

다층 박판 구조의 래킹 변형에 관한 연구

박동규

한국기술교육대학교 기전융합공학과

A Study on Racking Deformation of Multi Thin Plate Structure

Dong-Kyou Park

Department of Electromechanical Convergence Engineering, Korea University of Technology and Education

요약 다층의 박판으로 이루어진 단면 구조를 가지고 있는 대표적인 구조물로는 자동차 운반선이 있다. 이러한 구조는 단면 중심선에 대해 비대칭 하중을 받게 되면 직사각형 단면이 평행사변형 형태로 변형되는 래킹 변형이 발생한다. 본 연구에서는 먼저 래킹 변형을 보 이론에 근거한 이론 계산식을 유도하고, 계산된 이론 계산값과 시험값을 비교하여 이론 계산식의 정확도를 검증하였다. 이론 계산식에 사용한 보는 탄성지지 기반의 티모센코 보 이론을 적용하였고, 판과 판 사이의 접합부는 변형을 연속 조건을 적용하여 연립 미분 방정식 형태의 지배방정식을 유도하였다. 또한 판과 판 사이의 보강 프레임 구조는 등가의 스프링 강성으로 치환하여 계산하였다. 시험은 단순 박스 구조물, 프레임만 있는 구조물 그리고 다층 박판만 있는 구조물에 대해 실시하고 이론 계산값과 비교하여 9.6 % 이내의 상대오차로 계산식의 정확도를 검증하였다.

Abstract A pure car carrier has a typical structure consisting of multiple thin-plates. In particular, when an asymmetric load is applied to the centerline of a cross-section of this structure, a racking deformation of the structure occurs in which a rectangular cross-section is deformed into a parallelogram cross-section of the structure. This study derived the theoretical calculation formula based on beam theory and verified the accuracy of the formula by conducting tests on the structure. In particular, the elastically supported Timoshenko beam was used to model the thin plates in the structure, and the governing equation of plate deformation was derived by enforcing strain continuity at any joint between the plates. In addition, a reinforcing frame structure between plates was found by substituting the joint with the equivalent spring stiffness. In addition, tests were conducted on simple box, frame only, and multi thin-plates structures, respectively, and the theoretical calculation was found to have an error of less than 9.6 % compared to the test results.

Keywords : Multi Thin Plate Structure, Pure Car Carriers, Racking Deformation, Strain Continuity Equation, Timoshenko Beam

1. 서론

다층의 박판으로 이루어진 대표적인 구조물인 차량 운반선의 단면은 단면 중심선에 대하여 비대칭 하중이 작용하면 단면 전체의 회전과 함께 직사각형 형상의 단면

이 평행사변형 형상의 단면으로 변형되는 래킹 변형(Racking Deformation)이 발생한다. 이러한 래킹 변형은 구조물에 치명적인 손상을 가져올 수 있는 문제이기 때문에 이에 대한 변형 계산 연구가 필요하다. 이러한 래킹 변형 계산에는 다양한 계산 방법이 사용

*Corresponding Author : Dong-Kyou Park(Korea University of Technology and Education)

email: pdongkyou@koreatech.ac.kr

Received March 18, 2022

Accepted June 3, 2022

Revised May 10, 2022

Published June 30, 2022

될 수 있다. 먼저 선체를 등가의 보 요소로 치환하여 Grillage 모델을 구성하여 해석하는 방법과 상용 유한요소 해석 프로그램을 이용한 유한요소 구조해석에 의한 방법이 있다[1]. 이 방법은 상세 설계 데이터가 확보된 단계에서는 정확도가 확보된 유효한 방법이 될 수 있지만, 구조 설계 초기 단계에서는 짧은 시간 안에 다양한 단면 구조 검토가 필요하기에 좀더 단순한 래킹 변형 계산 방법이 필요하다. 이를 위해 Mori는 보 이론을 적용한 간단한 박스 단면 구조의 래킹 변형을 계산하고, 단면의 필라나 데크 거더와 같은 보강 구조물에 대해서는 면내 골조 구조물로 단순화 치환하여 변형을 계산하였다[2,3].

본 연구에서는 Mori와 같이 보 이론에 기초한 래킹 변형 계산식을 유도하되 Mori가 보강 프레임의 반력 계산시 굽힘변형과 전단변형의 연성으로 인한 수치계산의 복잡함을 피하기 위해 무시한 전단 변형에 의한 반력을 고려하여 계산 결과의 정확도를 높였다. 또한 단면의 박판 개수도 임의의 개수가 가능한 계산식을 유도하였고, 작용 하중에 대해서는 분포 하중을 포함한 집중 하중까지 계산이 가능하도록 하였다. 또한 단면의 보강 프레임 구조물은 등가의 스프링 상수로 치환하여 계산하여 계산 정확도를 향상시킬 수 있었다[4].

유도된 래킹 변형의 이론 계산 결과의 정확도는 시험을 통하여 검증하였다. 시험은 비대칭 하중이 작용하는 조건에서 단순 박스 단면 구조물과 보강 프레임이 있는 단면 구조물 그리고 다층 박판들만 있는 단면 구조물에 대한 래킹 변형을 시험하였다. 측정된 시험 결과는 이론 계산값과 비교하여 이론 계산 결과의 정확도를 검증하였다.

2. 본론

2.1 문제의 정식화

다층 박판의 단면으로 이루어진 구조물을 보 요소로 치환하는 경우 박판 간의 접합으로 인한 탄성 지지기반의 보 요소를 사용하고, 보의 길이에 비해 폭이 큰 단면인 경우를 고려해 전단에 의한 변형도 고려하는 Timoshenko 보 이론을 사용하였다[5,6]. 단면 보강 프레임의 이론적 해석 방법으로 등가의 스프링을 고려하였고, 각각의 보 요소 간의 접합부 조건으로는 스트레인 연속 조건을 고려하였다[7]. 그리고 단면 하중은 순수 래킹 변형을 유발하는 비대칭 하중 조건으로 고려하였다.

보의 양단 경계 조건은 양단 단순지지 조건, 양단 고

정지지 조건 및 외팔보 조건을 고려하였다. 적용 좌표계는 단면 상면 중양을 원점으로 Fig. 1과 같다. 또한 단면의 박판별 부재 번호와 서로 인접한 부재 사이에 흐르는 전단류 번호는 r_i 그리고 상면 박판에서 하면 박판 사이의 거리를 나타내는 계수 번호 α_i 는 Fig. 2와 같다.

2.2 보의 모멘트 및 전단력 평형 방정식

다층 박판 단면 구조 보 요소의 임의 위치에서의 모멘트 평형 방정식과 전단력 평형 방정식을 구한다. 먼저 다층 박판 단면 좌측에서의 자유물체도는 Fig. 3과 같고, 모멘트 평형 방정식은 Eq. (1) 그리고 전단력 평형 방정식은 Eq. (2)와 같다.

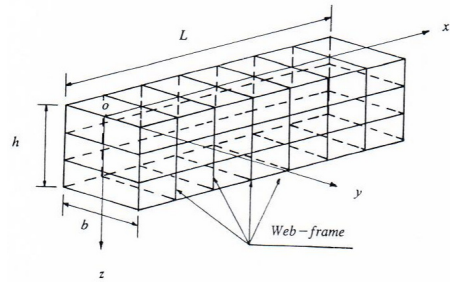


Fig. 1. Coordinate system

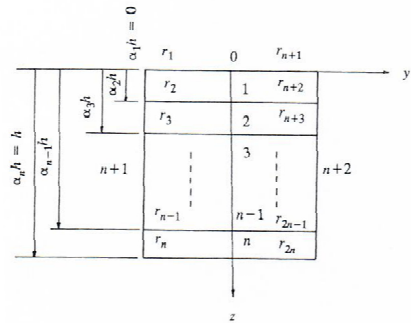


Fig. 2. Numbering for each element and distance factor

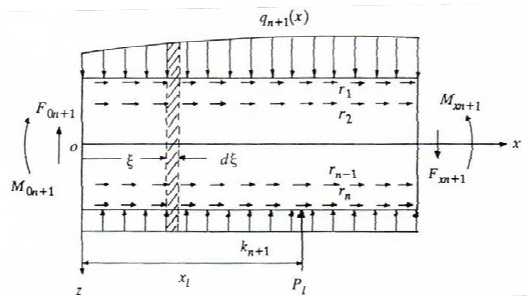


Fig. 3. Force and moment acting on left side plate

$$\begin{aligned}
 M_{x_{n+1}} &= -EI_{n+1}Z''_{0n+1} \\
 &= M_{0n+1} + F_{0n+1}x - \int_0^x q_{n+1}(x-\xi)d\xi \\
 &\quad + \int_0^x k_{n+1}(Z_{0n+1} + Z_{sn+1})(x-\xi)d\xi \\
 &\quad + h \int_0^x \{r_1(0.5-\alpha_1) + \dots + r_n(0.5-\alpha_n)\}(x-\xi)d\xi \\
 &\quad + \sum_{l=1}^l P_l \langle x - x_l \rangle^1
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 F_{x_{n+1}} &= GA_{sn+1}Z'_{sn+1} / \kappa \\
 &= F_{0n+1} - \int_0^x q_{n+1}d\xi + \int_0^x k_{n+1}(Z_{0n+1} + Z_{sn+1})d\xi \\
 &\quad - \sum_{l=1}^l P_l \langle x - x_l \rangle^0
 \end{aligned} \tag{2}$$

다음으로 다층 박판 단면 우측에서의 자유물체도는 Fig. 4와 같고, 모멘트 평형 방정식은 Eq. (3) 그리고 전단력 평형 방정식은 Eq. (4)와 같다.

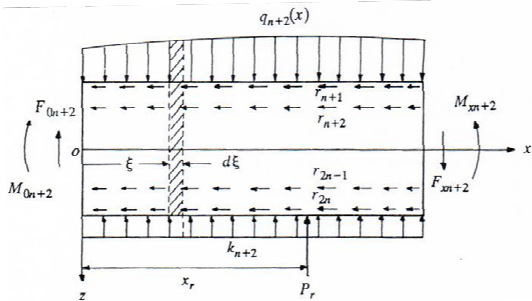


Fig. 4. Force and moment acting on right side plate

$$\begin{aligned}
 M_{x_{n+2}} &= -EI_{n+2}Z''_{0n+2} \\
 &= M_{0n+2} + F_{0n+2}x - \int_0^x q_{n+2}(x-\xi)d\xi \\
 &\quad + \int_0^x k_{n+2}(Z_{0n+2} + Z_{sn+2})(x-\xi)d\xi \\
 &\quad + h \int_0^x \{r_{n+1}(0.5-\alpha_1) + \dots + r_{2n}(0.5-\alpha_n)\}(x-\xi)d\xi \\
 &\quad + \sum_{r=1}^{rr} P_r \langle x - x_r \rangle^1
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 F_{x_{n+2}} &= GA_{sn+2}Z'_{sn+2} / \kappa \\
 &= F_{0n+2} - \int_0^x q_{n+2}d\xi + \int_0^x k_{n+2}(Z_{0n+2} + Z_{sn+2})d\xi \\
 &\quad - \sum_{r=1}^{rr} P_r \langle x - x_r \rangle^0
 \end{aligned} \tag{4}$$

각 보 요소 사이의 접합부 연속 조건은 단면 좌측에 대해서는 Eq. (5), 단면 우측에 대해서는 Eq. (6)의 스트레인 연속 조건을 고려하였다.

$$y''_{bi} \frac{b}{2} = Z''_{0n+1}(0.5-\alpha_i)h \tag{5}$$

$$y''_{bi} \frac{b}{2} = Z''_{0n+2}(0.5-\alpha_i)h \tag{6}$$

2.3 변형 계산 지배방정식

스트레인 적합 평행방정식 (5), (6)에 모멘트와 전단력 평행방정식 (1)~(4)를 대입하여 정리하면 4계와 2계의 미분방정식을 Eq. (7) 및 Eq. (8)과 같이 얻을 수 있다. 유도된 미분방정식의 해는 유한차분법(Finite Difference Method)을 도입하여 풀었다[8].

$$\begin{aligned}
 Z_{0n+1}^{(IV)} + \beta_{n+1}Z_{0n+1} - \eta_{n+1n+1}Z_{0n+1} + \sum_{i=1}^n \eta_{n+1i}y_{bi} + \\
 \sum_{i=1}^n \eta_{n+1i}y_{si} + \beta_{n+1}Z_{sn+1} - \eta_{n+1n+1}Z_{sn+1} = \lambda_{n+1}
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$Z''^{sn+1} + \gamma_{n+1}Z_{sn+1} + \gamma_{n+1}Z_{0n+1} = \xi_{n+1} \tag{8}$$

where, $\beta_{n+1} = \frac{k_{n+1}}{EI_{n+1}}$

$$\eta_{n+1i} = \frac{h}{EI_{n+1}} \sum_{j=1}^n a_{ji} \frac{b}{2EI_j} (0.5-\alpha_j)k_i$$

$$\eta_{n+1n+1} = \frac{h}{EI_{n+1}} \sum_{i=1}^n (0.5-\alpha_i) \sum_{j=1}^n a_{ij} \frac{h(0.5-\alpha_j)}{EI_{n+1}} k_{n+1}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{n+1} &= \frac{q_{n+1}}{EI_{n+1}} + \frac{1}{EI_{n+1}} \sum_{l=1}^l P_l \langle x - x_l \rangle_{-1} + \\
 &\quad \frac{h}{EI_{n+1}} \sum_{i=1}^n (0.5-\alpha_i) \sum_{j=1}^n a_{ij} \frac{b}{2EI_j} \left\{ q_j + \sum_{m=1}^{mm} P_{jm} \langle x - x_m \rangle_{-1} \right\} \\
 &\quad \frac{h}{EI_{n+1}} \sum_{i=1}^n (0.5-\alpha_i) \sum_{j=1}^n a_{ij} \frac{(0.5-\alpha_j)h}{EI_{n+1}} \left\{ q_{n+1} + \sum_{l=1}^l P_l \langle x - x_l \rangle_{-1} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\gamma_{n+1} = -\frac{\kappa k_{n+1}}{GA_{sn+1}}$$

$$\xi_{n+1} = -\frac{\kappa q_{n+1}}{GA_{sn+1}} - \frac{\kappa}{GA_{sn+1}} \sum_{l=1}^l P_l \langle x - x_l \rangle_{-1}$$

2.4 보강 프레임의 등가 스프링 치환

보강 프레임은 길이 방향 부재에 의해 지지되어 있다. 이의 영향을 분포 스프링으로 치환하기 위하여 상면부,

중간부 그리고 하면부 보의 모델링을 위한 단면은 Fig. 5와 같고, 보에 작용하는 보강 프레임의 내력 P가 작용하는 자유물체도는 Fig. 6과 같다. 이때 중앙점에서의 최대 처짐량 δ 는 Eq. (9)와 같이 구해진다. 또한 힘과 변위와의 관계식을 이용한 스프링 강성 k는 Eq. (10)과 같다.

$$\delta = \frac{C_1 n P L^3}{384 E I} + \frac{C_2 n P L}{8 G A_s} \quad (9)$$

$$k = \frac{E}{n} \left(\frac{C_1 L^3}{384 I} + \frac{2.6 C_2 L}{8 A_s} \right) \quad (10)$$

상기 Eq. (10)에서 C_1 과 C_2 는 보의 양단 경계 조건과 보강 프레임의 개수에 영향을 받는 상수이다. 하중 위치 변화에 따른 처짐량을 계산하고 이를 이용하여 경계 조건에 따른 스프링 강성 k와 관련된 계수들을 구한다. 스프링 강성 k는 양단 단순 지지인 경우는 Eq. (11), 양단 고정 지지인 경우는 Eq. (12), 일단은 고정과 일단 자유인 경우는 Eq. (13)과 같이 표현된다. 보강 프레임 개수에 따른 관련 계수들은 Table 1과 같이 구해진다.

$$k = \frac{E}{n} \left(\frac{5k_1 L^3}{384 I} + \frac{2.6k_3 L}{8 A_s} \right) \quad (11)$$

$$k = \frac{E}{n} \left(\frac{k_2 L^3}{384 I} + \frac{2.6k_3 L}{8 A_s} \right) \quad (12)$$

$$k = \frac{E}{n} \left(\frac{8k_4 L^3}{384 I} + \frac{2.6k_5 L}{8 A_s} \right) \quad (13)$$

Table 1. Spring constants

n	1	2	3	4	5
k_1	1.600	1.363	1.267	1.211	1.173
k_2	2.000	1.482	1.333	1.248	1.200
k_3	2.000	1.333	1.333	1.200	1.200
k_4	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
k_5	4.000	3.333	3.333	3.200	3.200

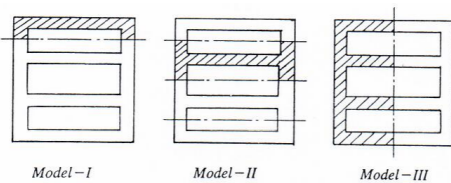


Fig. 5. Modelling of longitudinal beams

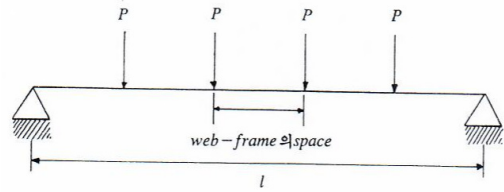


Fig. 6. Beam with web frame internal loads

앞에서 구한 보강 프레임의 스프링 강성을 보강 프레임 각 절점에 Fig. 7과 같이 달아 준다. 이와 같이 스프링이 달린 프레임에 각 위치별로 단위 하중을 가해 프레임이 각 박판에 미치는 스프링 강성을 계산하여 각 박판 보의 변형량을 구하였다. 상면 박판에 미치는 보강 프레임 스프링 강성 계산은 Fig. 8과 같고, 스프링 강성 값은 Eq. (14)로 계산하였다.

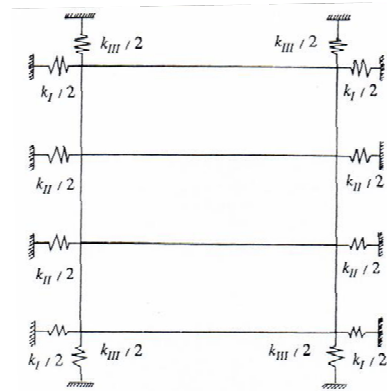


Fig. 7. Web frame supported by springs

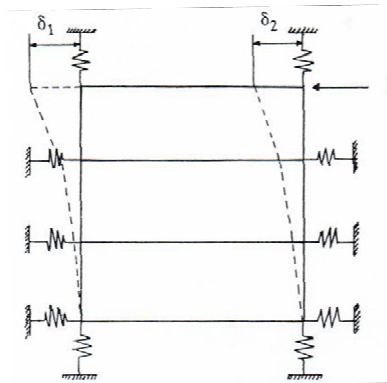


Fig. 8. Web frame spring stiffness calculation of upper plate beam

$$\bar{k} = \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2)/2} \quad (14)$$

$$k = \frac{\bar{k}}{\text{webframe space}}$$

중간 박판에 미치는 보강 프레임의 스프링 강성 계산은 Fig. 9와 같고, 측면 박판에 미치는 보강 프레임의 스프링 강성 계산은 Fig. 10과 같다. 그리고 각 박판에 미치는 스프링 강성 값은 Eq. (14)와 동일한 방법으로 계산하였다.

2.5 굽힘 변형률 계산

굽힘 변형률은 유한차분법의 개념을 이용하여 Eq. (15)와 같이 계산하였고, 굽힘 응력은 후크의 법칙을 이용하여 Eq. (16)과 같이 계산하였다.

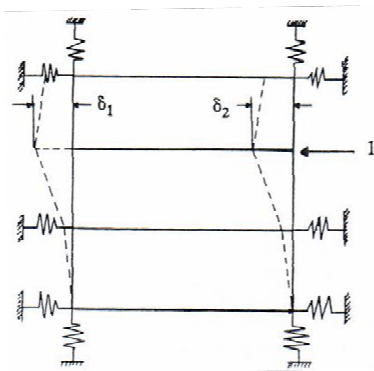


Fig. 9. Web frame spring stiffness calculation of middle plate beam

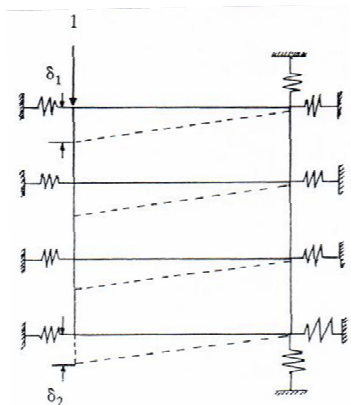


Fig. 10. Web frame spring stiffness calculation of side plate beam

$$\epsilon_x = -\frac{y}{\rho} = z''y = \frac{z_{i+h} - 2z_i + z_{i-h}}{h^2}y \quad (15)$$

where, h is finite difference method space

$$\sigma_{x_i} = E\epsilon_{x_i} \quad (16)$$

3. 계산값과 시험값의 비교

3.1 시험 원리

본 연구의 시험은 탄성 영역 내에서의 변형이기 때문에 변형량의 선형 중첩이 가능하다. 이 중첩의 원리를 이용하여 Fig. 11과 같은 하중 상태일 경우 네가지 하중을 순차적으로 작용하여 측정된 변형률을 합산하여 최종 변형률을 측정하였다.

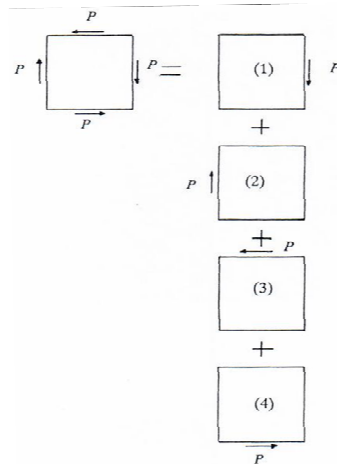


Fig. 11. Force linear superposition method

3.2 단순 박스형 단면 모델

먼저 직사각형 단면의 단순 박스형 단면 모델에 대한 이론 계산값과 시험값을 비교하였다. 시험 모델은 Fig. 12와 같고 길이 단위는 mm이다. 경계 조건은 양단 고정이고 길이 중앙에 집중 하중이 작용하는 경우이며 재질은 연강이다. 시험은 MTS 500 kN 유압 피로 측정기를 사용하였다. 굽힘 변형률 시험 결과는 Table 2와 같이 계산값이 Mori 결과보다 시험값과 유사한 결과를 보여 주며 상대오차는 2.6 %이다.

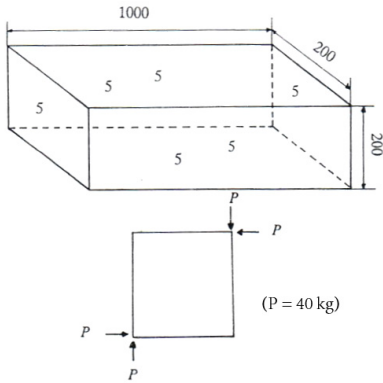


Fig. 12. Simple box type test model

Table 2. Result comparison of simple box model

	Test	Mori	Calculation
$(\epsilon)_{max}$	390×10^{-6}	410×10^{-6}	400×10^{-6}

3.3 보강 프레임만 있는 모델

본 모델은 보강 프레임이 박스 단면 외측에 부착된 모델로 Fig. 13과 같다. 경계 조건은 양단 고정이고 하중은 길이 중앙부에 작용한다. 굽힘 변형률 시험 결과는 Table 3과 같이 계산값이 Mori 결과보다 시험값과 유사한 결과를 보여주며 상대오차는 2.4 %이다.

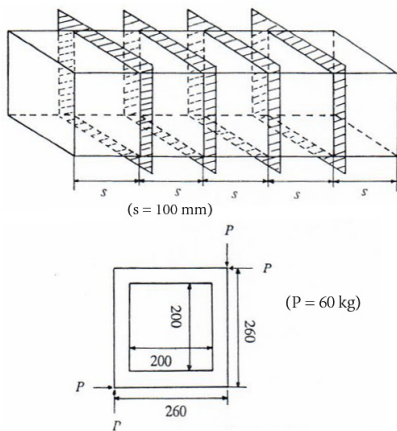


Fig. 13. Web frame only test model

Table 3. Result comparison of web frame only model

	Test	Mori	Calculation
$(\epsilon)_{max}$	500×10^{-6}	520×10^{-6}	512×10^{-6}

3.4 내층 박판만 있는 모델

본 모델은 내층 박판만 있는 박스 모델로 형상은 Fig. 14와 같다. 경계 조건은 양단 고정이고 하중은 길이 중앙부에 작용한다. 굽힘 변형률 시험 결과는 Table 4와 같이 계산값은 Mori 결과와 유사하지만 시험값과는 9.6 %의 상대오차를 보여준다. 다른 모델보다 오차가 큰 이유는 내층 박판을 근사화된 스프링 강성값으로의 치환으로 인하여 오차율이 커진 것으로 판단된다.

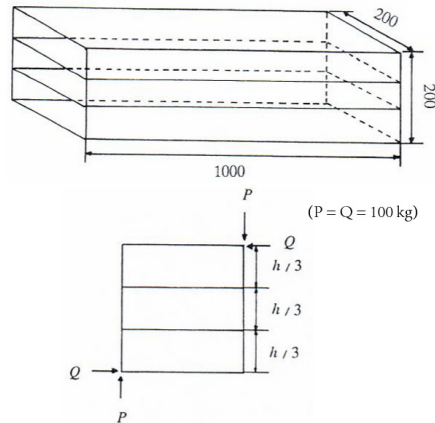


Fig. 14. Inner thin plates only test model

Table 4. Result comparison of inner thin plates only model

	Test	Mori	Calculation
$(\epsilon)_{max}$	864×10^{-6}	950×10^{-6}	947×10^{-6}

4. 결론

본 연구에서는 다층 박판으로 이루어진 박스형 단면에 비대칭 하중이 작용하는 경우의 단면 래킹 변형 계산을 위한 지배방정식을 유도하고 유한차분법을 이용하여 변형량을 계산하였다. 또한 이론 계산값은 래킹 변형 시험 모델들의 시험값과 비교하여 그 정확도를 검증하였다. 주요 연구 결론을 정리하면 다음과 같다.

- 1) 다층 박판을 탄성 지반의 Timoshenko 보 요소로 모델링하고 보 요소별 모멘트 평형방정식과 전단력 평형방정식을 적용하여 단면 변형량 계산을 위한 지배방정식을 유도하였다.
- 2) 박판 보 요소들 사이의 접합 조건은 변형률 연속조

건을 적용하여 미분방정식을 유도하였고 유도된 미분방정식은 유한차분법을 이용하여 변위와 굽힘 변형률을 계산하였다.

- 3) 보강 프레임이 존재하는 박스 단면의 경우에는 등가의 보강 프레임 스프링 상수를 계산하여 각 박판 보에 가하여 단면 변형량을 계산할 수 있도록 하였다.
- 4) 이론 계산값의 정확도를 검증하기 위하여 세 가지 래킹 변형 시험을 선형 중첩법에 기반하여 수행하였다. 측정된 굽힘 변형률 시험값은 이론 계산값과 비교하여 9.6 % 이내의 상대오차로 이론 계산값의 정확도를 검증할 수 있었다.

References

- [1] H. R. Ryu, J. S. Lee, "Comparative study on the application of direct analysis method to large container carriers", *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol.43, No.148 pp. 483-494, 2006.
DOI: <https://doi.org/10.3744/SNAK.2006.43.4.484>
- [2] M. Mori, Y. Kuramoto, M. Nakashima, M. Konuma, K. Umezaki, "On the shearing deformation in cross section of pure car carriers", *Journal of the Society of Naval Architecture of Japan*, Vol.1978, No.143 pp. 357-365, 1978.
DOI: <https://doi.org/10.2534/jiasnaoe1968.1978.35>
- [3] M. Mori, Y. Kuramoto, M. Nakashima, K. Kawasaki, M. Konuma, T. Sakata, K. Umezaki, S. Hirayama, "Full scale measurements of shearing deformation in cross sections of a roll-on/roll-off ship due to racking", *Journal of the Society of Naval Architecture of Japan*, Vol.1979, No.146 pp. 349-356, 1979.
DOI: <https://doi.org/10.2534/jiasnaoe1968.1979.146.349>
- [4] S. H. Shin, H. C. Song, C. D. Jang, "Optimum structural design of tankers using multi-objective optimization technique", *Ships and offshore structures*, Vol.1, No.3 pp. 213-219, 2006.
DOI: <https://doi.org/10.1533/saos.2006.0103>
- [5] S. I. Seo, J. S. Kim, "Simplified collision analysis method for submerged floating railway using the theory of a beam with an elastic Foundation", *Journal of the Korean Society for Railway*, Vol.16, No.3 pp. 202-206, 2013.
DOI: <https://doi.org/10.7782/JKSR.2013.16.3.202>
- [6] D. K. Park, "Bumper optimum design using the dynamically equivalent beam under various impact conditions", *International Journal of Automotive Technology*, Vol.15, No.6 pp. 937-943, 2014.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s12239-014-0098-3>
- [7] D. K. Park, "A development of simple analysis model

on bumper barrier impact and new IIHS bumper impact using the dynamically equivalent beam approach", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.25, No.12 pp. 1-8, 2011.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s12206-011-0816-y>

- [8] C. W. Oh, T. W. Kim, H. Y. Jeong, K. S. Park, S. N. Kim, "Hydroplaning simulation for a straight-grooved tire by using FDM, FEM and an asymptotic", *J. Mechanical Science and Technology*, Vol.22, No.1 pp. 34-40, 2008.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s12206-007-1004-y>

박 동 규(Dong-Kyou Park)

[정회원]



- 1990년 2월 : 서울대학교 공과대학원 조선공학과 (공학석사)
- 2011년 8월 : 서울대학교 공과대학원 산업·조선공학부 (공학박사)
- 1995년 12월 ~ 2010년 3월 : 현대자동차 남양연구소 책임연구원
- 2012년 1월 ~ 2015년 3월 : 현대모비스 기술연구소 부장
- 2015년 3월 ~ 2017년 2월 : 한동대학교 기계제어공학부 교수
- 2017년 3월 ~ 현재 : 한국기술교육대학교 기전융합공학과 교수

<관심분야>

구조해석, 충돌안전해석, 최적설계