Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society
Vol. 23, No. 5 pp. 482-493, 2022

https://doi.org/10.5762/KAIS.2022.23.5.482
ISSN 1975-4701 / eISSN 2288-4688

지구타원체 계수추정 모델을 이용한 고속표적의 발사지점 및 탄착지점 예측

홍동욱*, 김주현
한화시스템

Prediction of launch point and impact point of high-speed target using earth ellipsoid coefficient estimation model

Dong-Wg Hong*, Ju-Hyun Kim
Hanwhasystem

요 약 탄도미사일, 장사정포와 같은 고속표적에 대한 발사지점 타격 및 지대공 요격무기를 선정하기 위해서는, 탐지센서를 통해 수신되는 표적의 상태정보를 이용하여 발사지점 및 탄착지점에 대한 예측이 필요하다. 이러한 표적들은 발사 이후 상승단계에서는 추력을 이용하고, 추력이 종료된 이후 자유비행 및 낙하단계에서는 중력의 작용으로 낙하하기 때문에 발사지점과 탄착지점을 예측하는데 서로 다른 예측기법들을 이용하게 되는데 이런 방법은 계산의 부하를 증가시키게 된다. 본 논문에서는 일정시간 동안 축적된 항적정보를 이용하는 상태추정 필터링 없이 센서에서 제공되는 고속표적의 한 점에 대한 상태정보만을 이용하면서 지구타원체 계수추정 방법을 이용하여 발사지점 및 탄착지점을 모두 예측하는 방법을 제시하였다. 연구결과 발사지점 예측에서는 지구타원체 계수추정 모델이 동특성 모델 예측결과에 비해 거리오차가 적었으며, 낙하지점 예측에서는 단순한 케플러운동 모델보다 지구타원체 계수추정 모델이 더 적합함을 알 수 있었다. 향후에는 거리오차를 더 줄이기 위해 잔여시간에 따른 상태변수 변화에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

Abstract Predicting the launch and impact points of high-speed targets such as ballistic missiles and long-range artillery by using the target status information received from the detection sensor is important. In particular, this prediction is necessary to select a surface-to-air intercept weapon against these targets and strike their launch points. Operationally, the said targets use thrust for ascending after their launch and fall under gravity in the free flight and fall stages after the end of thrust usage. Hence, the prediction of their launch and impact points is associated with a high computational load under any existing technique. This research uses the earth ellipsoid coefficient estimation model to overcome this situation and predict high-speed targets' launch and impact points effectively. In particular, this prediction uses only the state information of one point on any high-speed target provided by the sensor. Notably, this state information was not state estimation filtered using the track information accumulated over a certain period of time. Subsequent to the predictions, this study showed that the earth ellipsoid coefficient estimation model resulted in a lesser distance error than that of the dynamic characteristic model in predicting the launch point of a high-speed target. In addition, this study showed that the earth ellipsoid coefficient estimation model was more suitable than the simple Kepler motion model in predicting the impact point of a high-speed target. However, additional research needs to be conducted on the change of state variables according to the remaining time for the reduction of the distance error from the earth ellipsoid coefficient estimation model in predicting the launch and target points of a high-speed target.

Keywords : High Speed Target, Launch Point, Impact Point, Ballastic Missile, Long Range Artilliery, Estimation

*Corresponding Author : Dong-Wg Hong(Hanwhasystem)
email: hongdw5073@naver.com
Received February 7, 2022 Revised March 10, 2022
Accepted May 6, 2022 Published May 31, 2022

1. 서론

탄도미사일 및 장사정포와 같은 고속표적 공격시 발사원점을 타격하기 위해서는 발사지점에 대한 예측이 필요하고, 방어가 가능한 요격무기체계 선정 및 인원 대피를 위해서는 낙하지점에 대한 예측이 필요하다. 탄도미사일 및 장사정포와 같은 고속표적의 경우 발사 후 수 분 이내에 목표지점으로 낙하하기 때문에 무기체계가 미사일을 발사하여 표적에 대응하는 데까지 소모되는 시간을 고려할 때 지휘통제본부는 탐지 센서로부터 항적정보를 수신시 근 실시간으로 발사지점 및 탄착지점을 예측하여 대응 가능한 무기체계를 지정해 주어야 한다.

고속표적의 발사지점 및 탄착지점에 관한 기존의 연구들을 보면 확장칼만필터(EKF: Extended Kalman Filter, 이하 EKF)를 기반으로 탄도계수 추정을 위한 비선형 동역학 모델을 이용한 발사지점 예측[1,2] 및 탄착지점 예측을[3] 수행하였으며, 탐지센서의 위치를 기준으로 상태추정 필터링을 통해 발사 및 탄착 지점을 예측하였다.

이러한 방법들은 필터의 종류와 필터링 기법에 따라 추적의 정확도를 향상시킬 수 있는 반면, 대기권 내에서 항력의 영향을 크게 받는 탄착지점 예측에서는 고속표적의 형상 및 크기별로 추정되는 탄도계수의 정확도에 따라 예측값이 변하게 된다.

탄도계수는 고속표적의 기하학적 형태 및 구조에 의해 그 값이 다르고, 항력계수에 영향을 미치기 때문에[3], 탄도계수 값이 불확실한 경우 정확한 발사지점 및 탄착지점 예측값을 구할 수 없다는 제한을 가지고 있으며, 추력을 이용하여 상승하는 단계에서 발사지점을 예측할 때보다 대기권에서 낙하하는 고속표적의 탄착지점을 예측할 때 불확실성이 더 커지게 되어 한 점 정보를 이용하여 발사 및 낙하지점을 해결하는 문제에는 적용이 제한된다.

또한 지휘 및 교전통제소 측면에서는 탐지센서로부터 링크를 통해 제공되는 지구중심지구고정(ECEF: Earth Centered Earth Fixed 이하 ECEF)좌표계의 데이터를 탐지센서 위치를 기준으로 한 동북상(ENU: East North Up 이하 ENU)좌표계로 환산하는 절차 등이 소요되어 위협평가 및 무기할당 프로세서에 추가적인 노력이 필요하게 된다.

다른 방법으로는 케플러의 타원궤도 방정식을 이용하여 발사 및 탄착지점 예측이 가능하지만, 이 방법은 고속표적이 초기 추력을 가지고 상승하는 구간에서는 발사지점에 대한 예측 정확도가 상태추정 동역학 모델 등에 비해 떨어지고[2], 지구자전과 곡면을 고려하지 않는 경우에 발사 및 탄착지점 예측치는 실제 탄착지점과 많은 차이를 보이게 된다.

본 논문에서는 고속표적의 기하학적 형태와 구조를 정확하게 식별할 수 없고, 이것을 이용하여 계산되는 탄도계수를 정확히 알 수 없는 경우 탐지센서가 제공하는 한 지점에서의 상태정보(위치, 속도, 고도)를 활용하여 지구타원체 계수추정 모델을 기반으로 발사지점과 탄착지점을 예측하는 방법을 제시하였으며, 예측을 위해 센서에서 제공된 고속표적의 상태정보를 발사기준점(TLRP: Target Launch Referance Point 이하 TLRP) 및 낙하기준점(TIRP: Target Impact Referance Point 이하 TIRP)으로 설정하고, 설정된 발사기준점(TLRP) 및 낙하기준점(TIRP)으로부터 지구타원체 계수를 추정함으로써 발사지점(LP: Launch Point 이하 LP)과 탄착지점(IP: Impact Point 이하 IP)를 예측하는 방법을 제시하였다.

제시된 지구타원체 계수추정 모델을 이용한 발사지점 예측 결과는 항법방정식을 수치적분한 동특성 모델을 이용한 예측결과와 비교하고, 낙하지점 예측 결과는 케플러운동 방정식을 이용한 낙하지점 예측결과와 각각 비교하여 그 결과를 제시하였다.

2. 본론

2.1 고속표적 비행궤적 모델링

2.1.1 고속표적의 사거리별 궤적 특성

탐지 센서가 탄도미사일 및 장사정포탄과 같은 고속표적을 발사 시점부터 추적할 수 있다면 다수의 센서 데이터를 수집하여 적절한 필터링을 거쳐 정확한 발사지점 및 탄착지점을 예측할 수 있다. 하지만 일반적으로 지상에 배치된 탐지센서의 경우 지구곡률이나 산악지형 등 각종 차폐물의 영향으로 통상 고속표적이 발사된 후 수 km 이상 고도에 도달해서야 탐지가 되기 때문에 아군의 공격자산 및 지대공 요격체계에 신속하게 고속표적의 궤적을 예측하고[4] 발사지점과 탄착지점을 전파하는 것이 중요하게 된다.

이러한 고속표적의 발사지점과 탄착지점을 예측하기 위해서는 탄도미사일과 장사정포탄의 비행궤적 모의가 우선되어야 한다.

탄도미사일의 비행단계는 발사 후 원하는 사거리를 얻기 위해 추력과 경로를 조정하는 추진 및 상승단계, 엔진

추력 종료 후 지구 중력만으로 자유낙하 하는 자유비행 단계 및 항력의 영향을 받으며 원하는 지점으로 낙하하는 재진입 및 종말단계 등 3단계로 구분되며[5], 장사정포탄의 경우에는 자유비행 단계를 제외하면 탄도미사일과 동일한 궤도 비행을 하는 것으로 볼 수 있다.

논문에서는 고속표적의 궤적을 모의하기 위해 추진제 중량과 추력 종료후 경사선회 각도를 적절히 변경함으로써 사거리를 조정하는 방법을 적용하였으며, 지구 자전에 의한 코리올리 효과와 지구 평편도를 고려하였고 궤적 모의를 위한 제원은 홍동욱[6]의 논문을 참조하였다.

2.1.2 고속표적 비행궤적 시뮬레이션[6]

고속표적에 대한 탄도비행 궤적을 모의하기 위해서는 먼저 각 비행단계별로 궤적을 모의하기 위해 고려해야 할 요소들이 있다.

추진 및 상승단계에서는 지속적으로 가해지는 에너지에 대해 고속표적을 원하는 궤적에 올리기 위해 항법시스템에 미리 계산된 제원을 맞추기 위한 수정계산이 이루어지며, 피치 프로그램에서 어떤 제원을 세팅하는가 하는 문제가 주된 고려요소가 된다.

고속표적의 시간에 따른 속력의 변화를 나타내는 운동방정식은 Eq. (1)과 같이 계산되며, 시간에 따른 표적의 중량은 Eq. (2)와 같이 계산된다.

$$dV/dt = [T - D - W]/m \quad (1)$$

$$W = m(t) \times G \times \sin(\gamma) \quad (2)$$

Where, T denotes Trust, D denotes Drag, W denotes target weight according to time, m denotes mass of the Target, G denotes Gravity, γ denotes angle between flight path and horizontal direction

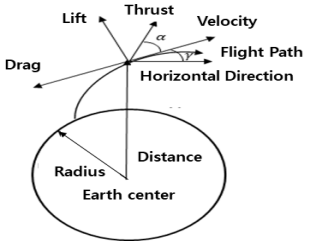

Fig. 1. Force acting on a high speed target flying in a elliptical orbit

Fig. 1과 같이 타원궤도를 따라 비행하는 고속표적은 좌우측 방향으로의 기동이 없고, 일정한 타원 형태의 궤적을 형성하기 때문에 가해지는 힘을 궤도평면에서 나타낼 수 있고, 이것을 다시 수평거리 변화를 나타내는 수평성분과, 고도 변화를 나타내는 수직성분으로 분해하여 추진 및 상승단계에서는 고속표적의 거리 및 고도 변화량을 Eq. (3),(4)와 같이 나타낼 수 있다.

- 거리 변화량 :

$$dV/dt = [T^*\cos(\alpha) - D - mg^*\sin(\gamma)]/m \quad (3)$$

- 고도 변화량 :

$$d\gamma/dt = [T^*\sin(\alpha) + L - mg^*\cos(\gamma)]/mV \quad (4)$$

Where, α angle between axis of target and flight path, L denotes Lift, V denotes target speed

재진입 및 종말단계에서는 낙하하는 고속표적에 대해 별도의 추력 없이, 항력과 중력의 영향성만 고려하기 때문에 거리 및 고도 변화량은 각각 Eq. (5),(6)과 같이 나타낼 수 있다.

- 거리 변화량 :

$$dV/dt = [-D - mg^*\sin(\gamma)]/m \quad (5)$$

- 고도 변화량

$$d\gamma/dt = [L - mg^*\cos(\gamma)]/mV + [(mV^2/r)^*\cos(\gamma)] \quad (6)$$

Eq. (6)에서 $(mV^2/r)^*\cos(\gamma)$는 고속표적에 작용하는 수직성분의 힘을 나타낸다. 탄도미사일 및 장사정포 궤적모의를 위한 물리적 입력제원은 홍동욱[6]의 데이터를 기반으로 하였으나, 원하는 사거리 산출을 위해 일부 제원값 들을 Table 1과 같이 조정하여 고속표적의 비행궤적 모의를 위한 제원으로 이용하였다.

Table 1. Trajectory simulation input specification for each missile

Specification \ Range	70km	300km	500km	1000km
Payload(kg)	90	1,000	870	1,000
Propellant(kg)	200	3,770	4,330	16,500
Struvture(kg)	497	1,100	890	4,000
Total weight(kg)	787	5,870	6,090	21,500
Trust	26,050	117,850	135,011	690,000
Cutoff time(sec)	59	65	68	68
Climb angle(deg)	0	0	0	0
Climb time(sec)	6	6	7	10
Burnout time(sec)	59	65	70	70
Turn angle(deg)	20	20	20	25
Turn time(sec)	14	14	14	15
Drag coefficient	0.01	0.07	0.07	0.1

Fig. 2, 3, 4는 각각 고속표적의 항법방정식과 물리적 입력제원을 이용하여 계산된 사거리별 궤적추정 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 시뮬레이션 결과 고속표적의 사거리별로 최고고도는 각각 26.7km, 80km, 128.2km, 266.2km를 나타내었으며, 사거리별 비행시간은 각각 192sec, 299sec, 375.5sec, 555sec를 나타내었다. 속도 변화는 추진 및 상승 단계에서는 증가하고, 추진체 연소종료 이후 감소 하다가 최고고도를 지나면서 다시 증가하고, 재진입 단계에서는 감소하는 경향을 나타내었다.

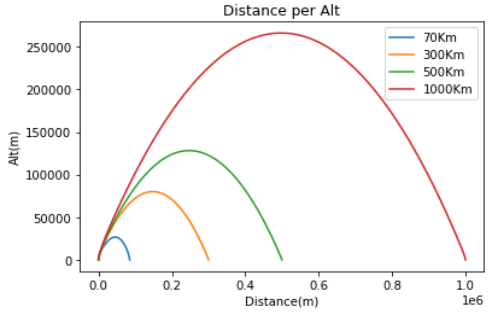

Fig. 2. Altitude change according to the distance for each target range

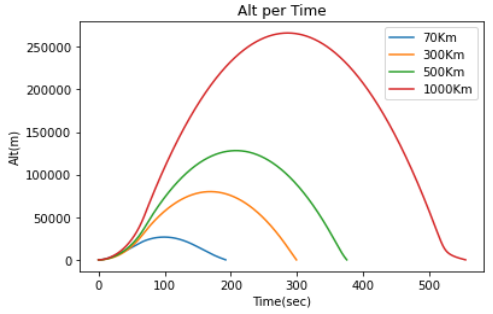

Fig. 3. Altitude change according to the time for each target range

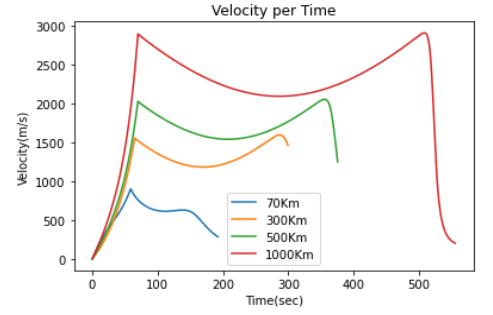

Fig. 4. Speed change according to the time for each target range

2.2 발사지점 및 낙하지점 예측

2.2.1 수치적분을 이용한 발사지점 예측

발사지점 예측관련 표적의 상태정보를 이용하는 배치추정기법은 정확한 표적의 초기값을 산출하지만, 연산량의 증가로 표적 추적의 실시간성이 떨어진다는 단점이 있다[2]. 또한 링크를 통해 교전통제소로 수신되는 고속표적의 위치정보는 ECEF 좌표계의 형태로 송수신 되기 때문에 센서기준의 좌표체계로 변환하는 과정을 거치게 되면 마찬가지로 연산량이 증가된다.

본 논문에서는 상태추정을 위한 필터링 하는 과정이나, 좌표계변환 등의 과정없이 탐지센서로부터 제공되는 고속표적의 상태정보를 실시간으로 이용하여 발사지점을 예측하는 방법을 적용하였다. 발사지점 예측계산을 위한 상태변수 모델은 Eq. (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = [r_x, r_y, r_z, v_x, v_y, v_z, \dot{v}_x, \dot{v}_y, \dot{v}_z]^T \quad (7)$$

Where, r_x, r_y, r_z denotes target distance v_x, v_y, v_z denotes target velocity $\dot{v}_x, \dot{v}_y, \dot{v}_z$ denotes target acceleration

수치적분을 위한 고속표적의 속도는 위치정보의 도함수를 구하여 계산할 수 있으며, 가속도는 Eq. (8)과 같이 모델링된 항법방정식을 이용하여 계산할 수 있다[5].

$$\begin{aligned} \dot{v}_{x,y,z} = & a_T[v_{x,y,z}/(\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2})] \\ & - a_D[v_{x,y,z}/(\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2})] \\ & - a_G[r_{x,y,z}/(\sqrt{r_x^2+r_y^2+r_z^2})] \\ & + 2\omega v_y + \omega^2 r_x \end{aligned} \quad (8)$$

Where, ω denotes earth rotation angular velocity, a_T, a_D, a_G denotes acceleration according to trust/drag/gravity

추력 (a_T), 항력(a_D), 중력(a_G)에 의한 가속도는 각각 Eq. (9)와 같이 계산된다.

$$a_T = gI_{sp}\dot{m}/m(t),\ a_D = C_D\rho(h)v^2/2m(t),\ a_G = \mu/r^2 \quad (9)$$

Where, g denotes gravity accelerate, I_{sp} denotes specific impulse, m denotes mass of target, C_D denotes drag coefficient, $\rho(h)$ denotes atmospheric density according to altitude, μ denotes gravity parameter, r denotes distance to target

일반적으로 지대공 요격체계 측면에서는 추력 및 상승 단계에 있는 고속표적의 기하학적 구조와 형상에 대한 정보를 알 수 없기 때문에 본 논문에서는 이를 고려하여 추력 및 항력 관련 추정 계산을 제외 하고 기존 논문[3]에서 제시한 추력단계의 동특성 모델을 기반으로 하여 Eq. (10)과 같이 동특성 모델을 구성하였다.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{r}_x \\ \dot{r}_y \\ \dot{r}_z \\ -a_G(\frac{r_x}{R^3}) + 2\omega v_y + \omega^2 r_x + \frac{v_x}{V} \\ -a_G(\frac{r_y}{R^3}) + 2\omega v_x + \omega^2 r_y + \frac{v_y}{V} \\ -a_G(\frac{r_z}{R^3}) + \frac{v_z}{V} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Eq. (10)과 같이 구성된 동특성 모델을 이용하여 고속표적의 상태정보를 수신한 시점 이전 시간의 상태변수는 Eq. (11)과 같이 수치적분을 이용하여 예측 계산을 할 수 있다.

$$x_{k-1} = x_k - f(h, \dot{x}) \tag{11}$$

Where, h denotes time differential, $f(h, \dot{x})$ denotes oiler's integral function

센서로부터 링크를 통해 제공되는 표적의 위치성분을 이용하여 계산된 속도 및 가속도 성분과 시간변화량 (dt)을 이용하여 속도 0± 에러 허용치 이하를 만족할 때 까지 수치적분을 수행하여 발사지점을 예측하였다.

2.2.2 케플러운동을 이용한 발사 및 낙하지점 예측

탄도미사일 및 장사정포탄과 지구간의 관계를 서로 다른 질량 차이를 가지는 두 물체 간의 운동으로 가정하게 되면 자유낙하하는 탄도미사일과 장사정포의 비행궤도는 타원궤도를 형성하며 케플러의 운동법칙을 근간으로 계산되어 낙하지점 예측이 가능하다.

타원궤도 상에서의 낙하지점 예측 계산알고리즘은 Fig. 5와 같이 나타낼 수 있다. Fig. 5에서 표적의 상태정보는 탐지센서로부터 제공받는 표적의 위치, 속도 및 고도 정보를 나타내며, 교전통제소는 추력이 종료된 후 타원궤도를 따라 자유낙하 하는 탄도미사일이나 장사정포탄과 같은 표적의 경우 이들 정보를 이용하여 표적의 파라미터를 계산하고 탄착지점을 예측할 수 있다.

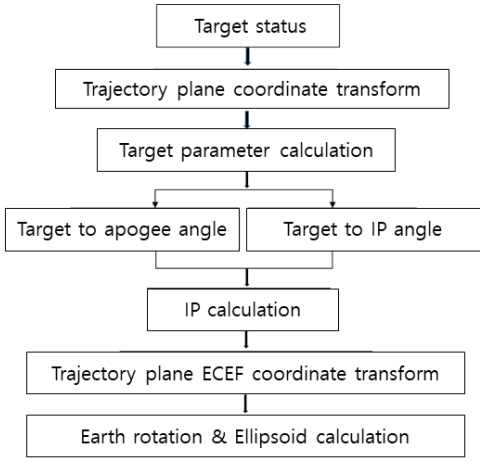

Fig. 5. Impact Point Estimation Algorythme

본 논문에서는 기존 논문[7]에서 제시한 타원궤도의 원지점과 표적의 현위치를 이용하여 탄착지점을 예측하는 방법을 바탕으로 하였으나, 탄착지점 예측의 정확도를 높이기 위해, 기존 논문[7]에서 예측한 탄착지점을 고속표적의 개략적인 낙하기준점(Trajectory Impact Reference Point)으로 가정한 뒤 이 낙하기준점을 지구타원체 계수추정으로 환산하여 탄착지점을 예측하는 방법을 새롭게 제시하였다.

타원궤도를 따르는 고속표적의 운동 파라미터 산출은 Eq. (12)와 같이 rigid body에 대한 1차 에너지 계산식을 기반으로 계산한다.

$$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{k}{r} \tag{12}$$

Where, m denotes mass of target, r radial distance from the center of rhe earth to the target, L denotesangular moment, k denotes Product of mass and earth's gravitational constant ($L = mGM$)

지구중심으로부터 표적까지의 거리와 속도는 Eq. (13),(14)와 같이 계산한다.

$$R_t = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{13}$$

$$v_{ti} = \sqrt{v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2} \tag{14}$$

Where, x, y, z denotes position of target, v_{xi}, v_{yi}, v_{zi} denotes inetial velocity of target

Eq. (13),(14)에서 표적의 위치성분과 속도성분은 센서로부터 제공되는 표적의 상태정보로부터 얻어진다, 이

렇게 센서가 제공하는 표적의 위치와 속도를 이용하여 표적의 현위치에서의 수직속도와 여기에 수직방향을 갖는 Tangential 속도를 Eq. (15),(16)과 같이 계산한다.

$$v_R = (v_{xi} \cdot \ x + v_{yi} \cdot \ y + v_{zi} \cdot \ z) / R_t \quad (15)$$

$$v_{tng} = \sqrt{v_{ti}^2 - v_R^2} \quad (16)$$

Where, v_R denotes vertical speed of target, v_{tng} denotes tangential speed of target

또한 지구중력계수와 표적의 각속도를 이용하여 표적의 Orbit parameter를 정의하고, Eq. (16)에서 구한 Tangential 속도를 이용하여 Orbit parameter는 Eq. (17)과 같이 구할 수 있으며, 궤적의 eccentricity는 Eq. (18)과 같이 구한다.

$$p \equiv \ \frac{L^2}{mk} = \frac{|\vec{r} \times m\vec{v}|^2}{m^2 GM} = \frac{R_t^2 v_{tng}^2}{GM} \quad (17)$$

$$\epsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{mk^2}} = \sqrt{1 + \frac{(v_{ti}^2 - 2GM/R_t)\,p}{GM}} \quad (18)$$

Where, p denotes orbit parameter, ϵ denotes eccentricity

지구중심으로부터 지표까지의 거리는 Eq. (19)와 같이 계산한다.

$$R_{cs} = R_t - h \quad (19)$$

Where, R_{cs} denotes distance from the center of the earth to the target, h denotes altitude of the target

표적의 탄착지점을 계산하기 위해 우선 대략적인 낙하기준점(TIRP)을 계산하는데 이는 표적이 비행하는 타원궤도의 원지점과 표적의 현재 위치 사이의 관계를 이용하여 구할 수 있다. 먼저 표적이 비행하는 타원궤도의 원지점 (Apogee)에서 지구중심에서 표적이 현시점에 위치한 거리까지의 각도는 Eq. (20)과 같이 구할 수 있다.

$$\rho_{cur} = acos[\frac{(1 - \frac{p}{R_t})}{\epsilon}] \quad (20)$$

Where, ρ_{cur} denotes angle froom apogee to R_t, R_t denotes distance from the center of the earth to the point where the target is currently located

또한 원지점(Apogee)에서 지구중심에서 표적이 현시점에 위치한 지점의 지표면까지의 각도는 Eq. (21)과 같이 구할 수 있다.

$$\rho_{sur} = acos[\frac{(1 - \frac{p}{R_{cs}})}{\epsilon}] \quad (21)$$

Where, ρ_{sur} denotes angle from apogee to R_{cs}, R_{cs} denotes distance from the center of the earth to the earth surface point where the target is currently located

Eq. (21)에서 지구중심으로부터 지표까지의 거리 (R_{cs}) Eq. (19)로 부터 구할 수 있다.

탄도미사일이나 장사정포탄과 같은 표적들은 좌우 방향전환과 같은 별도의 기동을 하지 않기 때문에 방향의 변화가 거의 없지만 운동 자체는 3차원 공간에서 이루어지기 때문에 궤적을 예측하는 것은 복잡한 계산을 요구한다. 따라서 계산을 간단하게 하기 위해서는 3차원 공간의 운동체 궤적을 2차원 평면으로 변환시켜 주어야 하는데 이러한 변환매트릭스(A)는 Table 2와 같이 계산할 수 있다.

Table 2. Trajectory Plane Transfer Matrix

$A(1,1) = \cos(r_z)\cos(r_y) + \sin(r_z)\sin(r_x)\sin(r_y)$
$A(1,2) = -\sin(r_z)\cos(r_y) + \cos(r_z)\sin(r_x)\sin(r_y)$
$A(1,3) = -\cos(r_x)\sin(r_y)$
$A(2,1) = \sin(r_z)\cos(r_x)$
$A(2,2) = \cos(r_z)\cos(r_x)$
$A(2,3) = \sin(r_x)$
$A(3,1) = \cos(r_z)\cos(r_y) - \sin(r_z)\sin(r_x)\sin(r_y)$
$A(3,2) = -\sin(r_z)\sin(r_y) - \cos(r_z)\sin(r_x)\cos(r_y)$
$A(3,3) = \cos(r_x)\cos(r_y)$

Table 2에서 r_x , r_y , r_z 는 각각 3차원 공간에서의 표적의 위치를 2차원 궤도평면으로 변환시키기 위한 좌표계의 각 축별 회전변화량을 나타내며 Eq. (22),(23),(24)와 같이 계산할 수 있다.

$$r_x = asin(\frac{z_t}{R_t}) \quad (22)$$

$$r_y = atan(\frac{v_{2z}}{v_{2x}}) \quad (23)$$

$$r_z = asin(\frac{x_t}{\sqrt{x_t^2 + y_t^2}}) \quad (24)$$

표적에서 탄착지점까지의 각도는 Eq. (20)과 Eq. (21)을 더하여 식 (25)와 같이 계산한다.

$$\rho_{IP} = \rho_{cur} + \rho_{sur} \tag{25}$$

Where, ρ_{ip} denotes angle from the target to the point of impact

낙하기준점은 Eq. (25)와 같이 구한 표적의 현위치로부터 탄착지점까지의 각도를 이용하여 Eq. (26)와 같이 관성좌표계로 구할 수 있다.

$$\begin{vmatrix} x_{TIRP} \\ y_{TIRP} \\ z_{TIRP} \end{vmatrix} = A \cdot \begin{vmatrix} \cos(\rho_{IP}) & \sin(\rho_{IP}) & 0 \\ -\sin(\rho_{IP}) & \cos(\rho_{IP}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot R_{cs} \tag{26}$$

Where, $x_{TIRP}, y_{TIRP}, z_{TIRP}$ denotes Trajectory Impact Reference Point coordinates of target

2.2.3 지구타원체 계수추정 모델 기반 발사지점 및 낙하지점 예측

본 논문에서는 센서로부터 제공되는 고속표적의 상태정보를 이용하여 발사지점과 탄착지점을 예측하기 위해 센서가 제공한 고속표적의 위치정보를 초기 발사기준점(TLRP) 및 낙하기준점(TIRP)으로 설정하고, 설정된 발사기준점(TLRP) 및 낙하기준점(TIRP)으로부터 반복계산을 통해 지구타원체 계수를 추정하는 방법을 적용하였다.

Eq. (26)에서 구한 표적의 발사기준점 및 낙하기준점의 위도와 경도는 각각 Eq. (27),(28)과 같이 구할 수 있다.

$$Lat_{TLRP/\,TIRP} = \sin^{-1}\left(\frac{z_t}{\sqrt{x_t^2 + y_t^2 + z_t^2}}\right) \tag{27}$$

$$Long_{TLRP/\,TIRP} = \tan^{-1}\left(\frac{y_t}{x_t}\right) \tag{28}$$

Where, $Lat_{TRIP}, Long_{TRIP}$ denotes latitude and longitude of the Trajectory Impact Reference Point coordinates of target

Eq. (27),(28)에서 구한 표적의 발사기준점(TLRP)및 낙하기준점(TIRP)에서의 위도 및 경도는 관성좌표계에서 계산한 것으로 고속표적의 예상 탄착지점을 더 정확하게 구하기 위해서는 실제 지구타원체를 추가적으로 고려해 주어야 한다. 일반적으로 탐지센서로부터 링크를 통해 제공되는 ECEF 좌표계의 표적정보는 운용자들의 이용의 편의성을 위해 탐지센서 중심의 ENU 좌표로 변환하여 이용한다,

Fig. 6은 두 좌표계의 관계 및 Geocentric 좌표 및 지구타원체를 고려한 Geodetic 좌표와 지구중심과의 관계를 나타낸다.

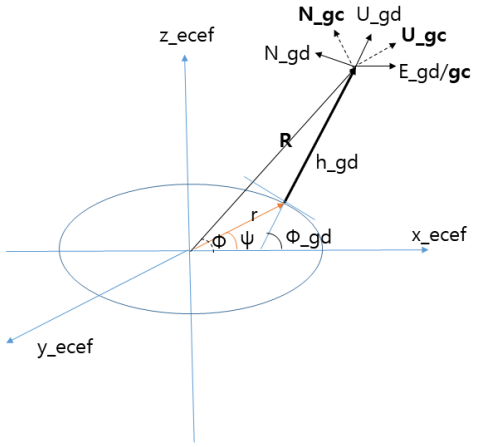

Fig. 6. Relationship between Geocentric and Geodetic coordinate system

Geodetic 위도를 구하기 위해 WGS-84 모델의 고정값인 지구장반경(a)은 6378137m, 지구평편율(f)은 1/298.257223563을 적용하고 낙하기준점의 위도(Lat_{TIRP})를 이용하여 계수값 c, s를 Eq. (29),(30)과 같이 구한다.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\cos(Lat_{TIRP}^2) + (1-f)^2 \times \sin(Lat_{TIRP}^2)}} \tag{29}$$

$$s = (1-f)^2 \times c \tag{30}$$

$$H_g = \frac{R_t \times \sin(Lat_{TIRP})}{\sin(Lat_{IP}) - (a \times s)} \tag{31}$$

Where, c denotes TIRP coefficient, s denotes earth ellipsoid estimation coefficient, f denotes flatness of the earth, a denotes earth's long radius

Eq. (31)은 지표면으로부터 표적까지의 고도(H_g)를 구하는 식을 나타낸다. 낙하기준점의 초기 위도값(Lat_{TIRP})을 예상탄착지점의 초기 위도값(Lat_{IP})으로 입력한 뒤 지구타원체를 고려한 위도값과 관성좌표계상의 위도값의 차이를 허용오차 이내로 될 때 까지 반복계산하여 계수값을 구하고, 예상발사지점의 경우에는 발사

기준점의 초기 위도값(Lat_{TLRP})을 예상발사지점의 초기 위도값(Lat_{LP})으로 입력한 뒤 동일한 반복계산을 통해 계수값을 구한다. 이렇게 구해진 계수값과 계산된 고도값을 이용해서 예상탄착지점의 위도와 경도를 각각 Eq. (32),(33)과 같이 구할 수 있다.

$$Lat_{LP/IP} = \tan^{-1}[\frac{H_g + (a \times c)}{H_g + (a \times s)}] \times \tan(Lat_{TLRP/TIRP}) \quad (32)$$

$$Long_{LP/IP} = \tan^{-1}(\frac{y_t}{x_t}) \quad (33)$$

Where, $Lat_{IP}, Long_{IP}$ denotes latitude and longitude of estimated Impact Point of the target

2.4 수치실험 결과

본 논문에서 제시한 고속표적의 상태정보를 이용한 지구타원체상에서의 발사 및 낙하지점 예측을 위해 Table 3과 같이 사거리 100km, 300km, 500km 및 1000km의 고속표적을 발사지점으로부터 360° 전방향을 45°씩 세분하여 발사하도록 시뮬레이션을 수행하였다.

시뮬레이션 환경은 CPU @ 1.8GHz, 16GB RAM 의 Intel Core i7-8565 CPU 사양의 컴퓨터 환경에서 Visual Studio를 모의 도구로 이용하였다.

Table 3. Trajectory creation simulation conditions

Condition \ Range(km)		70	300	500	1000
Launch Point		Latitude : 39.0194 Longitude : 125.7381			
Dirction(degree)		0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 235°, 270°			
Flight time(sec)		192	299	375.5	555
Apogee altitude(km)		26.7	80	128.2	266.2
Apogee speed(m/s)		624	1182.8	1541.3	2094.4
Predict Time	Launch Point	Launch time+10"/20"/30"/40"/50"/60"			
	Impact Point	Impact time-60"/50"/40"/30"/20"/10"			

시뮬레이션은 발사시점 ~ 60sec 까지의 비행구간에서 10sec 간격의 지점을 대상으로 주어진 각 방향에 따른 발사지점 예측값의 거리오차를 비교하였다.

Fig. 7은 사거리 300m 고속표적의 발사지점 예측값과 실제값의 방향별 거리오차를 나타내고 있다.

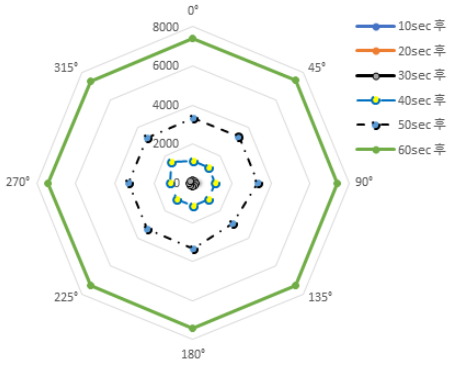

Fig. 7. Distance error by direction for the Launch Point of 300km missile

Fig. 8은 사거리 300km 고속표적의 탄착지점 예측값과 실제값의 방향별 거리오차를 나타내고 있다.

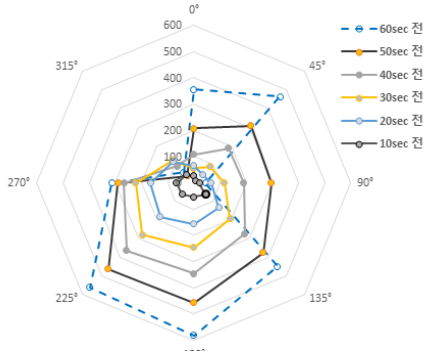

Fig. 8. Distance error by direction for the Impact Point of 300km missile

Fig. 7과 Fig. 8에서 고속표적의 발사지점과 예측치간의 거리오차는 방향별로 큰 차이를 나타내지 않았으나, 고속표적의 탄착지점과 예측치간의 거리오차는 방향별로 차이를 보였다.

또한 고속표적이 발사지점으로부터 북쪽 방향으로 발사된 경우에는 남쪽 방향으로 발사된 경우에 비해 낙하지점을 더 정확하게 예측하였는데, 이것은 시뮬레이션에서 고속표적의 발사지점을 적도 기준으로 북위지점에 설정하였기 때문에 지구 타원모델을 적용하여 낙하지점을 예측시 남쪽으로 발사할 때 보다 위도 변화량이 적기 때문으로 판단된다.

Fig. 9는 사거리 70km 및 300km 고속표적의 발사이후 해당 경과시간에서의 표적의 동특성 모델을 이용한 시뮬레이션 및 지구타원체를 고려한 케플러 운동 시뮬레이션 예측값과 실제 발사지점간의 평균 제곱근 편차(Root Mean Squre Eroor)를 나타낸다.

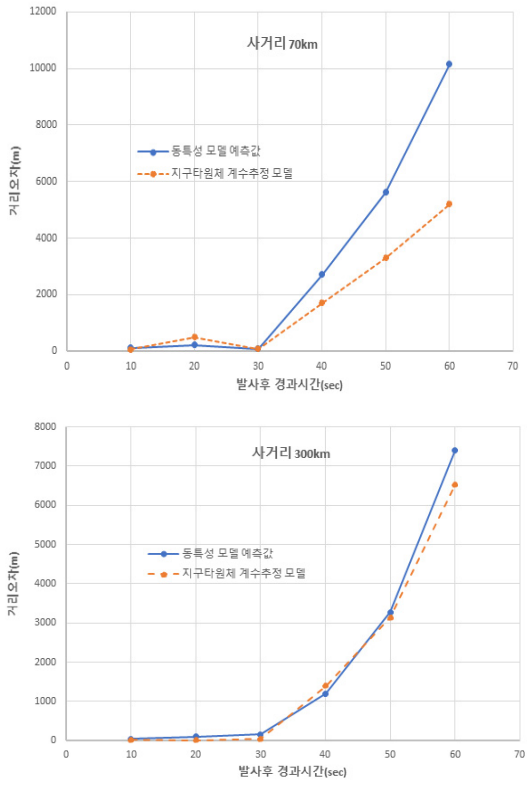

Fig. 9. Distance error of the Launch Point prediction values of 70km and 300km missiles

Fig. 9에서 탐지센서로부터 수신되는 고속표적의 한 지점에서의 정보만을 이용하여 별도의 필터링 없이 발사지점 및 낙하지점을 예측한 결과 발사이후 60sec 경과 시점에서 궤적 시뮬레이션 값과 발사지점 예측값의 RMSE는 동특성 모델의 경우 발사이후 70km 사거리인 경우 약 10km, 300km 사거리 고속표적의 경우 약 7.5km 이내의 차이를 보였고, 30sec 경과 시점에서는 각각 80m 및 약 160m의 내외의 차이를 보였다.

지구타원체 계수추정 모델의 경우 발사이후 약 60sec 경과된 시점에서의 거리차이는 70km 사거리의 고속표적은 5.2km를 보였고, 300km 사거리 고속표적은 약 6.5km 이내의 차이를 보였다. 30sec 경과 시점에서는 사거리별로 각각 80m 및 약 50m 이내로 차이를 보여서 전체적으로 지구타원체 계수추정 모델이 동특성 모델 예측결과에 비해 거리오차가 적은 결과를 보였다.

Fig. 10은 고속표적의 사거리별 발사지점 예측 시뮬레이션 결과로 발사이후 해당시간 경과 지점에서의 표적의 상태정보를 이용한 동특성 모델 예측치 및 지구타원체 계수 추정모델 예측치와 궤적 시뮬레이션을 통해 계산된 발사지점간의 거리 평균제곱근오차(Root Mean Squre Error)를 나타낸다.

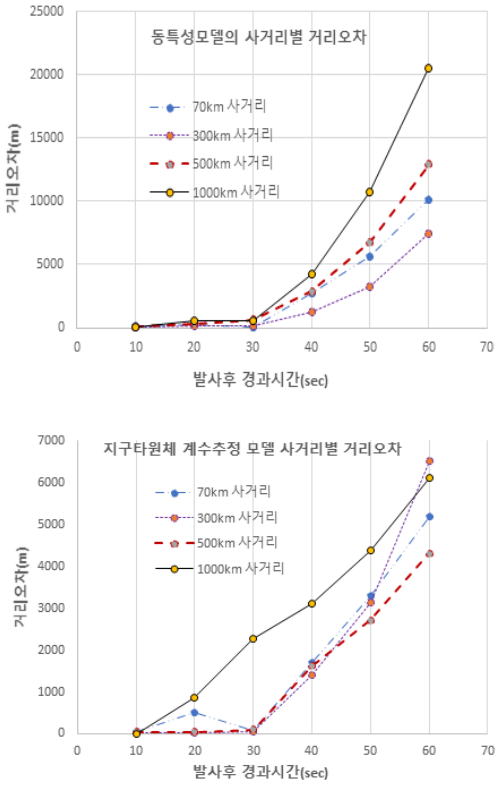

Fig. 10. Distance error of Launch Point by type of missiles according to the prediction method

Fig. 10에서 동특성 모델 및 지구타원체 계수추정 모델을 이용한 발사지점 예측 결과 두 모델 모두 고속표적의 사거리가 증가할수록 발사이후 경과시간에 따라 발사지점 예측값의 오차가 커졌으며, 시간이 지날수록 오차폭이 크게 증가하여 발사초기에 탐지할수록 발사지점 예측이 정확함을 알 수 있었다.

동특성 모델의 경우 추력에 의해 상승하는 구간에서 탐지되는 경우에는 예측값의 거리오차가 크게 발생하지는 않으나, 추력이 종료된 이후에 탐지되는 경우에는 지구타원 계수추정 모델에 비해 거리오차가 더 컸는데 이것은 추력을 고려한 동특성 모델의 특성상 고속표적이 추력이 종료후 타원궤도를 따라 운동하기 시작하면서부터는 오차가 증가되기 때문으로 판단된다.

지구타원체 계수추정 모델의 경우 고속표적의 사거리에 따라 오차의 편차는 컸지만 전체적으로 동특성 모델

에 비해 거리오차는 적게 발생하여 발사지점 예측에 좀 더 유리함을 알 수 있었다.

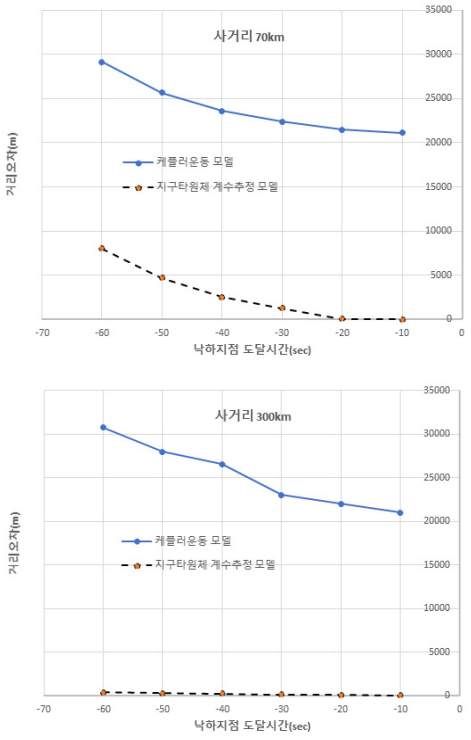

Fig. 11. Distance error of the Impact Point prediction values of 70km and 300km missiles

Fig. 11은 고속표적의 사거리별 탄착지점 추정 시뮬레이션 결과로 발사이후 해당 경과시간에서 탐지센서로부터 수신되는 고속표적의 한 지점에서의 정보만을 이용하여 별도의 필터링 없이 탄착지점을 예측한 결과로 케플러운동 모델 및 지구타원체 계수추정 모델을 통한 탄착지점 예측값과 궤적 시뮬레이션을 통한 탄착지점값 간의 평균 제곱근 편차(Root Mean Squre Eroor)를 나타낸다.

고속표적의 지상충돌 60sec 이전 시점에서 탄착지점 예측값의 평균 제곱근 편차(Root Mean Squre Eroor)는 케플러 운동 모델의 경우 70km 사거리 고속표적의 경우 약 29km, 300km 사거리 고속표적의 경우 약 31km 이내의 차이를 보였고, 지상충돌 30sec 이전 시점에서는 각각 22.4km 및 약 23.5km의 내외의 차이를 보였다.

지구타원체 계수추정 모델의 경우 지상 충돌 약 60sec 이전 시점에서 70km 사거리의 고속표적인 경우 8km, 300km 사거리 고속표적의 경우 약 403m 이내의 차이를 보였고, 30sec 이전 시점에서는 70km 사거리의 고속표적인 경우 1.2km, 300km 사거리 고속표적의 경우 약 182m 이내로 차이를 보여서 전체적으로 지구타원체 계수추정 모델이 케플러운동 모델 결과에 비해 거리오차가 적은 결과를 보였다.

Fig. 12는 고속표적의 사거리별 탄착지점 예측 시뮬레이션 결과로 탄착 60sec전 부터 10sec 간격으로 해당 지점에서의 표적의 상태정보를 이용한 케플러운동 모델 및 지구타원체 계수추정 모델 예측치와 궤적 시뮬레이션에서 계산된 탄착지점간 거리 평균 제곱근 오차(Root Mean Squre Error)를 나타낸다.

Fig. 12에서 케플러운동 모델 및 지구타원체 계수추정 모델을 이용한 탄착지점 예측한 결과 케플러운동 모델의 경우에는 고속표적의 사거리와 관계없이 시간에 따른 탄착지점 예측값의 오차가 크고 오차의 변동폭이 많지 않았다. 반면 지구타원체 계수추정 모델의 경우에는 탄착지점 도달시간에 가까워질수록 탄착지점 예측값의 에러가 적고, 고속표적의 사거리가 증가할수록 시간에 따른 탄착지점 예측값의 오차변동폭이 커졌다.

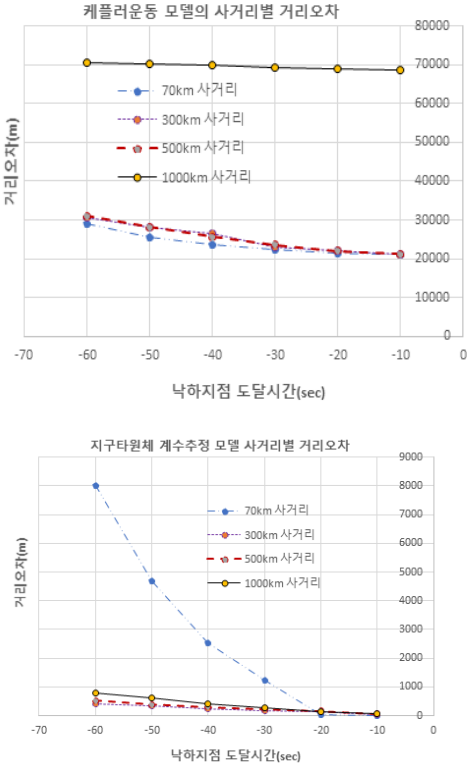

Fig. 12. Distance error of Impact Point by type of missiles according to the prediction method

이것은 대기권으로 재진입하면서 항력의 영향을 크게 받는 탄도의 특성영향 때문으로 추정된다.

또한 원거리, 고고도 일수록 고속표적의 탄착지점을 예측하는 것이 더 어려움을 알 수 있었고 단순한 케플러 운동 모델보다는 지구타원체 계수추정 모델을 이용한 탄착지점 예측이 더 정확하게 예측함을 알 수 있었다.

다만 본 연구에서는 센서가 제공하는 고속표적의 상태정보에 센서자체의 공분산 정보는 포함하지 않아 실제 오차와는 다소 차이가 발생할 수 있는 제한을 가졌다.

3. 결론

본 논문에서는 고속표적의 기하학적 형태와 구조를 이용하여 계산되는 탄도계수를 알 수 없는 경우 탐지센서가 제공하는 특정지점에서의 상태정보(위치, 속도, 고도)를 활용하여 지구타원체 계수추정 모델을 기반으로 발사지점과 탄착지점을 예측하는 방법을 제시하였으며, 이를 위해 센서에서 제공된 고속표적의 상태정보를 발사기준점(TLRP) 및 낙하기준점(TIRP)으로 설정하고, 설정된 발사기준점(TLRP) 및 낙하기준점(TIRP)으로부터 지구타원체 계수추정을 통해 발사지점(LP)과 탄착지점(IP)를 예측하는 방법을 제시하였다.

이렇게 하면 일정시간 고속표적의 상태정보를 누적하여 필터링하는 절차가 필요없게 되어 요격체계의 반응시간을 줄여주어 빠른 대응이 가능하며, 다수의 탐지센서가 고장 등으로 불가용한 상태에서도 최소한의 센서와 최소한의 항적 정보를 가지고 고속표적에 대한 위협평가 및 무기할당 수행이 가능하다.

또한 논문에서는 발사지점 예측은 제시된 지구타원체 계수추정 모델을 이용한 예측 시뮬레이션 결과를 항법방정식을 수치적분한 동특성 모델을 이용한 예측 시뮬레이션 결과와 비교하였고, 탄착지점 예측은 케플러운동 방정식을 이용한 탄착지점 예측 시뮬레이션 결과와 각각 비교하여 그 결과를 제시하였다.

실험결과 동특성 모델의 경우 지구타원체 계수추정 모델에 비해 시간이 지날수록 오차폭이 크게 증가하였고, 상대적으로 지구타원체 계수추정 모델의 오차가 적었는데, 이것은 추력을 고려한 동특성 모델의 특성상 고속표적이 추력이 종료후 타원궤도를 따라 운동하기 시작하면서부터는 오차가 증가되기 때문으로 판단된다.

또한 두 모델 모두 고속표적의 사거리가 증가할수록 발사이후 경과시간에 따라 발사지점 예측값의 오차가 커졌는데, 이것을 통해 정확한 발사지점 예측을 위해서는 발사이후 고속표적의 추력 상승구간에서 신속하게 탐지하는 것이 중요하고, 고속표적의 추력이 종료된 이후에 탐지되는 경우에는 정확한 발사지점 예측이 어려움을 알 수 있었다.

또한 동특성 모델의 경우 발사이후 60sec 경과 시점에서 고속표적의 사거리에 따라 약 7~ 10km 차이를 보였고, 30sec 경과 시점에서는 80 ~ 160m의 차이를 보인 반면, 지구타원체 계수추정 모델의 경우 발사이후 약 60sec 경과된 시점에서는 고속표적의 사거리에 따라 5.2 ~ 6.5km 이내의 차이를 보였고, 30sec 경과 시점에서는 고속표적의 사거리에 따라 50 ~ 80m 이내의 차이를 보여서 발사지점 예측 관련해서는 전체적으로 지구타원체 계수추정 모델이 동특성 모델 예측결과에 비해 거리오차가 적었다.

탄착지점 예측과 관련해서는 케플러운동 모델의 경우 고속표적의 사거리와 관계없이 시간에 따른 탄착지점 예측값의 오차가 크고 변동폭이 많지 않은 반면에 지구타원체 계수추정 모델의 경우에는 탄착지점 도달시간에 가까워질수록 탄착지점 예측값의 에러가 감소하였고, 고속표적의 사거리에 따라 시간에 따른 탄착지점 예측값의 오차변동폭은 커졌는데, 이것은 대기권으로 재진입하면서 항력의 영향을 크게 받는 탄도미사일의 특성 때문으로 판단된다.

또한 전체적으로 케플러운동 모델의 경우에는 탄착 60sec 이전 시점에서 고속표적의 사거리에 따라 29 ~ 31km의 거리오차 보였고, 30sec 이전 시점에서는 22.4 ~ 23.5km의 거리오차를 보였다. 지구타원체 계수추정 모델의 경우 탄착 약 60sec 이전 시점에서 고속표적의 사거리에 따라 700m ~ 8km 거리오차를 보였고, 30sec 이전 시점에서는 사거리에 따라 180m ~ 1.2km 차이를 보여서 전체적으로 지구타원체 계수추정 모델이 케플러운동 모델 결과에 비해 거리오차가 적어, 단순한 케플러운동 모델보다는 지구타원체 계수추정 모델이 고속표적의 낙하지점 예측에 더 적합함을 알 수 있었다.

다만 본 연구에서는 센서가 제공하는 고속표적의 상태정보에 센서자체의 공분산 정보는 포함하지 않아 실제 오차와는 다소 차이가 발생할 수 있다. 향후 연구에서는 좀 더 실질적인 예측을 위해 고속표적의 공분산 정보를 포함하여 예측을 수행하고, 타원궤도를 비행하는 고속표적의 발사지점과 지상낙하 지점에 대한 예측거리 오차범위를 발사 및 탄착시간 기준 이내에서 1~ 100m 이내 범위까지 줄일 수 있도록 하기 위해 발사기준점 및 낙하

기준점의 지구타원체 계수추정 방식에 추가로 잔여시간에 따른 상태변수 변화에 대한 추가적인 연구수행이 필요하다

References

[1] J. K. Kim and T. L. Song, "Performance Analysis of Projectile Launch Point Prediction Methods Employing Ballastic Coefficient Estimation" Hanyang Univercity Master's thesis, 2014, pp.28~67.

[2] I. J. Yoo, "A Study on Prediction of Projectile Launch Point Using Position Measurements Only" Korean Institute of Information Technology, June 2017, No. 3, pp. 23-33.
DOI: https://doi.org/10.14801/jkiit.2017.15.6.23

[3] J. K. Jung and D. H. Hwang, "Impact Point Prediction of the Ballastic Target Using a Flight Phase Discrimination" Kimst Journal, June 2015, Vol.18, No. 3, pp. 234-243.
DOI: https://doi.org/10.9766/KIMST.2015.18.3.234

[4] D. W. Hong, J. H. Kim and S. J. Park, "Trajectory Prediction on the Orbit using one point information & Target Coordination" Journal of Information Technology and Architecture, 2020, Vol. 17, No. 4, pp.343-352.
DOI: http://dx.doi.org/10.22865/jita.2020.17.4.343

[5] J. W. Kim and Y. S. Kwon, "Analysis of Flight Trajectory Characteristics of Ballastic Missiles Considering Effects of Drag Forces" Journal of Advanced Navigation Technology, April 2016, pp.134~140.
DOI: https://doi.org/10.12673/jant.2016.20.2.134

[6] D. W. Hong, "Application and Determination of Defended Footprint using a simulation model for Ballastic Missile Trajectory" KIMST Journal, 2018, Vol. 21, No. 4, pp. 551-561.
DOI: https://doi.org/10.9766/KIMST.2018.21.4.551

[7] I. J. Yoo, "Prediction of Projectile Launch Point using an Anti-Artillery Radar" Department of Electronic System Engineering Hanyang Univercity Master's thesis, 2014.

홍 동 욱(Dong-Wg Hong) [정회원]

- 2001년 2월 : 충북대학교 충북대학원 안전공학과 (공학석사)
- 2019년 2월 : 한남대학교 한남대학원 산업공학과 (공학박사)
- 2020년 3월 ~ 현재 : 한화시스템 수석연구원

〈관심분야〉
군사과학, 궤적예측

김 주 현(Ju-Hyun Kim) [정회원]

- 2011년 2월 : 조선대학교 국방정책학과 (석사)
- 2011년 9월 ~ 현재 : 한화시스템 전문연구원

〈관심분야〉
정보경영, 정보통신