force Weapons Laboratory, USA, pp.71-109. Available From: <http://ece-research.unm.edu/summa/notes/In/0088.pdf>
- [3] J. Yang, T. K. Sarkar, "Interpolation/Extrapolation of Radar Cross-Section (RCS) Data in the Frequency Domain Using the Cauchy Method", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol.55, No.10, pp.2844-2851, Oct. 2007. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.2007.904063>
- [4] R. S. Adve, T. K. Sarkar, O. M. C. Pereira-Filho, S. M. Rao, "Extrapolation of time-domain responses from three-dimensional conducting objects utilizing the matrix pencil technique", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol.45, No.1, pp.147-156, Jan. 1997. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/8.554252>
- [5] W. Lee, T. K. Sarkar, H. Moon, M. Salazar-Palma, "Identification of Multiple Objects Using Their Natural Resonant Frequencies", *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Vol.12, pp.54-57, Jan. 2013. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/LAWP.2013.2237746>
- [6] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, J. R. Buck, *Discrete-time Signal Processing* Second Edition, p.870, Prentice Hall, 1999, pp.22-34.

- [7] Y. Zhang, T. K. Sarkar, X. Zhao, D. Garcia-Donoro, W. Zhao, M. Salazar-Palma, S. Ting, Higher Order Basis Based Integral Equation Solver (HOBBIES), p.568, Wiley, 2012, pp.1-442.
- [8] J. D. Kraus, Antennas Second Edition Appendix A, p.892, McGraw-Hill, 1988, p.851.
- [9] D. Ghosh, *UWB Antenna Design for Signature Extraction of Buried Targets*, Ph.D. dissertation, Department of Electrical Engineering and Computer Science, Syracuse University, NY, USA, pp.107-161, 2008.

이 우 진(Woojin Lee)

[정회원]



- 2003년 2월 : 광주과학기술원 기
전공학과 (공학석사)
- 2013년 6월 : 미국 시라큐스대 전
기 및 컴퓨터공학과 (공학박사)
- 2016년 3월 ~ 2019년 1월 : 육군
3사관학교 정보통신공학과 조교수
- 2019년 2월 ~ 현재 : 국방기술진
흥연구소 현역연구원

<관심분야>

정보통신, C4I, 레이더신호처리