

응력도와 변형도 및 탄성계수에 대한 모의 구조실험을 위한 웹 애플리케이션

정종현
경남대학교 건축학부

A Web Application for the Simulation of Structural Experiments on Stress, Strain, and Elastic Modulus

Jong-Hyun Jung
Division of Architecture, Kyungnam University

요약 구조역학의 학습은 어려운 이론에 대한 설명과 반복적인 풀이과정을 거쳐야 하므로 학습에 어려움이 많고 흥미를 잃기 쉽다. 구조실험은 구조역학에 대한 관심을 높이고 충실히 학습할 기회를 제공할 수 있지만, 장비, 실험실, 시간, 비용의 제한으로 학습에 적극적으로 활용하기 어렵다. 본 연구에서는 응력도와 변형도 및 탄성계수를 대상으로 모의 구조실험을 수행할 수 있는 웹 애플리케이션을 개발하였다. 그리고 이를 이용하여 실험체의 재료, 길이, 단면적, 축력을 실험변수로 설정하고 변형을 측정하는 모의 구조실험을 실시하였다. 모의 구조실험에서 얻은 응력도와 변형도 및 탄성계수의 계산값, 그리고 실험변수와의 관계는 이론에 잘 부합하였다. 다만, 변형이 작아지면 오차가 커지는 경향이 있었다. 따라서, 변형이 너무 작지 않도록 실험변수를 적절히 조정한다면, 본 연구의 웹 애플리케이션을 활용하여 장비, 실험실, 시간, 비용의 제한 없이 모의 구조실험을 간편하게 수행하고 응력도와 변형도 및 탄성계수에 대해 보다 충실하게 학습할 수 있을 것이다.

Abstract Learning structural mechanics is a hard process of investigating the theory and performing related repetitive exercises. Notably, structural experiments can increase the interest among students in structural mechanics and provide additional opportunities for them to study structural mechanics. But, it is difficult to conduct structural experiments because of the required laboratory equipment, time, and cost. Hence, in this study, a web application was developed for the simulation of structural experiments for stress, strain, and elastic modulus. Subsequently, using this web application, a simulation of a structural experiment was conducted, in which the experimental parameters were the material, length, and cross-sectional area of the specimen and the axial force applied onto the sample. The results of the simulation showed that the stress, strain, and elastic modulus and their relationships with the parameters were very close to those of theory, respectively, except for the cases of very small deformation in the sample. Therefore, if the parameters are adjusted so as not to result in very small deformation in the sample, the web application of this study is expected to be used for the simulation of the structural experiment for stress, strain, and elastic modulus conveniently without the need for laboratory equipment, time, and cost.

Keywords : Stress, Strain, Elastic Modulus, Structural Experiments, Simulation, Web Application

*Corresponding Author : Jong-Hyun Jung(Kyungnam Univ.)

email: ironbell@kyungnam.ac.kr

Received March 8, 2022

Revised June 20, 2022

Accepted July 7, 2022

Published July 31, 2022

1. 서론

건축관련 학부 교육과정의 구조역학(structural mechanics) 교과목 내용은 어려운 이론에 대한 설명과 반복적인 연습문제 풀이로 이루어진다. 그래서 학생들은 구조역학의 학습에 어려움을 겪고 결국 흥미를 잃어버리는 경우가 많다.

구조실험은 실험체의 준비와 세팅(setting) 및 가력, 구조적 거동의 측정과 분석 등의 과정에서 학생들이 직접 이론을 이해하고 적용해 볼 수 있으므로 구조역학에 관한 관심을 불러일으키고 충실히 학습할 기회를 제공할 수 있다.

구조실험은 규모나 여건에 따라 일반적인 구조실험, 간이 구조실험, Hybrid simulation 방식으로 수행할 수 있다. 일반적인 구조실험은 많은 경우 건축구조물에 사용 가능한 재료로 제작한 실물 크기의 부재 등을 대상으로 한다. 이를 위해서는 복잡하고 정밀한 실험실, 장비, 실험체, 측정 도구 등이 필요하고 여기에는 많은 시간과 비용이 소요된다. 따라서 일반적인 구조실험은 구조역학에서 다루는 이미 확립된 이론을 학습하기 위한 목적으로는 적합하지 않다. 오히려 일반 강의실에서 간단한 장비, 실험체, 측정 도구로 수행할 수 있는 간이 구조실험이 더 적합하다. 이미 구조역학의 학습을 목적으로 다양한 간이 구조실험 방법이 제시된 바 있다[1,2]. 하지만, 간이 구조실험의 경우에도 필요한 구조적 거동이 일어나도록 실험체를 세팅하고 가력하는 것은 생각보다 까다롭고 시간과 노력이 많이 소요된다. 구조적 거동의 측정에도 오차가 많이 발생할 수 있다. 그리고 측정 가능한 구조적 거동, 특히 변형이 발생하는 적절한 강성(stiffness)을 갖는 다양한 실험체를 준비하기도 쉽지 않다. 따라서 간이실험도 학생이 원하는 시간과 장소에서 부담 없이 개별적으로 원하는 만큼 수행하기에는 제약이 있을 수밖에 없다. Hybrid simulation은 대규모의 복잡한 구조실험을 수행하는 방법이다. 실제 물리적인 실험체로 제작한 핵심적인 부분과 컴퓨터를 이용한 수치 모델(numerical model)로 처리한 나머지 부분을 실시간으로 연계시켜 구조실험을 수행하는 방법이다[3,4]. 이는 컴퓨터로 구조실험 일부분을 모사하여 실험실, 장비, 비용의 제한을 극복하기 위한 것이다. 하지만 복잡하고 정밀한 실험실과 장비 등이 소요되기 때문에 이 역시 구조역학의 이론을 학습하는 방법으로는 적합하지 않다.

본 연구에서는 이러한 일반적인 구조실험, 간이 구조실험, Hybrid simulation 방식을 참고하여 실제 구조실험

험과 유사한 경험을 제공할 수 있도록 컴퓨터상에서 모의 구조실험을 수행할 수 있는 소프트웨어를 개발하고자 한다. 본 연구에서 개발하는 소프트웨어는 우선 학생들이 개별적으로 원하는 시간과 장소에서 필요한 만큼 모의 구조실험을 수행할 수 있어야 한다. 당연히 일체의 물리적인 실험체나 장비 등이 필요 없고 소요되는 시간과 노력도 아주 적어야 한다. 그리고 재료의 종류를 포함하여 다양한 실험조건을 간편하게 설정 및 변경할 수 있어야 한다.

이에 따라 본 연구에서는 먼저 응력도(stress)와 변형도(strain) 및 탄성계수(elastic modulus)에 대한 이론 [5,6]을 모의 구조실험의 대상으로 설정하였다. 관련 식은 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1)$$

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (2)$$

$$\sigma = E\epsilon \quad (3)$$

여기에서, σ 는 응력도, P 는 힘, A 는 단면적, ϵ 은 변형도, ΔL 은 변형(변화된 길이), L 은 원래 길이, E 는 탄성계수이다. 응력도와 변형도 및 탄성계수는 구조물의 안전과 관련된 중요한 사항이기 때문에 학생들은 그 개념과 상호관계, 크기를 계산하는 방법을 잘 익혀야 한다. 따라서 학습을 위하여 컴퓨터를 이용한 모의 구조실험을 수행하기에 적절한 대상이다. 단, 여기에서 응력도와 변형도 및 탄성계수는 탄성의 한계 내에서 인장력(tension)에 의한 것으로 한정한다. 인장력이 작용하는 경우 좌굴(buckling)에 의한 영향 없이 응력도와 변형도 및 탄성계수의 관계가 명확하게 나타난다는 점을 고려하였다.

다음에는 응력도와 변형도 및 탄성계수에 대한 모의 구조실험을 수행할 수 있는 웹 애플리케이션(web application, 이하 WA)을 개발하였다. WA는 소프트웨어의 설치 없이 웹 브라우저(web browser)만으로도 모의실험을 수행할 수 있어 다양한 종류의 컴퓨터 기기에서 작동하기 때문에, 학생들이 개별적으로 시간과 장소의 제약 없이 원하는 만큼 모의 구조실험을 간편하게 수행할 수 있다.

마지막으로 WA를 이용하여 모의 구조실험을 수행하고 그 결과를 분석함으로써 응력도와 변형도 및 탄성계수의 실험값과 그 상호관계가 이론과 부합하는지, 오차의 크기 및 경향은 어떤지에 대해 검토하였다.

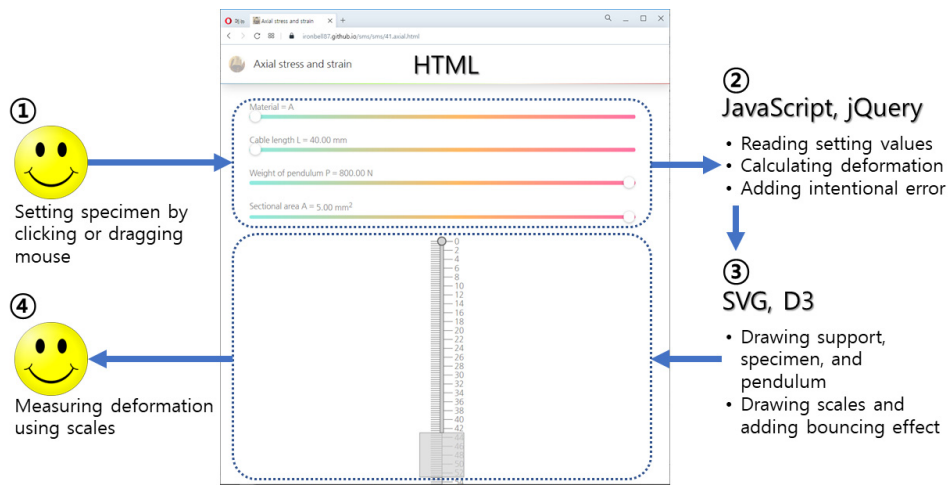


Fig. 1. Screenshot and workflow of WA

2. WA의 개발

본 연구에서는 응력도와 변형도 및 탄성계수를 대상으로 실제 구조실험과 유사한 경험을 획득하고 소요되는 시간과 노력을 최소화하면서 모의 구조실험을 수행할 수 있도록 WA를 개발하였다. Fig. 1의 중앙부는 웹 브라우저에서 WA를 실행한 화면이다.

모의 구조실험의 진행절차는 다음과 같다.

처음에 실험자는 Fig. 1의 WA 윗부분에서 실험변수인 실험체의 재료, 길이, 단면적과 가력을 위한 추의 무게를 설정하여 실험체를 세팅한다. 이는 마우스 클릭이나 드래깅만으로 가능하기 때문에, 당연히 의도하지 않은 가력이나 변형 등이 발생하지 않고 소요되는 시간과 노력도 매우 적다.

다음에는 WA에서 실험변수의 값을 읽고 Eq. (1) ~ (3)을 이용하여 실험체의 변형을 계산한다. 그리고 여기에 $\pm 5\%$ 범위의 난수(random number)를 더한 값을 변형으로 산정한다.

그리고 나면 WA에서 실험체를 지지하는 지점, 지점에 연결된 실험체인 변형된 케이블, 가력을 위해 실험체에 매단 추를 눈금과 함께 WA 아랫부분에 그림으로 표시한다. 이때, 실험체의 굵기와 추의 크기는 실험체의 단면적과 추 무게의 제곱근이 되도록, 실험체의 길이와 추의 위치는 탄성체처럼 약간 상하로 진동하도록 하였다. 따라서 실험에 대한 직관적인 이해를 돕고, 실험변수가 변경되면 실험체의 굵기와 길이, 추의 크기와 위치가 실제와 유사하게 변화되어 사실감을 높일 수 있다.

마지막으로 실험자가 눈금을 이용하여 실험체의 변형

을 직접 측정한다. 이 과정에서 오차가 발생하는데 이 오차와 WA에서 더한 오차가 겹쳐진 값이 변형의 최종적인 오차가 된다. 이로써 WA를 이용한 모의 구조실험 자체는 종료되며 이후에는 결과를 분석한다.

WA의 개발에는 HTML, JavaScript와 jQuery, SVG와 D3를 이용하였다. D3는 HTML, SVG, CSS를 이용하여 자료를 웹에서 문서화할 수 있는 JavaScript 라이브러리[7]로서, 실험체의 길이와 추의 위치를 탄성체처럼 약간 상하로 진동하도록 하는 것과 실험체 좌우의 눈금을 표시하는 데에 유용하게 활용하였다.

3. WA를 이용한 모의 구조실험

3.1 모의 구조실험 개요

WA를 이용하여 건축공학 전공 학부 3학년생이 모의 구조실험을 실시하였다. 실험변수로 탄성계수 E의 경우 실험체의 재료 A는 2200, 재료 B는 3150, 재료 C는 4660, 재료 D는 5129, 재료 E는 6000MPa, 실험체의 길이 L은 40, 60, 80mm, 실험체의 단면적 A는 1, 3, 5mm², 축력 P는 200, 500, 800N으로 설정하였다. 오차를 고려하여, 모든 경우에 변형을 3회 측정하였다. 이 측정값 평균을 Eq. (1) ~ (3)에 적용하여 응력도와 변형도 및 탄성계수를 계산하였다. Table 1은 실험체 재료 A에 대한 결과를 나타낸 것이다.

3.2 응력도

Eq. (1)에 의하면 응력도는 축력에 비례하며 실험체의

단면적에 반비례하고, 실험체의 탄성계수나 길이와는 무관하다. Table 1에서 실험체 길이 40mm인 경우의 응력도를 축력과 단면적에 따라 나타난 Fig. 2에서 보면, 응력도는 축력에 비례하며 실험체의 단면적에 반비례한다. 이는 실험체 재료 A의 길이가 다른 경우, 실험체 재료 B ~ E의 모든 경우에서도 동일하다. 따라서 WA를 이용한 모의 구조실험에서도 응력도는 축력에 비례하고 단면적에 반비례하며 실험체의 탄성계수나 길이와는 무관하다는 것을 확인할 수 있다.

Table 1. Deformation, stress, strain and elastic modulus for material A

L	P	A	$\Delta L(\text{mm})$				σ (MPa)	ϵ	E (MPa)
			1st	2nd	3rd	Avg.			
40	200	1	3.60	3.50	3.50	3.53	200.00	0.09	2264.15
		3	1.40	1.20	1.10	1.23	66.67	0.03	2162.16
		5	0.60	0.70	0.70	0.67	40.00	0.02	2400.00
	500	1	9.00	9.00	9.00	9.00	500.00	0.23	2222.22
		3	3.00	3.10	2.90	3.00	166.67	0.08	2222.22
		5	1.80	1.70	1.75	1.75	100.00	0.04	2285.71
	800	1	15.00	15.10	14.40	14.83	800.00	0.37	2157.30
		3	4.60	4.90	4.70	4.73	266.67	0.12	2253.52
		5	2.80	2.80	2.70	2.77	160.00	0.07	2313.25
60	200	1	5.40	5.60	5.60	5.53	200.00	0.09	2168.67
		3	1.80	1.70	1.70	1.73	66.67	0.03	2307.69
		5	1.00	1.00	1.00	1.00	40.00	0.02	2400.00
	500	1	13.90	14.00	14.10	14.00	500.00	0.23	2142.86
		3	4.70	4.70	4.40	4.60	166.67	0.08	2173.91
		5	2.70	2.60	2.60	2.63	100.00	0.04	2278.48
	800	1	22.10	21.60	22.00	21.90	800.00	0.37	2191.78
		3	7.10	7.60	7.20	7.30	266.67	0.12	2191.78
		5	4.30	4.20	4.20	4.23	160.00	0.07	2267.72
80	200	1	8.10	7.50	7.40	7.67	200.00	0.10	2086.96
		3	2.40	2.50	2.50	2.47	66.67	0.03	2162.16
		5	1.30	1.40	1.40	1.37	40.00	0.02	2341.46
	500	1	18.00	17.70	18.30	18.00	500.00	0.23	2222.22
		3	6.20	5.75	6.00	5.98	166.67	0.07	2228.41
		5	3.80	3.50	3.60	3.63	100.00	0.05	2201.83
	800	1	29.70	30.20	28.70	29.53	800.00	0.37	2167.04
		3	9.70	9.70	9.50	9.63	266.67	0.12	2214.53
		5	5.80	5.70	6.00	5.83	160.00	0.07	2194.29

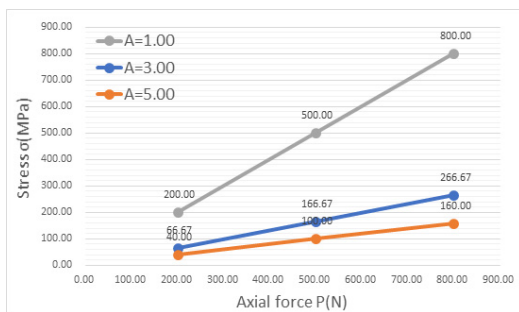


Fig. 2. Calculated stress (L=40mm)

3.3 변형도

Eq. (2)에 의하면 변형도는 실험체의 길이에 반비례하고 변형에 비례한다. 하지만, 축력이 일정한 경우에는 변형이 실험체의 길이에 비례하므로 변형도는 실험체의 길이와 관계없이 일정하게 유지된다. 반면에, 축력이 증가하는 경우에는 변형이 증가하면서 변형도도 비례해 증가한다. 그리고 단면적이 증가하는 경우에 변형도는 반비례하여 감소한다. Fig. 3은 Table 1의 변형도를 나타낸 것이다. 단면적 3mm²인 실험체의 변형도를 축력에 따라 나타난 막대그래프를 보면 변형도는 실험체의 길이와 관계없이 거의 일정하다. 길이 60mm인 실험체의 변형도를 축력에 따라 나타난 꺾은 선 그래프를 보면 변형도는 축력에 비례하여 증가하고, 단면적에는 반비례하여 감소한다. 재료가 다른 모든 실험체에서도 변형도의 크기는 차이가 있지만 이와 같은 경향은 동일하다. 이로부터 WA로 수행한 모의 구조실험에서도 변형도는 실험체 길이와 관계없이 일정하고 축력에 비례하며 단면적에 반비례한다는 것을 알 수 있다.

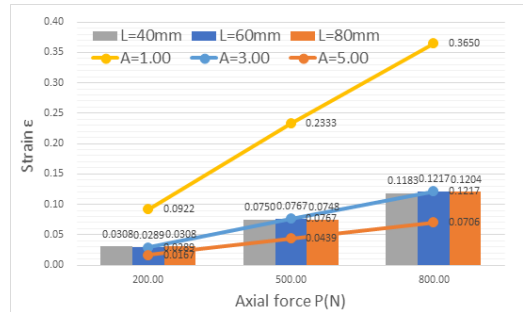


Fig. 3. Calculated strain

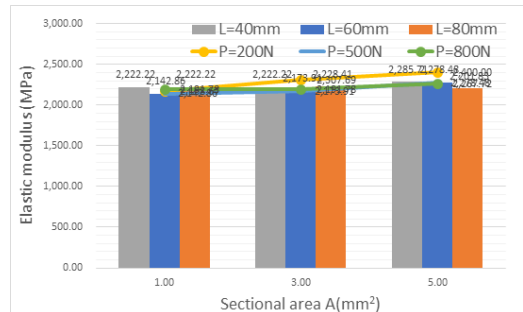


Fig. 4. Calculated elastic modulus

3.4 탄성계수

탄성계수는 오직 재료에 의해서만 결정되며, 실험체의

길이와 단면적, 축력의 크기와 관계없이 일정하다. Fig. 4는 Table 1의 탄성계수를 나타낸 것이다. 축력이 500N인 경우의 탄성계수를 단면적에 따라 나타낸 막대 그래프, 길이 60mm인 실험체의 탄성계수를 단면적에 따라 나타낸 꺾은 선형 그래프를 보면 탄성계수는 실험체의 길이와 단면적, 축력의 크기와 관계없이 상당히 유사한 값을 갖는다. 탄성계수가 완전히 같지 않은 것은 실험의 오차 때문이다.

Fig. 5는 Table 1의 모든 실험변수를 조합한 135가지 경우의 탄성계수 실험값을 실험체 재료별로 나타낸 것이다. 여기에서 실험체 재료 A와 B는 탄성계수가 확연히 구별되지만, 실험체 재료 C, D, E는 차이가 크지 않고 예외적인 값이 많아 구별하기에 다소 애매한 부분이 있다. 특히 3, 6, 12, 21, 24번째의 값 차이가 매우 큰데, 모두 실험체의 단면적이 5mm²인 경우이다. 이 조건에서는 단면적이 커서 변형이 작으므로 측정의 오차가 상대적으로 클 수밖에 없다. 이러한 경향은 탄성계수가 커서 변형이 작은 실험체 재료 C, D, E에서 두드러지게 나타난다.

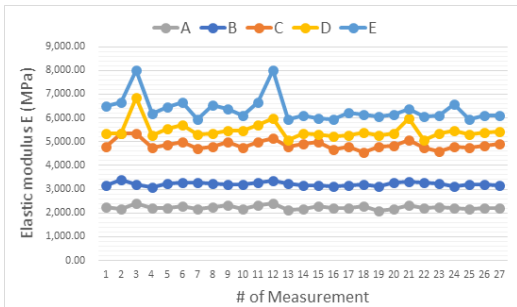


Fig. 5. Calculated elastic modulus according to material

Table 2. Comparison of elastic modulus

Elastic modulus	Material of specimen				
	A	B	C	D	E
Setting value (MPa)	2200.00	3150.00	4660.00	5129.00	6000.00
Experimental value (MPa)	2230.46	3216.30	4871.85	5464.27	6368.18
Error (%)	1.38	2.10	4.55	4.70	6.14

Table 2는 측정된 변형을 이용하여 계산한 모든 탄성계수의 실험값 평균, 탄성계수의 설정값, 그 오차를 실험

체 재료별로 구분하여 나타낸 것이다. Fig. 5의 결과와 유사하게, 탄성계수가 작아 변형이 큰 실험체 A와 B는 1 ~ 2% 내외의 오차로 실험값이 비교적 정확하지만, 탄성계수가 커서 변형이 작은 실험체 C, D, E는 오차가 4% 이상으로 다소 정확도가 떨어진다. 또한 실험체 A부터 E까지 탄성계수가 커질수록 변형이 작아지고, 이에 따라 오차가 점차 증가하는 경향을 확인할 수 있다. 하지만, 이와 같은 오차에도 불구하고 실험체의 재료별 탄성계수 실험값은 대체로 설정값과 유사하다고 볼 수 있다.

이상의 내용을 통해서 WA를 이용하여 수행한 모의 구조실험에서도 탄성계수는 실험체의 재료에 의해서 결정되며 재료가 동일하다면 다른 조건과 관계없이 탄성계수가 같다는 것을 확인할 수 있다.

3.5 변형

Eq. (1), (2), (3)을 적용한 이론적 계산식에 의하면 변형은 축력과 실험체의 길이에 비례하고 실험체의 단면적과 탄성계수에 반비례한다. Fig. 6은 실험체의 길이 60mm, 축력 500N일 때 변형의 이론값과 실험값을 단면적별로 구분하여 실험체의 재료에 따라 나타낸 것이다. 실험체의 단면적과 탄성계수가 클수록 변형이 작아지는 것을 알 수 있다.

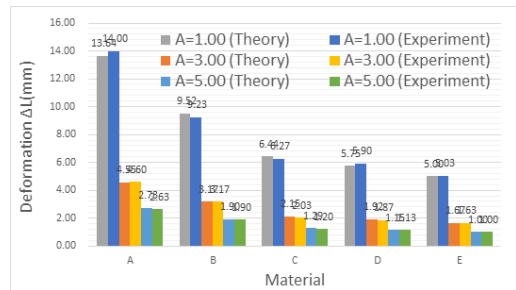


Fig. 6. Measured deformation (L=60mm, P=500N)

Fig. 7은 실험체의 단면적 3mm², 재료는 C일 때 변형의 이론값과 실험값을 축력별로 구분하여 실험체의 길이에 따라 나타낸 것이다. 축력과 실험체의 길이가 증가할수록 변형도 비례하여 증가하는 것을 알 수 있다. 이로써 축력, 실험체의 길이와 단면적, 탄성계수가 변형에 미치는 영향이 WA의 모의 구조실험에서도 동일하게 나타났다는 것을 알 수 있다.

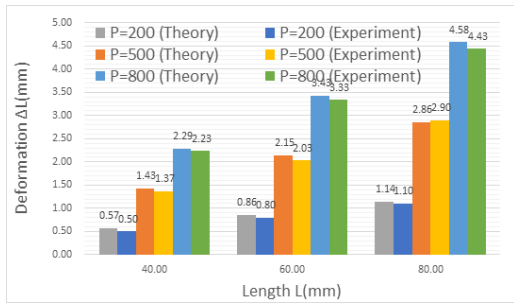


Fig. 7. Measured deformation (A=3mm², Material C)

앞에서 기술한 바와 같이 WA를 이용한 모의 구조실험에서 나타난 응력도, 변형도, 탄성계수, 실험체의 길이와 단면적, 축력, 변형의 값과 상호관계는 이론식과 상당히 유사하다. 하지만 몇몇 경우, 특히 변형이 작은 경우에는 변형 측정값의 오차가 20%를 넘고, 특정 실험변수에 대해서는 오차의 평균이 10%를 상회한다. Fig. 8은 변형의 모든 측정값과 오차를 나타낸 것이다. 개별 실험변수가 아니라 모든 실험변수가 조합된 결과로 변형이 작아지면 오차가 증가하는 경향을 확인할 수 있다. 따라서 실험변수, 즉 실험체의 탄성계수, 길이와 단면적, 축력의 범위를 변형이 적절한 값 이상이 되도록 조정한다면 오차가 크게 발생하는 경우를 줄일 수 있을 것이다.

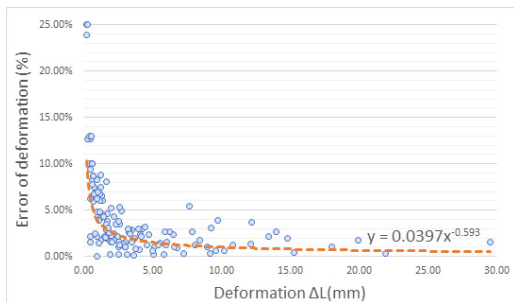


Fig. 8. Measured deformation and error

4. 결론

본 연구에서는 응력도와 변형도 및 탄성계수에 대한 모의 구조실험을 수행할 수 있는 웹 애플리케이션으로 WA를 개발하였다. 그리고 실험변수를 설정하여 실험체를 간편하게 세팅하고 변형을 측정하는 모의 구조실험을 수행하였다. 이 측정값으로 응력도와 변형도 및 탄성계수를 계산하였고, 그 값과 실험변수가 미치는 영향이 이론과 상당히 유사하다는 것을 확인하였다. 다만, 변형이

아주 작은 경우에는 오차가 커지는 경향이 나타나서, 변형이 적절한 값 이상이 되도록 실험변수 값의 범위를 조정할 필요가 있었다.

이상을 종합하면, 본 연구의 WA를 이용해 장비, 실험실, 시간, 장소의 제약 없이 간편하게 개별적으로 모의 구조실험을 수행할 수 있으며, 이를 통하여 응력도와 변형도 및 탄성계수의 학습에 유용하게 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

References

- [1] S. Lee, Y. Lee, J. Lee, H. Jeon, K. Hong, Learning Structural Mechanics using Experiment, p.222, Kimoondang, 2015.
- [2] K. Shin, S. Lee, Learning Structural Mechanics using Interesting Experiment, p.174, Kimoondang, 2018.
- [3] Song W, Chang C-M and Dertimanis VK, "Editorial: Recent Advances and Applications of Hybrid Simulation", *Front. Built Environ.*, 6:625197, 2020. DOI: <https://doi.org/10.3389/fbuil.2020.625197>
- [4] The NHERI Lehigh Experimental Facility, RTMD EF(Real-Time Multi-Directional Experimental Facility) User's Guide, Lehigh University, USA.
- [5] S. Lim, Elements of Strength of Materials, SI & Metric System, p.486, Munundang, 2003, pp.13
- [6] K. Kim, B. Park, I. Jung, Y. Kim, D. Kim, Structural Mechanics in Architectural Engineering, p. 563, Kimoondang, 2008, pp.182-200
- [7] M. Bostock, D3 Data-Driven Documents, Available From: <https://d3js.org> (accessed Jun. 02, 2022)

정 중 현(Jong-Hyun Jung)

[정회원]



- 1993년 2월 : 서울대학교 건축학과 (공학석사)
- 1998년 8월 : 서울대학교 건축학과 (공학박사)
- 1999년 11월 ~ 2002년 12월 : 현대건설 기술연구소 선임연구원
- 2003년 1월 ~ 2003년 8월 : 포스코건설 기술연구소 선임연구원
- 2003년 9월 ~ 현재 : 경남대학교 건축학부 교수

<관심분야>
초고층구조, BIM