

수송문제의 치명 수요마디를 찾는 문제의 해법

안재근*, 김삼근

한경국립대학교 컴퓨터응용수학부 (컴퓨터 시스템 연구소)

Solution of Finding the Most Vital Demand Point in Transportation Problem

Jae-Geun Ahn*, Sam-Keun Kim

School of Computer Engineering & Applied Mathematics, Hankyong National University

요 약 수송문제는 m 개의 공급마디에서 n 개의 수요마디로 물건을 운송하는데 있어서 가장 저렴한 값으로 운송할 수 있는 방법을 찾고자 하는 문제이다. 또한, 치명호 문제와 치명마디 문제는 해당 네트워크에서 특정 호나 특정 마디를 제거하여 네트워크의 성능을 가장 나쁘게 하는 호나 마디를 찾는 문제이다. 본 연구는 수송문제에서 특정 수요마디의 제거를 통해 네트워크의 성능을 가장 나쁘게 하는 수요지를 찾는 문제를 정의하고 이 문제에 대하여 살펴본다. 이를 위해 수요마디의 제거를 통해 성능이 나빠지는 기준 3가지를 제시하였다. 또한, 특정 수요마디가 제거된 부분수송문제를 수리모형으로 제시하고, 이 부분수송문제를 모든 수요마디에 대하여 반복적으로 적용하여 치명 수요마디를 찾는 방법을 제시하였다. 이 문제는 수송문제에서 수요량의 강제적 감소의 영향을 가장 많이 받는 수요마디가 어떤 마디인지를 구하고자 할 경우에 사용될 수 있다. 즉, 수출 규제, 수출 제한 등과 같은 글로벌 공급망의 변동에 효과적으로 대응하고자 하는 의사결정에 적용될 수 있다.

Abstract One problem in transportation is finding the cheapest way to transport goods from supply nodes to demand nodes. In addition, the "most vital arc" problem and the "most vital node" problem require finding an arc or node that causes the worst performance of the network by removing a specific arc or node. In this study, we defined the problem of finding the demand point that has the worst performance of the network through the removal of a specific demand point in the transportation problem and examined it. To this end, three criteria are presented for deteriorating performance through the removal of a demand point. In addition, a partial transportation problem in which a specific demand point is removed is presented as a mathematical model, and a method is presented for finding the most vital demand point (MVDP) by repeatedly applying this partial transportation problem to all demand points. This problem can be used in a transportation problem to find out which node that is most affected by a forced decrease in demand. It can be applied to decision-making to effectively respond to changes in the global supply chain, such as trade disputes.

Keywords : Transportation Problem, Most Vital Arc Problem, Mathematical Model, Supply Chain Change, Trade Dispute

*Corresponding Author : Jae-Geun Ahn(Hankyong National Univ.)

email: ahnjg@hknu.ac.kr

Received July 28, 2023

Accepted September 1, 2023

Revised August 31, 2023

Published September 30, 2023

1. 서론

개인 간, 조직 간, 그리고 국가 간의 협력은 협동, 경쟁, 타협 등의 다양한 방법이 있을 수 있다. 본 연구에서는 상호 협력하고 있던 두 대상이 특정한 이슈로 이해가 상충되는 의사결정을 하게 되는 상황에서, 한 대상의 최적의 의사결정을 다룬다. 이때 대상이 국가라면 상호 연관된 두 나라 사이에서 한 나라의 수출 또는 수입 규제로 나타날 수 있다.

최근 들어 상호 협력하고 있는 국가 간의 이해 충돌로 협력에 차질을 빚는 몇 가지 상황이 있다. 첫째, 한국에 대한 일본의 반도체와 디스플레이 소재 및 부품에 대한 수출 규제와 중국과 러시아에 대한 미국의 수출 규제 상황이다[1-5]. 둘째, COVID-19 상황에서의 백신 등을 포함한 의약품이나 마스크 등의 위생용품 등의 수출 제한 상황이다[6]. 마지막으로 인도네시아, 우크라이나, 러시아, 중국 등의 농산물이나 광물에 대한 수출 제한 상황이다[7].

이와 같은 상호 협력하고 있는 국가 간의 분쟁이 예견된다면, 미리 이러한 수출 규제나 수출 제한 상황의 피해를 줄이기 위한 대응 행동이 필요할 것이다. 즉, 어떤 부품의 수입선을 변경하거나, 다른 물품으로 대체할 수 없는 경우 반드시 확보해야 한다는 판단이나 결정을 위한 답이 필요할 것이다. 이를 위해서는, 현재는 최적으로 운영되고 있지만, 수출 규제나 수출 제한이 된다면 그 영향을 가장 많이 받는 회사, 생산 시설, 제품 등이 어떤 것인지 식별할 필요가 있다.

본 연구는 위와 같은 이해가 상충되는 상황에서 어떤 대상의 최적의 의사결정을 수송문제의 치명 수요마디 문제로 정의하고 이 수리모형에 대하여 살펴보고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 수송문제와 치명호 또는 마디 문제에 대한 기존연구를 살펴보고, 3장에서는 수송문제의 치명 수요마디 문제를 정의하고 이의 해법을 제시하며, 4장에서는 수송문제의 치명 수요마디 문제를 예시를 통해 작동원리를 살펴보고, 5장에서 공급망 차질에 상황별로 접근할 수 있는 모형의 실용적 변형 방법을 알아보고, 마지막 6장에서는 결론을 기술한다.

2. 관련 연구

2.1 수송문제

그래프란 호(또는 선)와 마디(또는 점)로 구성된 집합

을 말한다[8]. 즉, 마디와 호로 구성된 그래프는 마디와 마디 사이의 위상을 표현하는 방식으로 사용된다. 네트워크는 그래프에 수치 파라미터가 있는 그래프의 특수형태이다[8]. 이와 같은 파라미터로는 마디나 호에 길이, 비용 등의 가중치가 있을 수 있으며, 또는 용량으로 마디나 호에 부가될 수도 있다[9].

수송문제 (transportation problem)는 다음과 같이 정의된다. 창고 (공급마디)에 상품 재고가 있는 화주는 이러한 상품을 지리적으로 분산된 소매센터 (수요마디)로 운송해야 하며, 각 수요마디는 주어진 고객 수요를 갖고 있으며, 화주는 이러한 수요를 충족하기를 원하며 가능한 최소의 운송 비용을 부담하고 싶어하는 문제이다[9].

이 수송문제는 최소비용유통문제 (minimum cost flow problem)[10]에서 다음의 2가지 조건을 충족하면 수송문제로 바뀔 수 있다. 첫째, 모든 마디가 공급마디 또는 수요마디 (따라서 중간마디 또는 전송마디가 없음) 라는 조건이다. 둘째, 네트워크의 모든 호가 공급마디를 수요마디에 결합한다는 조건이다. 즉, 수송문제는 이분 네트워크 (bipartite network)에서 최소비용유통문제이다[9].

수송문제는 1781년 프랑스 수학자 Gaspard Monge에 의해 공식화되었으며, 소련의 Leonid Kantorovich에 의해 제2차 세계 대전 중에 이 분야에서 주요 발전이 이루어졌으며, Hitchcock - Koopmans에 의해 선형계획법 문제로 모형화되었다[11].

수송문제는 각 마디에 용량 제약이 부가되어 있고 각 호에 수송단가의 가중치 (c_{ij})가 부가되어 있는 네트워크에서, 각각의 공급가능량 (s_i) 제한을 가지고 있는 m 개의 공급마디 (i)에서 각각의 수요량 (d_j)을 가지고 있는 n 개의 수요마디 (j)로 물건을 운송하는 데 있어서 싼 값으로 운송할 수 있는 방법을 찾고자 하는 문제이다. 이를 이분 네트워크로 표현하면 다음의 Fig. 1과 같다.

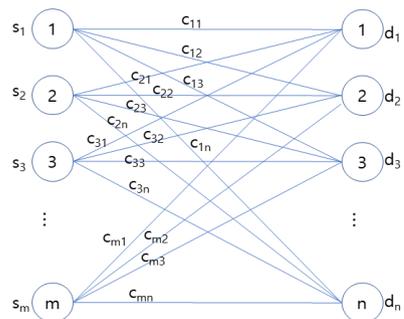


Fig. 1. Bipartite network representation of the transportation problem

이 문제는 선형계획법 모형으로 다음의 Eq. (1)과 같이 모형화될 수 있다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_j x_{ij} \leq s_i, \quad i=1,2,\dots,m \\ & \sum_i x_{ij} \geq d_i, \quad j=1,2,\dots,n \\ & x_{ij} \geq 0, \quad \forall i,j \end{aligned} \quad (1)$$

위 Eq. (1)과 같이 모형화된 수송문제는 공급마디들의 공급가능량의 합 ($\sum_i s_i$)이 수요마디들의 수요량의 합 ($\sum_j d_j$)과 비교하여 다음의 3가지 해법이 있을 수 있다. 첫째, $\sum_i s_i = \sum_j d_j$ 인 경우를 표준수송문제라고 한다. 둘째, $\sum_i s_i > \sum_j d_j$ 인 경우는 가수요마디 (n+1번째 마디)를 추가하여 이 가수요마디에 수요량 $d_{n+1} = \sum_i s_i - \sum_j d_j$ 를 할당하고, 모든 공급마디에서 가수요마디로 향하는 호의 가중치는 영('0')으로 만든 표준수송 문제로 변형하여 해결한다. 마지막으로 $\sum_i s_i < \sum_j d_j$ 인 경우는 공급마디들의 공급능력이 수요마디를 충족시킬 수 없으므로 비가능 (infeasible) 문제이다[12].

2.2 치명호 및 치명마디 찾기 문제

주어진 네트워크에서 하나 또는 여러 개의 호가 제거 되는 상황에서 어떤 호(들)이 제거될 때 네트워크의 성능이 가장 나빠지는가의 문제가 제기될 수 있고, 이와 같은 호나 호의 집합을 찾는 문제를 치명호 문제 (most vital arc problem)라고 한다[9].

이와 같은 치명호에 대한 연구는 최단경로문제, 최대유통문제 등에서 연구되었다. 연구분야 별로 단수 치명호를 찾는 해법과 다수 치명호를 찾는 해법으로 구분하여 개발되었다. 최단경로문제의 치명호에 대한 연구는 출발마디에서 종착마디까지의 최단경로의 길이를 가장 길게 만드는 호나 호의 집합을 찾는 문제이다[13-17]. 최대유통문제의 치명호 문제는 호의 용량이 제한되어 있는 네트워크에서 시발점에서 종착점으로 향하는 현재의 최대유통량을 가장 많이 줄일 수 있는 호를 찾는 문제이다[18-21].

최단경로문제의 치명호 문제에 대한 연구는 다음과 같다. 첫째, 단수 치명호 문제를 다수최단경로문제 해법을 사용한 방법이 Corley와 Sha에 의해 제시되었다[13]. 이어서 Malik 등이 단수 치명호 문제의 효율적인 해법을 제시하였으나[14], Bar-Noy 등에 의해 Malik 등이 제시한 최단경로문제의 단수 치명호 문제의 반례가 제시되었으며[15], Ahn[16]과 Chung 외 2인[17]에 의해 단수 치명호 문제를 변환네트워크를 통한 호의 거리 갱신을 통한 해법이 제시되었다.

둘째, 다수 치명호 문제는 Corley와 Sha가 다수 치명호 문제의 충분조건을 제시하였고[13], Malik 등이 다수 치명호 문제의 해법을 제시하였으나[14], Bar-Noy 등에 의해 Malik 등이 제시한 최단경로문제의 다수 치명호 문제가 계산복잡도가 NP-Hard임을 보였으며[15], Ahn[16]과 Ahn 외 2인[18]에 의해 다수 치명호 문제의 수리모형을 제시하고 순차적으로 경로를 추가하면서 해결할 수 있는 효율적 해법을 제시하였다.

최대유통문제의 치명호 문제에 대한 연구는 다음과 같다. 단수와 다수 치명호 문제에 대해서 Wollmer가 문제와 해법을 제안하였으며[19,20], 다수 치명호 문제에 대해 Lubore 등이 최소절단을 이용한 단수 치명호의 해법을 제시하였다[21]. 그리고 Ratliff 등이 나무탐색법과 변형네트워크를 이용한 다수 치명호의 해법을 제시하였으며[22], 이를 Ahn에 의해 단수 치명호 문제의 경우 최적해를 이용한 변환네트워크에서 최소유통용량이 가장 큰 호를 결정할 수 있는 방법을 제시하였으며[16], 다수 치명호 문제는 Ahn[16]과 Ahn외 2인[23]에 의해 최소개수절단과 다수번째의 최소절단의 오름차순 나열 해법을 제시하였다.

호에 용량과 가중치 제약이 모두 있는 최소비용문제의 경우 Ahn외 2인[24]에 의해 호의 제거를 통해 가능성이 깨어지는 경우와 최소비용을 증가시키는 경우로 분류하여 가능성이 깨어지는 경우가 더 중요하다고 가정한 후 최소비용문제의 치명호를 결정하는 해법을 제시하였다.

또한 제거되는 대상이 마디가 되는 문제가 치명마디 문제 (most vital node problem)이다. 치명마디문제는 마디의 제거가 위상 (topology)을 많이 변화시키기 때문에 네트워크보다는 그래프에서의 치명마디문제가 많이 제시되었다[25-27]. 그러므로 가중치나 용량이 부가된 네트워크에서의 해법에 대한 연구는 미진한 실정이다.

3. 수송문제의 치명 수요마디 찾기

수송문제의 치명 수요마디를 찾기 위해서는 다음의 두 가지를 고려하여야 한다. 첫 번째, 수요마디의 일부를 제거한 네트워크에서의 수송문제를 부분수송문제로 정의하는 것이다. 그리고 두 번째, 치명 수요마디를 찾는 기준을 정의하는 것이다.

첫 번째에서 정의한 부분수송문제를 모든 수요마디에 대하여 푼다면 각 수요마디의 제거를 통해 늘어나는 비용들을 구할 수 있다. 이때의 기준은 두 번째에서 정한 기준에 따라 결정한다면 주어진 수송문제의 치명 수요마디의 찾기를 할 수 있게 된다.

3.1 수요마디 k가 제거된 부분수송문제

수요마디 k가 제거된 네트워크에서의 수송문제를 TP(k)라 하고 해당 부분수송문제를 정의해보자. 만일 수요마디 k가 제거되었다면, 모든 공급마디들에서 수요마디 k로 향하는 수송량은 영('0')이 될 것이다. 즉, 원래의 수송문제인 Eq. (1)에서 수요마디 k로 향하는 제약식을 $\sum_i x_{ik} = 0$ 으로 변형하면 된다. 이를 반영하여 수요마디 k가 제거된 부분수송문제 TP(k)를 정의하면 다음의 Eq. (2)와 같다.

$$\begin{aligned}
 TP(k) : \min & \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.t.} & \sum_j x_{ij} \leq s_i, i=1,2,\dots,m \\
 & \sum_i x_{ij} \geq d_i, \text{if } j \neq k, j=1,2,\dots,n \\
 & \sum_i x_{ij} = 0, \text{if } j = k \\
 & x_{ij} \geq 0, \quad \forall i,j
 \end{aligned} \quad (2)$$

Eq. (2)에서 TP(k)의 의미는 원래의 수송문제에서 k 번째 수요마디의 수요량만을 영('0')으로 바꾼 변형된 수송문제이다.

그러므로, 수송문제의 치명 수요마디를 찾는 문제 (Most Vital Demand Point 이하 MVDP)는 TP(k)를 모든 수요마디에 적용한 후 네트워크의 성능이 가장 나빠지는 수요마디를 찾는 문제가 된다.

3.2 가장 나빠지는 기준

Eq. (2)의 부분수송문제를 모든 수요마디들에 반복 적용하여 치명 수요마디를 찾고자 하는 문제를 해결하기

위해서는 수요마디의 제거를 통해 네트워크의 성능이 "가장 나빠지는" 기준에 대한 고려가 필요하다.

이를 위해 수송문제의 정의에 나타난 네트워크의 성능이 나빠지는 상황을 살펴보면 다음의 2가지이다. 첫째, 수요마디들의 수요 물량을 공급마디들에서 공급할 수 없는 상황이다. 둘째, 전체 운송비용이 더 비싸지는 상황이다.

이 같은 문제 상황을 고려하여 수송문제의 치명 수요마디를 찾는 문제에서의 네트워크 성능이 나빠졌다는 기준으로 다음의 3가지가 제시될 수 있다.

첫 번째 기준은, 총수송량을 가장 많이 줄이는 수요마디를 찾는 기준이다. 이것은 해당 수요마디 (k)를 제거한 후의 전체 수요량 $(\sum_j d_j - d_k)$ 이 가장 적어지는 마디이므로, 수요량이 가장 큰 마디를 찾는 것이 되며, 간단히 다음의 Eq. (3)과 같이 구할 수 있다.

$$MVDP_1 = \arg \max_k \{ d_k \} \quad (3)$$

두 번째 기준은, 해당 수요마디를 제거한 부분수송문제에서의 최적해의 목적함수값이 가장 큰 부분수송문제를 찾는 기준이다. 즉, 해당 수요마디 (k)를 제거한 후의 수요량 $(\sum_j d_j - d_k)$ 만큼을 최적으로 수송하는 최적수송계획의 목적함수값이 가장 큰 수요마디를 찾는 문제가 되며 이는 다음의 Eq. (4)와 같이 구할 수 있다.

$$MVDP_2 = \arg \max_k \{ TP(k) \} \quad (4)$$

세 번째 기준은, 해당 수요마디를 제거한 부분수송문제에서의 단위운송비용이 가장 큰 마디를 찾는 기준이다. 즉, 해당 수요마디 (k)를 제거한 후의 수송량 $(\sum_j d_j - d_k)$ 만큼을 최적으로 수송하는 최적수송계획의 목적함수값을 수송량으로 나눈 값이 가장 큰 수요마디를 찾는 것이며, 다음의 Eq. (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$MVDP_3 = \arg \max_k \left\{ \frac{TP(k)}{\sum_j (d_j - d_k)} \right\} \quad (5)$$

두 번째와 세 번째 기준인 Eq. (4)와 (5)는 부분수송문제로 모든 수요마디에 대해 Eq. (2)를 푼 다음 도출된 목적함수의 값을 이용한다.

4. 치명 수요마디 문제 예시

수송문제의 치명 수요마디를 찾는 문제의 작동을 예시하기 위하여 임의로 예제데이터를 입력한 수송문제는 다음의 Table 1과 같다.

Table 1. Transportatation problem example case

supply node \ demand node	1	2	3	4	possible supply amount
1	40	30			110
2	5	4			80
3	10	20			30
4	7	5			40
5	4	10			50
6			20	50	40
7			35	25	40
demand amount	100	50	30	10	

위 Table 1에 수요마디의 수요량 (demand amount), 공급마디의 공급가능량 (possible supply amount), 그리고 공급마디에서 수요마디로의 가중치인 수송단가가 적혀있다. 이를 네트워크로 표현하면 다음의 Fig. 2와 같다.

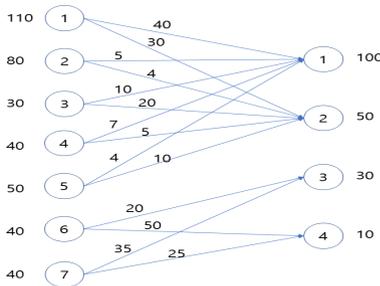


Fig. 2. network representation of example case

이 문제를 Eq. (1)의 선형계획법으로 모형화한 다음, 엑셀의 해찾기를 이용하여 풀면, 다음의 Fig. 3의 노랑색의 의사결정변수 (수송량)와 같은 최적해를 구할 수 있다.

supply node, demand node	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(7,3)	(7,4)	RHS value	RHS coefficient
unit transportation cost	40	30	5	4	10	20	7	5	4	10	20	50	35	25						
decision variable (transportation amount)	0	0	30	0	0	0	0	20	50	0	30	0	0	0	10				1,520	
supply node	1	1	1	1															0 <=	110
	2		1	1															0 <=	80
	3				1	1													0 <=	30
	4						1	1											20 <=	40
	5							1	1										50 <=	50
	6									1	1								30 <=	40
	7											1	1						10 <=	40
demand node	1	1	1	1	1	1	1	1	1										100 >=	100
	2		1	1	1	1	1	1											50 >=	50
	3									1	1								30 >=	30
	4											1	1	1	1				10 >=	10

Fig. 3. Screenshot of finding the optimal solution of the example vital demand point by excel SOLVER

즉, 예시 수송문제의 최적해의 목적함수 값은 1,520이다. 그리고 최적해를 구성하는 의사결정변수 (수송량)들은 다음과 같다.

- 공급마디2에서 수요마디1로 50단위
- 공급마디2에서 수요마디2로 30단위
- 공급마디4에서 수요마디2로 20단위
- 공급마디5에서 수요마디1로 50단위
- 공급마디6에서 수요마디3로 30단위
- 공급마디7에서 수요마디4로 10단위

이 수송문제의 최적해를 네트워크로 도시하면 다음의 Fig. 4와 같다. 이때 붉은색 호 위에 표기된 숫자는 최적해를 구성하는 의사결정변수 (수송량)를 의미한다.

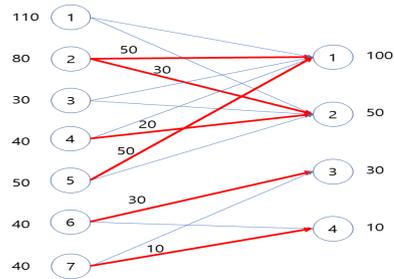


Fig. 4. Optimal solution of the example case

Eq. (3) ~ (5)까지의 기준 1, 2, 3을 계산한 결과는 다음의 Table 2와 같다. 이때, 기준 2는 Fig. 3의 선형계획법 문제에서 해당 수요마디 하나의 우변상수 (RHS coefficient)를 영 ('0')으로 만든 부분수송문제인 TP(k)를 엑셀의 해찾기로 풀어서 나온 최적해를 기록한 것이다. 그리고 기준 3은 이 TP(k)를 이때의 총수송량으로 나눈 값이다.

Table 2. Calculation results of criteria

Removal demand node (k)	Criteria		
	Transportation amount	TP(k)	Unit amount transportation cost
1	90	1,050	1,050 / 90 = 11.7
2	140	1,300	1,300 / 140 = 9.3
3	160	920	920 / 160 = 5.8
4	180	1,270	1,270 / 180 = 7.1

치명 수요마디를 찾는 기준으로 기준 1을 적용할 경우의 치명 수요마디는 Table 1의 수요량이 가장 큰 마디인면서 Table 2의 수송량이 가장 적어지는 마디인 수요마디 1이다.

기준 2를 적용할 경우, Table 2에서 TP(k)가 가장 큰 수요마디이므로, 수요마디 2가 치명 수요마디가 된다.

마지막으로 기준 3을 적용할 경우, Table 2에서 단위 운송비용이 가장 큰 마디인 수요마디 1이 치명 수요마디가 된다.

5. 수출 규제 상황 적용 예시

수출 규제 또는 제한 조치는 한 국가가 다른 국가에 대해 안보, 보건, 경제 등을 이유로 기존의 수출 물자에 대한 허가 특례를 폐지하거나 수출 물량을 제한하는 것을 의미한다. 이에 대한 사례는 2019년 발표된 한국에 대한 일본의 3가지 품목의 수출 규제 조치가 될 수 있다. 또한 인도네시아의 팜유 수출 제한, 중국의 요소수 수출 제한 등도 있다.

첫째, 일본의 3가지 품목에 대한 수출 규제 제한 조치는 한국의 주요 기업들에서 대체 수입선의 확보가 어려운 품목 3가지를 특정하여 시행한 규제에 해당한다. 그러므로 대체 수입선과 물량의 확보가 쉽지 않으므로, 총 수송량을 가장 많이 줄이는 수요마디를 찾는 기준인 Eq. (3)을 적용하여 치명 수요마디를 찾는 문제에 적용할 수 있다.

둘째, 인도네시아의 팜유 수출 제한이나 중국의 요소수 수출 제한 등의 상황은 수입 물량의 수입선을 다른 국가로 변경하거나, 국내 생산으로 수입을 대체할 수 있는 경우이다. 이때 수출 규제를 하는 공급국가를 A라고 하고, 수요국가를 B라고 하자. 그리고 대체 공급이 가능한 수입선이나 수요국가의 대체 생산시설을 대체공급지 R이라고 하자.

수요국가 B는 원래의 공급국가인 A로부터 공급받지 못하므로 대체공급지 R에서 공급받아야 한다. 이와 같은 상황을 수송문제의 수리모형으로 표현하기 위해 다음과 같은 자료를 미리 확보하여야 한다.

- $\forall p, r_p$ 를 계산 (R의 공급가능량 계산)
- $\forall (p, j), c_{pj}$ 를 계산 (R에서 B로의 수송단가)
- $\forall i, s_i = 0$ (A에서 공급할 수 없음)

위와 같이 데이터를 구한 후, 원래의 공급국가 A가 아닌 대체공급지 R에서 수요국가 B로의 수송문제를 모형화하면 다음의 Eq. (6)과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_p \sum_j c_{pj} x_{pj} \\
 & \text{s.t.} \sum_j x_{pj} \leq r_p \quad , p = 1, 2, \dots, q \quad (6) \\
 & \sum_p x_{pj} \geq d_i \quad , j = 1, 2, \dots, n \\
 & x_{pj} \geq 0, \forall p, j
 \end{aligned}$$

치명 수요마디를 구하기 위해서는 Eq. (6) 모형에 나타나는 기준으로 Eq. (4) 또는 Eq. (5)를 적용하여 부분 수송문제를 반복적으로 풀면 된다. 단, $\sum_i s_i \leq \sum_p r_p$ 이어야만, 변형된 수송문제가 표준수송문제가 되고, 최적해를 구할 수 있다.

6. 결론 및 향후 연구 방향

6.1 결론

본 연구에서는 수송문제에서 수요량의 강제적 감소의 영향을 가장 많이 받는 수요마디가 어떤 마디인지를 알아내는 문제에 대하여 살펴보았다.

이를 위해 이분 네트워크로 표현되는 수송문제에서 특정 수요지의 제거를 통해 네트워크의 성능을 가장 나쁘게 하는 수요지를 찾는 수송문제의 치명 수요마디 문제를 정의하였으며, 네트워크의 성능을 나쁘게 하는 기준 3가지를 살펴보았다. 적절한 기준을 사용한다면, 어떤 수요마디의 제거가 현재의 최적 운용을 가장 크게 방해하는 수요마디인지를 식별할 수 있을 것이다.

그리고, 수송문제의 치명 수요마디 문제를 예시를 통해 작동원리를 살펴보았으며, 특히 공급망 차질에 상황별로 접근할 수 있는 실용적 변형 방법을 제안하였다.

6.2 향후 연구 방향

향후 다음과 같은 부분에 대한 추가적 연구가 필요할 수 있다.

첫째, 수송문제는 공급가능량의 합이 수요량의 합보다 크거나 같지 않으면, 가능해를 구할 수 없으므로 최적해를 구할 수 없다. 그러므로, 본 연구에서는 공급마디를 제거하는 것을 연구범위에서 제외하였다. 그러나, 공급마디까지 추가되는 모든 마디에 대한 치명마디 문제 상황이 존재한다면 추가적인 연구를 고려할 수 있다.

둘째, 수송문제에서 운송하는 물품은 단일물품 임을 전제하고 있다. 그러나 현실적 상황에서는 여러 물품에

대한 수출 제한 등이 동시에 있게 되므로, 여러 물품으로 세분된 수송문제에서의 치명 수요마디를 다루는 문제로 의 확장을 고려할 수 있다. 다만, 여러 물품일 경우도 현재의 수송문제에서 공급마디와 수요마디를 추가하는 등의 변형을 거쳐 해결할 수는 있지만, 다수 물품으로 세분된 수송문제에서의 치명마디를 다루는 문제로의 확장도 고려할 수 있다.

마지막으로, 부분수송문제의 제약식을 구성하고 있는 행렬이 전체 단모듈식 행렬 (totally unimodular matrix) 이므로 상당히 대형의 문제도 범용의 해법 프로그램으로 해결가능하여 계산 성능에 대한 추가적 고려를 하지 않았지만, 수송문제의 전용 해법 프로그램을 이용한다면 부분수송문제를 반복적으로 푸는 방법을 피할 수 있는 해법의 개발도 고려할 수 있다.

References

- [1] Nobuhiro Hosoe, "Impact of tighter controls on Japanese chemical exports to Korea", *Economic Modelling*, Vol. 94, pp 631-648, 2021.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2020.02.006>.
- [2] Sangho Shin, Edward J. Balistreri, "The other trade war: Quantifying the Korea-Japan trade dispute", *Journal of Asian Economics*, Vol. 79, 101442, 2022.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asieco.2022.101442>.
- [3] Moon Su Koo, Yun Shin Lee, Young Soo Park, "Stock Market Reaction to the Trade Dispute: South Korea-Japan Trade Dispute Case", *Journal of Korean Production and Operations Management Society*, Vol. 34, No. 2, pp 243-257, 2023.
DOI: <https://doi.org/10.32956/kopoms.2023.34.2.243>
- [4] Xianhua Wu, Ji Guo, Shunfeng Song, "Influence of international trade disputes on the world industrial economic system based on inoperability input-output model", *International Review of Economics & Finance*, Vol. 86, pp 787-803, 2023.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.iref.2023.03.033>
- [5] Xiangyu Chen, Jittima Tongurai, "Informational linkage and price discovery between China's futures and spot markets: Evidence from the US-China trade dispute", *Global Finance Journal*, Vol. 55, 100750, 2023.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.gfj.2022.100750>.
- [6] Dong-Joon Jo, "COVID-19's Impacts on Globalization", *Korean Journal of International Relations*, Vol. 60, No. 3, pp 125-167, 2020.
DOI: <https://doi.org/10.14731/kjir.2020.09.60.3.125>
- [7] Jun Jeong, Ki-Won Lee, Kyung-Rok Kim, Jong-Han Cha, Ho-Jin Koh, "A Study on Ways to Improve the Supply of Warship Weapon Systems", *Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, Vol. 23, No. 8, pp. 619-627, 2022.
DOI: <https://doi.org/10.5762/KAIS.2022.23.8.619>
- [8] Katta G. Murty, *Network Programming*, Prentice-Hall, 1992.
- [9] Ravindra K. Ahuja, Thomas L. Magnanti, James B. Orlin, *Network Flows : Theory, Algorithms, and Application*, Prentice-Hall, 1993.
- [10] Wikipedia. [online]. [cited 2022.7.4].
https://en.wikipedia.org/wiki/Minimum-cost_flow_problem
- [11] Wikipedia. [online]. [cited 2022.7.4].
[https://en.wikipedia.org/wiki/Transportation_theory_\(mathematics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Transportation_theory_(mathematics))
- [12] Soondal Park, *Operations Research*, Daeyoungsa, 1987. Wikipedia. [online]. [cited 2022.7.4].
- [13] Corley JR. H. W., D. Y. Sha, "Most Vital Links and Nodes in Weighted Networks", *O. R. Letters* Vol. 1, No. 4, pp 157-160, 1982.
- [14] Malik K., A. K. Mittal, S. K. Gupta, "The k Most Vital Arcs in the Shortest Path Problem", *O. R. Letters*, Vol. 8, pp 223-227, 1989.
- [15] Bar-Noy A., S. Khuller, B. Schieber, "The Complexity of Finding Most Vital Arcs and Nodes", *University of Maryland Technical Reports*, CS-TR-3539, 1995.
- [16] Jae-Geun Ahn, *A Study on the Most Vital Arc in Network Problems, Ph.d dissertation, Seoul National Univ.*, 1997.
- [17] Hoyeon Chung, Jae-Geun Ahn, Soondal Park, "Determining the Single Most Vital Arc in the Maximum Flow Problem", *Journal of KORMS*, Vol. 25, No. 2, pp 115-124, 2000.
- [18] Jae-Geun Ahn, Hoyeon Chung, Soondal Park, "A Method for Finding the k Most Vital Arcs in the Shortest Path Problem", *Journal of KORMS*, Vol. 23, No. 4, pp 11-20, 1998.
- [19] Wollmer Rechar, "Some Methods for Determining the Most Vital Link in a Railway Network", Memorandum, RM-3221-ISA, 1963.
- [20] Wollmer Rechar, "Removing Arcs from a Network", *O. R.*, pp 934-940, 1964.
- [21] Lubore S. H., H. D. Ratliff, G. T. Sicilia, "Determining the Most Vital Link in a Flow Network", *N. R. L. Q. Volv* 18, No. 4, pp 497-502, 1971.
- [22] Ratliff H. D., S. H. Lubore, G. T. Sicilia, "Finding the n Most Vital Links in a Flow Network", *Management Science*, Vol. 21, No. 5, pp 531- 539, 1975.
- [23] Jae-Geun Ahn, Hoyeon Chung, Soondal Park, "A Method for Determining All the k Most Vital Arcs in the Maximum Flow Problem by Ranking of Cardinality Cuts", *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, Vol. 25, No. 2, pp. 184-191, 1999.
- [24] Jae-Geun Ahn, Hoyeon Chung, Soondal Park, "A

- Method for Determining the Most Vital Arcs in Minimum Cost Flow Problem”, *Journal of the Military Operations Research Society of Korea*, Vol. 25, No. 2, pp. 84-96, 1999.
- [25] Dangi K. G., A. Bhagat, S. P Panda, “Emergency Vital Data Packet Transmission in Hospital Centered Wireless Body Area Network”, *Procedia Computer Science*, Vol. 171, 2020.
DOI: <https://doi.org/10.1016/i.procs.2020.04.278>
- [26] Li J., X. Wen, M. Wu, F. Liu, S. Li, “Identification of key nodes and vital edges in aviation network based on minimum connected dominating set”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 541, 2020.
DOI: <https://doi.org/10.1016/i.physa.2019.123340>
- [27] Tulu M. M., R. Hou, T. Younas, “Vital nodes extracting method based on user’s behavior in 5G mobile social networks”, *Journal of Network and Computer Applications*, Vol. 133, 2019.
DOI: <https://doi.org/10.1016/i.inca.2019.02.012>
-

안 재 근(Jae-Geun Ahn)

[중신회원]



- 1994년 2월 : 서울대학교 대학원 산업공학과 (공학석사)
- 1997년 8월 : 서울대학교 대학원 산업공학과 (공학박사)
- 1997년 9월 ~ 현재 : 한경국립대학교 컴퓨터응용수학부 (컴퓨터 시스템 연구소) 교수

<관심분야>

최적화, 경영정보시스템, 데이터베이스, 데이터마이닝

김 삼 근(Sam-Keun Kim)

[중신회원]



- 1988년 2월 : 숭실대학교 대학원 전자계산학과 (공학석사)
- 1998년 2월 : 숭실대학교 대학원 전자계산학과 (공학박사)
- 1992년 3월 ~ 현재 : 한경국립대학교 컴퓨터응용수학부 (컴퓨터 시스템 연구소) 교수

<관심분야>

인공신경망, 데이터마이닝, 기계학습, IoT, 최적화