

## 2자유도 볼 밸런서 시스템의 모델링과 파라미터 추정

김종필<sup>1</sup>, 류기탁<sup>1</sup>, 이찬하<sup>2</sup>, 이윤형<sup>1\*</sup>  
<sup>1</sup>한국해양수산연수원, <sup>2</sup>베가스

### Modeling and Parameter Estimation of a 2DOF Ball Balancer System

Jongil-Phil Kim<sup>1</sup>, Ki-Tak Ryu<sup>1</sup>, Chan-Ha Lee<sup>2</sup>, Yun-Hyung Lee<sup>1\*</sup>  
<sup>1</sup>Korea Institute of Maritime and Fisheries Technology  
<sup>2</sup>Begas corporation

**요약** 볼 밸런서 시스템은 밸런싱 문제를 다루는 로봇 연구 분야의 대표적인 데모실험장치이다. 시스템은 테이블, 볼, 볼의 위치를 감지하는 센서, 테이블 기울기를 조절하는 RSBU(Rotary Servo Base Unit)로 구성된다. 본 논문은 볼의 위치 및 안정화 제어의 선행연구로 모델링과 파라미터 추정 방법을 제안한다. 이를 위해 우선 볼 밸런서 시스템의 운동 방정식을 유도하고, 입력신호인 서보모터의 인가전압과 그에 따른 출력신호인 볼의 위치에 대한 전달함수로 표현한다. 전달함수의 파라미터는 RSBU의 실제 입·출력 데이터와 RCGA(Real Coded Genetic Algorithm)를 결합한 모델조정 기법으로 탐색한다. 또한, 비교목적으로 계단응답 및 주파수 응답 시험방법도 적용하였으며, 절대오차적분(AE) 비교를 통해 제안한 방법의 우수성을 확인하였다. 본 논문에서 제안한 방법은 산업현장에서도 모델링 과정에서 유용하게 사용될 것으로 기대한다.

**Abstract** The ball balancer system is a representative demonstration device in the robot balancing research field. The system consists of a table, a ball, a sensor that detects the ball's position, and a Rotary Servo Base Unit (RSBU) that adjusts the inclination of the table. This paper proposes modeling and parameter estimation methods that determine the ball's position and stabilize the table. Equations of motion were derived, and the voltage applied to the servo motor and the ball position was expressed as a transfer function. The parameters of the transfer function were determined using a model adjustment technique that combined the Real Coded Genetic Algorithm (RCGA) with actual RSBU input-output data. For comparative purposes, step response and frequency response methods were also employed, and the superiority of the proposed method was validated using Integral of Absolute Error (IAE) comparisons. The proposed method is expected to be used for modeling processes even in the industrial field.

**Keywords** : Ball Balancer System, RCGA, RSBU, Parameter Estimation, Model Adjustment Technique

### 1. 서론

인간의 생활에 도움이 되는 로봇 연구가 활성화되고 있으며 근거리 이동 수단의 연구에 로봇 기술이 폭넓게 활용되고 있다. 이러한 로봇에는 밸런싱 문제가 많이 반영되어 있으며 대표적인 형태인 볼 밸런서 시스템(ball

balancer system)은 정확한 위치 추적과 안정화 제어가 필요한 로봇, 자동차, 항공 우주공학, 통신, 해양 제조 산업 등 광범위한 응용 분야에 이용되고 있다[1-3].

밸런서 시스템은 높은 수준의 비선형성과 불안정성을 가진 대표적인 시스템으로 2자유도 테이블 위에서 임의의 위치로 굴러갈 수 있는 볼을 원하는 목표 위치로 빠른

\*Corresponding Author : Yun-Hyung Lee(Korea Institute of Maritime and Fisheries Technology)  
email: domse54@daum.net

Received December 18, 2023  
Accepted March 8, 2024

Revised January 23, 2024  
Published March 31, 2024

시간 내에 이동 및 안정화하는 것을 목표로 한다. 일반적으로 볼 밸런서 시스템의 구성은 크게 볼의 위치를 감지하는 센서 부분과 균형을 유지하기 위한 제어부분으로 구분된다.

우선 볼의 위치 센서는 일반적으로 카메라[4] 또는 터치스크린 레이어(touch screen layer)[5]를 주로 이용한다. 카메라는 볼과 직접 접촉하지 않으며, 고성능 카메라 사용은 높은 정확도의 감지성능을 가진다. 그러나 조명의 조도, 볼의 색깔과 같은 주변 환경에 민감하고, 카메라 성능에 따라 이미지 처리 시간에 큰 영향을 준다. 터치스크린 레이어의 경우에는 카메라 방식에 비해 환경 조건에 덜 민감하며, 조명에 영향을 받지 않으나 볼과 물리적인 접촉이 필요하므로 볼의 움직임을 제한할 수 있다. 본 논문에서는 고성능 카메라를 적용하여 터치스크린 레이어의 단점과 샘플링 속도의 제한을 해결한다. 또한, 테이블과 그 하부에 설치되는 회전서보유닛(RSBU: Rotary Servo Base Unit), 이를 구동하기 위한 드라이브로 전체 볼 밸런서 시스템을 구성한다. RSBU는 증폭기를 통해 인가되는 전압을 통해 구동되며, 테이블이 축과 축으로 경사 될 수 있도록 각 축에 독립적으로 설치된다. RSBU에 의해 테이블이 경사가 되면 볼은 기울어진 방향으로 이동하며 이때 볼의 위치 및 안정화를 위해 다양한 제어기법[6-10]이 연구되고 있다.

그러나 본 논문은 볼의 움직임을 제어하기 위한 선형 연구이므로 전체 볼 밸런서 시스템의 모델링과 파라미터 추정 방법을 제안한다. 이를 위해 우선 볼 밸런서 시스템의 자유물체도를 구하고, 각 구성품의 운동방정식을 유도한다. 또한, 입력신호인 서보모터의 인가전압과 그에 따른 출력신호인 볼의 위치에 대한 전달함수로 표현한다. 전달함수의 파라미터는 RSBU의 실제 실험 데이터와 RCGA[11]를 이용한 모델조정 기법으로 탐색한다. RCGA는 진화와 유전, 적자생존 개념을 이용한 알고리즘으로 다양한 시스템의 파라미터 추정에 활용된다[12-14].

이렇게 제안된 기법과 비교목적으로 적용한 계단응답 및 주파수 응답시험 방법은 MATLAB(2017a)을 사용하여 시뮬레이션하고, 절대오차적분(IAE) 비교를 통해 제안한 방법의 우수성을 확인한다.

## 2. 볼 밸런서 시스템의 모델링

### 2.1 하드웨어 구성

Fig. 1은 본 논문에서 다루는 볼 밸런서 시스템을 나

타낸 것으로 볼이 위치하는 테이블, 테이블의 경사각을 조정하는 RSBU, 테이블 전체 범위를 촬영하여 볼의 위치를 파악하기 위한 고해상도 디지털카메라를 포함한다.

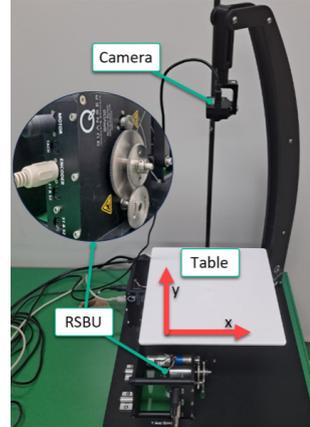


Fig. 1. Experimental apparatus of 2DOF ball balancer

먼저 고해상도 디지털카메라는 테이블에서 약 40[cm] 상부에 설치되며, 초당 30프레임과 640×480 픽셀의 해상도로 볼의 위치를 측정하여 PC에 전송한다. 다음으로 RSBU는  $x$ 축 및  $y$ 축으로 테이블의 각도를 조정하는 장치로 각 축에 독립된 2개의 고효율 DC 모터, 기어박스, 엔코더(encoder), 태코미터(tachometer), 포텐셔미터(potentiometer)가 포함된다. 그 이외에 RSBU에 설치된 센서의 신호를 실시간으로 PC에 전달하고, 제어기의 아날로그 출력을 증폭기로 전송하는 DAQ(Data Acquisition Board)와 DAQ의 신호를 증폭하여 RSBU의 모터를 구동시키는 전력 증폭기가 있다.

### 2.2 수학적 모델

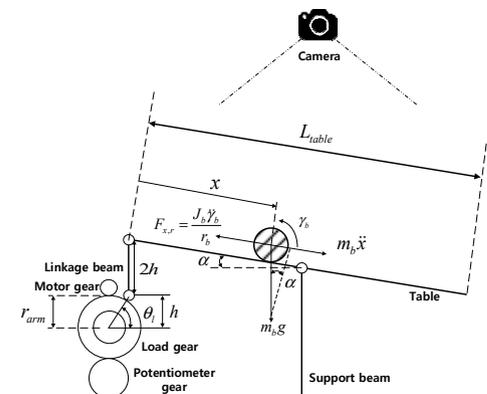


Fig. 2. Modeling ball on table in one dimension

테이블은 정사각형이므로 각 축의 동역학은 동일한 것으로 가정할 수 있다. 또한,  $x$ 축(또는  $y$ 축) 부하기어(load gear)의 각도는 테이블을  $x$ 축(또는  $y$ 축) 방향으로만 기울어지게 하므로 각 축에 대한 모델링은 독립적으로 간주할 수 있다. Fig. 2는 수학적 모델의 유도를 위한 볼 밸런서 시스템의 자유물체도를 나타낸 것이다.

먼저 볼에 작용하는 운동방정식을 유도하기 위해 마찰 및 점성을 무시하면 볼에 작용하는 힘은 볼의 병진력(translational force)  $F_{x,t}$ 과 관성력  $F_{x,r}$ 의 합으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} m_b \ddot{x}(t) &= F_{x,t} - F_{x,r} \\ &= m_b g \sin \alpha(t) - \frac{J_b \ddot{x}(t)}{r_b^2} \end{aligned} \quad (1)$$

where,  $m_b$  denotes mass of the ball,  $g$  denotes gravitational acceleration,  $x$  denotes ball displacement,  $r_b$  denotes radius of the ball,  $\alpha$  denotes angle between table and ground,  $J_b$  denotes moment of inertia

$\gamma_b$ 는 볼의 회전각도,  $\theta_l$ 은 부하기어 각도로 지면과 테이블이 평행( $\alpha = 0$ )할 때 0이고, 볼의 위치  $x$ 는 테이블의 중앙에 있을 때가 0이다. 즉, 평형상태가 되기 위해서는 Eq. (1)과 같이 볼의 운동량과 중력에 의한 힘이 서로 같아야 하므로 Eq. (1)을 정리하면 다음과 같은 볼과 테이블에 대한 비선형 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{x}(t) = \frac{m_b g r_b^2}{m_b r_b^2 + J_b} \sin \alpha(t) \quad (2)$$

Fig. 2에서 부하기어와 테이블 사이의 연결 빔(linkage beam) 길이가  $2h$ 로 제작되었으므로  $\sin \alpha(t) = \frac{2r_{arm} \sin \theta_l(t)}{L_{table}}$ 이 된다. 이를 Eq. (2)에 대입하면 다음과 같은  $\theta_l$ 과  $x$ 사이의 비선형 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\ddot{x}(t) = \frac{2m_b g r_{arm} r_b^2}{L_{table} (m_b r_b^2 + J_b)} \sin \theta_l(t) \quad (3)$$

where,  $r_{arm}$  denotes distance between RSBU output gear shaft and coupled joint,  $L_{table}$  denotes table length

만약,  $\theta_l(t) \approx 0^\circ$  이면  $\sin \theta_l(t) = \theta_l(t)$  이 되어 선형 운동방정식으로 고려할 수 있다.

다음으로 Fig. 3은 RSBU의 모델링을 위해 서보모터와 감속기의 구성을 나타낸 것이다. 서보모터(DC 모터)가 구동되면 연결된 감속기가 회전하여  $\theta_l$ 이 변한다.

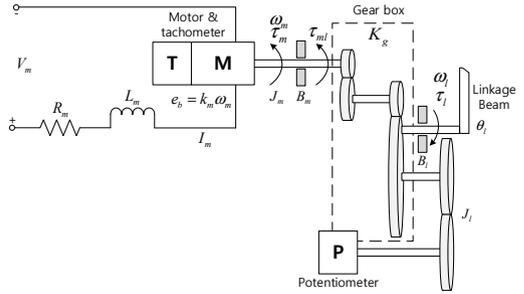


Fig. 3. Configuration of servo motor and gear train

서보모터의 전기자 인덕턴스  $L_m$ 은 일반적으로 전기자 저항  $R_m$ 보다 더 작으므로 전압 방정식은 Eq. (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - k_m \omega_m(t) = 0 \quad (4)$$

where,  $V_m$  denotes motor input voltage,  $I_m$  denotes motor current,  $k_m$  denotes back-emf constant of the motor,  $\omega_m$  denotes angular speed of the motor shaft

다음으로 부하기어에 작용하는 기계 운동방정식은 Eq. (5)와 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} + B_l \omega_l(t) &= \tau_l(t) \\ &= \eta_g K_g \tau_{ml}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

where,  $J_l$  denotes moment of inertia of the load gear,  $\omega_l$  denotes angular speed of load shaft,  $B_l$  denotes viscous friction coefficient on the load shaft,  $\tau_l$  denotes total torque applied on the load,  $\eta_g$  denotes gearbox efficiency,  $K_g$  denotes total gear ratio,  $\tau_{ml}$  denotes load torque including all losses of the servomotor except viscous friction

한편, 서보모터 축에서 발생하는 운동방정식은 Eq. (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} + B_m \omega_m(t) + \tau_m(t) = \tau_m(t) \quad (6)$$

where,  $J_m$  denotes motor shaft moment of inertia,  $B_m$  denotes viscous friction coefficient on the motor shaft,  $\tau_m$  denotes motor torque

이때  $\omega_m$ 은  $K_g$ 를 고려하면  $\omega_m(t) = K_g \omega_l(t)$ 이 되므로 이를 반영하여 Eq. (5)를 Eq. (6)에 대입하여 정리하면 서보모터 토크에 대한 부하기어의 운동방정식을 Eq. (7)과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} (\eta_g K_g^2 J_m + J_l) \frac{d\omega_l(t)}{dt} + (\eta_g K_g^2 B_m + B_l) \omega_l(t) \\ = \eta_g K_g \tau_m(t) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 등가 관성모멘트  $J_{eq} = \eta_g K_g^2 J_m + J_l$ , 등가 점성마찰계수  $B_{eq} = \eta_g K_g^2 B_m + B_l$ 로 정의하면 Eq. (8)과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$J_{eq} \frac{d\omega_l(t)}{dt} + B_{eq} \omega_l(t) = \eta_g K_g \tau_m(t) \quad (8)$$

서보모터 효율  $\eta_m$ 과 토크 상수  $k_t$ 를 고려하면 서보모터의 토크  $\tau_m(t) = \eta_m k_t I_m(t)$ 이 되고, Eq. (4)의  $I_m$ 을 대입하면 제어입력  $V_m$ 과 서보모터의 구동 토크  $\tau_m$ 의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau_m(t) = \frac{\eta_m k_t (V_m(t) - k_m K_g \omega_l(t))}{R_m} \quad (9)$$

Eq. (9)를 Eq. (8)에 대입하여 정리하면 최종적으로 RSBU의  $V_m$ 과  $\omega_l$ 사이의 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\left( \frac{d}{dt} \omega_l(t) \right) J_{eq} + \left( \frac{k_m \eta_g K_g^2 \eta_m k_t}{R_m} + B_{eq} \right) \omega_l(t) = \frac{\eta_g K_g \eta_m k_t}{R_m} V_m(t) \quad (10a)$$

$$\left( \frac{d}{dt} \omega_l(t) \right) J_{eq} + B_{eq,v} \omega_l(t) = A_m V_m(t) \quad (10b)$$

여기서  $B_{eq,v}$ 는 서보모터 부분을 포함하는 등가 점성마찰계수,  $A_m$ 은 정상이득을 의미한다.

### 2.3 전달함수

본 논문에서 다루는 볼 밸런서 시스템은 앞에서 설명한 것과 같이  $x-y$ 축이 독립된 2자유도 개루프 시스템이다. 따라서 두 축이 서로의 응답에 영향을 미치지 않는다고 가정할 수 있으므로  $x$ 축과  $y$ 축에 대해 분리된 모델로 고려하는 것이 가능하다.

Fig. 4는 이렇게 축을 분리하여 1자유도 모델로 고려한 개루프 시스템의 블록선도를 나타낸 것이다. 그림에서  $P_s(s)$ 는 서보모터의 인가전압  $V_m$ 과 그에 따른 부하기어의 각도  $\theta_l$  사이의 전달함수,  $P_{bb}(s)$ 는  $\theta_l$ 과 볼의 위치  $x$ (또는  $y$ ) 사이의 전달함수를 의미한다.

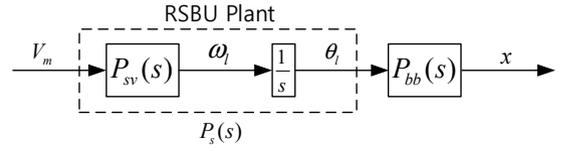


Fig. 4. Open-loop block diagram of 1DOF ball balancer

$P_{sv}(s)$ 는 Eq. (10b)를 전달함수로 표현한 것으로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{sv}(s) &= \frac{ohm_l(s)}{V_m(s)} = \frac{A_m}{J_{eq} s + B_{eq,v}} \\ &= \frac{K}{\tau s + 1} \end{aligned} \quad (11)$$

where,  $K = \left( \frac{A_m}{B_{eq,v}} \right)$  denotes DC gain,  $\tau = \left( \frac{J_{eq}}{B_{eq,v}} \right)$  denotes time constant

$P_{bb}(s)$ 는 Eq. (3)으로부터 선형화하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{bb}(s) = \frac{X(s)}{\Theta_l(s)} = \frac{K_{bb}}{s^2} \quad (12a)$$

$$K_{bb} = \frac{2m_b g r_{arm} r_b^2}{L_{plate} (m_b r_b^2 + J_b)} \quad (12b)$$

따라서, 볼 밸런서 시스템의 전체 개루프 전달함수  $P(s)$ 는 Eq. (13)과 같으며, 이로부터 원점에 3중근과 음의 실근을 가지는 불안정한 시스템임을 알 수 있다.

$$P(s) = \frac{X(s)}{V_m(s)} = \frac{K_w K}{s^3(\tau s + 1)} \quad (13)$$

### 3. 볼 밸런서 시스템의 파라미터 추정

Eq. (13)은 본 논문에서 다루는 볼 밸런서 시스템의 최종 모델로 Eq. (11)과 Eq. (12)가 결합된 것이다. Eq. (11)은 RSBU 모델로 현장에서 많이 사용하는 계단 응답 및 주파수 응답 시험과 본 논문에서 제안하는 RCGA를 이용한 모델조정기법을 통해  $K$ 와  $\tau$ 를 추정한다. 한편, Eq. (12)는 불안정한 적분시스템으로 표현되므로 실험장치의 공칭값을 사용해  $K_w$ 값을 산출한다.

Fig. 5는 실제 실험장치의 RSBU에 0~3[V]의 범위를 가지는 계단입력을 인가할 때 부하기어 회전속도 응답을 나타낸 것이다.

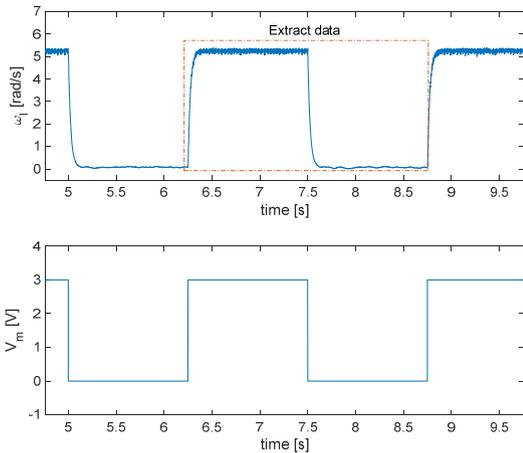


Fig. 5. Measurement data for step response

#### 3.1 계단 응답 시험

Fig. 5로부터 0[V]가 인가된 경우 초깃값  $\omega_{l,0}=0$ 이고, 3[V]가 인가되면 부하기어 회전속도는 정상상태 값  $\omega_{l,ss}=5.35[\text{rad/s}]$ 로 안정화되는 것을 확인할 수 있다. 이러한 데이터로부터 RSBU의 정상이득  $K_{e,s} = \frac{\Delta\omega_l(t)}{\Delta V_m(t)} = 1.78$ 로 추정할 수 있다.

이 실험으로부터  $\omega_{l,0}=0[\text{rad/s}]$ ,  $\omega_{l,ss}=5.35[\text{rad/s}]$ ,  $\omega_l(t_1)|_{t_1=0.632\omega_{l,ss}}=3.38[\text{rad/s}]$ 이고, 이때  $t_1=6.274[\text{s}]$ 를 얻을 수 있다. 한편 계단입력이 인가되는 시간  $t_0=6.248[\text{s}]$ 이다. 따라서 시정수  $\tau_{e,s}=t_1-t_0=0.026[\text{s}]$ 을 얻을 수 있다.

#### 3.2 주파수 응답 시험

다음으로 주파수 응답 시험을 통해 파라미터를 추정한다. Table 1은 2[V]의 진폭을 갖는 사인파를 1.0 ~ 8.0 [Hz]까지 주파수를 변경하면서 RSBU에 인가하고 측정된 부하기어의 최대 속도와 이득( $|G(\omega)|$ ) 및 이를 데시벨로 계산된 값을 나타낸 것이다.

Table 1. Frequency response data

Freq. [Hz]	Amplitude [V]	Max.speed [rad/s]	$ G(\omega) $ []	$ G(\omega) $ [dB]
0.0	2.0	3.3066	1.6533	4.3670
1.0	2.0	3.2494	1.6247	4.2155
2.0	2.0	3.1374	1.5687	3.9108
3.0	2.0	2.9596	1.4798	3.4041
4.0	2.0	2.7709	1.3855	2.8318
5.0	2.0	2.5895	1.2948	2.2437
6.0	2.0	2.4458	1.2229	1.7478
7.0	2.0	2.3448	1.1724	1.3815
8.0	2.0	2.2158	1.1079	0.8901

Fig. 6은 Table 1의 데이터를 이용하여 보드선도(bode plot)를 그린 것으로 그림에서 알 수 있듯이 주파수가 증가할수록 이득이 감소하는 전형적인 1차 시스템의 응답 특성을 보인다.

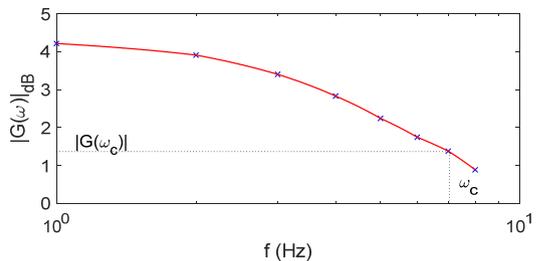


Fig. 6. Bode plot after performing frequency response

이제 정상상태 이득과 시정수를 구하기 위해 Eq. (11)의 주파수 전달함수의 크기를 구하면 다음과 같다.

$$|P_{sv}(\omega)| = \left| \frac{\Omega_l(j\omega)}{V_m(j\omega)} \right| = \frac{K_{e,f}}{\sqrt{1+\tau_{e,f}^2\omega^2}} \quad (14)$$

이로부터 RSBU의 정상상태 이득은  $\omega=0$ 일 때이므로 정상상태 이득  $K_{e,f} = |P_{sv}(0)| = 1.653$ 으로 쉽게 추정할 수 있다.

다음으로 RSBU의 시정수를 얻기 위해 차단주파수 (cutoff frequency)  $\omega_c$ 에서 주파수 전달함수의 크기를 고려한다.

$$|P_{sv}(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |P_{sv}(0)| = \frac{|P_{sv}(0)|}{\sqrt{1+\tau_{e,f}^2\omega_c^2}} \quad (15)$$

따라서 시정수  $\tau_{e,f}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau_{e,f} = \frac{1}{|\omega_c|} \quad (16)$$

Fig. 6에서  $-3[\text{dB}]$  되는 이득  $|P_{sv}(\omega_c)|_{\text{dB}} = 1.367[\text{dB}]$  이고, 이때 차단주파수  $\omega_c = 2\pi f_c = 44.3[\text{rad/s}]$ 이므로 Eq. (18)을 이용하면 시정수  $\tau_{e,f} = 0.023[\text{s}]$ 로 추정할 수 있다.

### 3.3 RCGA를 이용한 모델조정기법

다음으로 본 논문에서 제안하는 RCGA를 이용한 모델 조정 기법으로 파라미터를 탐색한다. 모의 진화를 위한 초기집단은 난수발생기를 통해 무작위로 생산되며 재생산, 교배, 돌연변이의 유전연산자(genetic operator)를 적용한다. 또한, RCGA의 탐색 성능을 향상하기 위해 스케일링 윈도우 기법과 엘리트 전략을 사용한다. 입·출력 데이터는 Fig. 6의 계단 응답 실험 데이터 중 extract data 부분을 추출하고  $t_0=0$ 으로 재설정된 데이터를 사용한다.

Fig. 7는 본 논문에서 제안하는 RCGA와 조정모델 기법을 이용하여 RSBU의 파라미터를 추정하는 방법을 나타낸 것이다. 이 방법은 제어대상에서 취득한 실험 데이터와 병렬로 연결된 조정모델에 동일한 입력을 적용하고, 모델의 동특성이 시스템의 동특성에 가까워지도록 모델의 파라미터를 조정하는 방법이다.

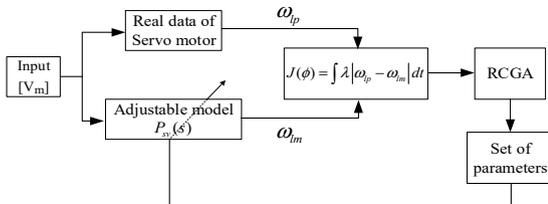


Fig. 7. RCGA-based model adjustment technique

조정모델은 Eq. (11)이 사용되며, RCGA의 염색체  $\mathbf{s}$  는 Eq. (17)과 같이 정의된다.

$$\mathbf{s} = (K_{e,r}, \tau_{e,r}) \in R^2 \quad (17)$$

where,  $K_{e,r}$  : steady-state gain estimated by RCGA,  $\tau_{e,r}$  : time constant estimated by RCGA,  $R^2$  : real number

개체의 적합도를 평가하기 위해 Eq. (18)와 같은 목적 함수를 사용하며, RCGA는 궁극적으로 실제 부하기어 출력 데이터  $\omega_{lp}$ 와 조정모델 출력  $\omega_{lm}$  사이의 오차가 최소가 되도록 파라미터를 탐색한다.

$$J(\phi) = \int |\omega_{lp} - \omega_{lm}| dt \quad (18)$$

여기서  $\phi$ 는 미지의 파라미터 벡터,  $\omega_{lp}$ 와  $\omega_{lm}$ 은 각각 볼 밸런서 시스템과 조정모델의 출력이다.

RCGA의 제어 파라미터로 집단의 크기  $N=80$ , 구배와 유사한 재생산(재생산계수  $\eta=2.0$ ), 수정단순교배(교배확률  $P_c=0.95$ ), 동적돌연변이(돌연변이 확률  $P_m=0.1$ )를 사용하였다. 또한, 탐색영역은  $0 \leq K_{e,r}, \tau_{e,r} \leq 10$ 로 설정하였다.

Fig. 8은 RCGA가 Eq. (11)의 파라미터인 시정수와 정상상태 이득을 탐색하는 과정이다.

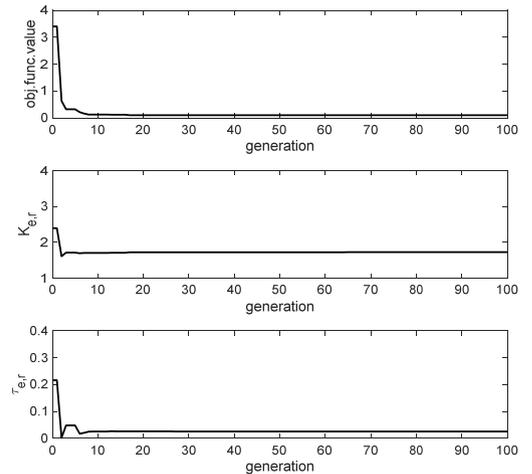


Fig. 8. Parameter searching process for RSBU using a RCGA

RCGA는 초기집단에 영향을 받으므로 독립 씨드(seed)로 3회 모의시험을 시행하며 이들의 평균값인  $K_{e,r}=1.723$ 과  $\tau_{e,r}=0.025$ 를 최종 추정값으로 사용하였다.

### 3.4 파라미터 $K_{bb}$

본 논문에서 고려된 볼은 구각(thin spherical shell)으로 볼의 관성모멘트  $J_b = \frac{2}{3}m_b r_b^2$ 이 되며, 이를 Eq. (12b)에 대입하면  $K_{bb}$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$K_{bb} = \frac{6g r_{arm}}{5L_{plate}} \quad (19)$$

이로부터  $K_{bb}$ 는 볼의 질량( $m_b$ ) 및 반지름( $r_b$ ) 과는 무관함을 알 수 있다.

실험장치의 공칭값[15]인 부하기어의 반지름  $r_{arm}=2.54$ [cm], 테이블의 길이  $L_{table}=27.5$ [cm]이므로 계산된  $K_{bb}=1.09$ 이다.

### 3.5 추정된 파라미터의 유효성 검증

Fig. 9~11은 계단 응답 시험, 주파수 응답 시험 및 RCGA를 이용한 파라미터 추정 결과와 실험 데이터 및 오차를 함께 나타낸 것이다.

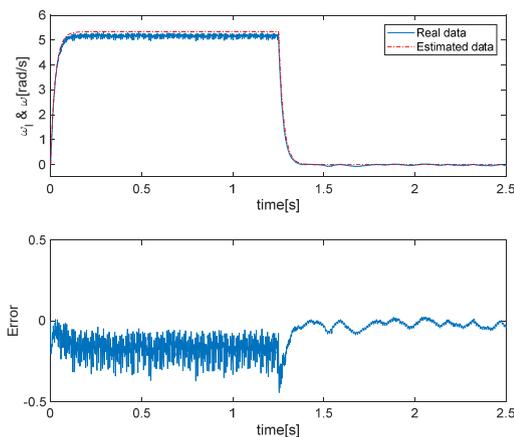


Fig. 9. Estimation result of step response method

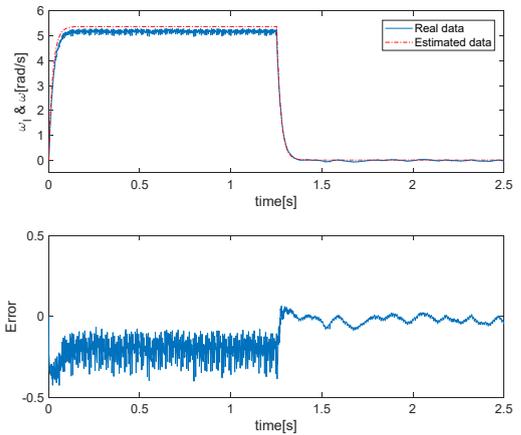


Fig. 10. Estimation result of frequency response method

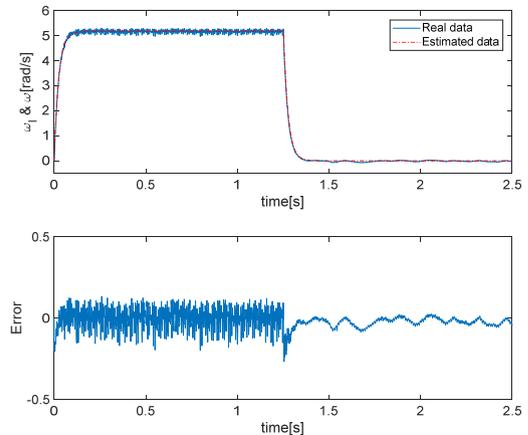


Fig. 11. Estimation result of RCGA method

Fig. 12는 3가지 방법의 추정 결과를 정량적으로 비교하기 위해 절대오차적분(IAE) 변화를 나타낸 것이다. 그림에서 확인할 수 있듯이 RCGA를 이용한 파라미터 추정 방법의 IAE=0.099, 주파수 응답의 IAE=0.299, 계단 응답의 IAE=0.256이다. 따라서 모델링 오차는 본 논문에서 제안한 방법이 가장 작은 것으로 판단할 수 있다.

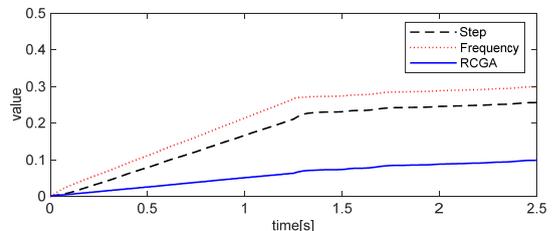


Fig. 12. IAE of estimation methods

지금까지의 과정을 통해 최종적으로 얻어진 볼 밸런서 시스템의 전체 개루프 전달함수 Eq. (13)은 다음과 같이 원점에 극점을 갖는 불안정한 시스템이다.

$$\text{계단응답 시험: } P_{e,s}(s) = \frac{1.940}{s^3(0.026s + 1)} \quad (20a)$$

$$\text{주파수응답 시험: } P_{e,f}(s) = \frac{1.802}{s^3(0.023s + 1)} \quad (20b)$$

$$\text{RCGA 방법: } P_{e,r}(s) = \frac{1.878}{s^3(0.025s + 1)} \quad (20c)$$

#### 4. 결론

본 논문에서는 볼 밸런서 시스템의 제어기 설계를 위한 선행연구로 수학적 모델을 유도하고, 파라미터 추정 기법을 제안하였다. 파라미터 추정은 산업현장에서 폭넓게 사용되는 계단 응답 및 주파수 응답 시험과 본 논문에서 제안하는 RCGA 기반의 모델조정 기법을 사용하였다. 이를 위해 RSBU의 실제 입-출력 데이터를 취득한 후, 이 데이터를 이용하여 위 3가지 방법으로 파라미터를 추정하였다.

파라미터 추정결과를 검증하기 위해 실험 데이터와 파라미터 추정 결과를 오차의 평균, 오차의 표준편차 및 최대오차 관점에서 비교하였다. 그 결과 본 논문에서 제안한 RCGA 기반의 모델조정 기법이 위의 3가지 관점에서 가장 우수한 결과를 나타내었다. 따라서 입-출력 데이터를 확보할 수 있다면 본 논문에서 제안하는 RCGA를 이용한 파라미터 추정 방법도 산업현장에서 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다. 이후에는 본 연구를 바탕으로 불안정한 시스템인 볼 밸런서 시스템의 제어를 설계하고, 실험장치에 적용하여 그 성능을 확인하는 연구를 진행하고자 한다.

#### References

[1] C. W. Seo, J. H. Kim, J. W. Yeon, M. J. Park, O. M. Kwon, "Position control for ball & beam systems by using PID method", *ICROS 2012*, Journal of institute of control robotics and systems, pp.153-154, Apr. 2012.

[2] S. Y. Oh, K. T. Lee, H. L. Choi, "Control of a ball and beam system under intermittent feedback", *ICCAS 2018*, Journal of institute of control robotics and

systems, pp.56-61, Oct. 2018.

[3] S. H. Kim, Y. J. Kim, Y. K. Lee, S. H. Lee, S. D. Kim, "Controller Design for Ball and Beam System with Uncertainty and Time-varying Input Delay", *ICROS 2021*, Journal of institute of control robotics and systems, pp.482-483, Jun. 2021.

[4] S. R. Bdoor, O. Ismail, M. R. Roman, Y. Hendawi, "Design and implementation of a vision-based control for a ball and plate system", *International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing*, IEEE, Apr. 2016.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIEAM.2016.7910965>

[5] D. Yuan, Z. Zhang, "Modeling and control scheme of the ball-plate trajectory-tracking pneumatic system with a touch screen and a rotary cylinder", *The Institution of Engineering and Technology*, Vol.4, No.4, pp.573-589, Apr. 2010.  
DOI: <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2008.0540>

[6] M. H. Bigharaz, F. Safaei, A. Afshar, A. A. Suratar, "Identification and nonlinear control of a ball-plate system using neural networks", *The 3rd International Conference on Control, Instrumentation and automation IEEE*, pp. 260-262, Dec. 2013.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCIAutom.2013.6912845>

[7] A. Suana, B. Bhushan, "Design and comparison of PSO, SA and GA tuned PID controller for ball balancer arrangement", *2021 4th International conference on Electrical, Computer and Communication Technologies (ICECCT) IEEE*, pp. 1-5 Sep. 2021.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/ICECCT52121.2021.9616686>

[8] A. Knuplez, A. Chowdhury, R. Svecko, "Modeling and control design for the ball and plate system", *2003 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, Vol.2, pp 1064-1067, Dec. 2003.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIT.2003.1290810>

[9] N. Nikita, B. Bhushan, "Effect of parameter variation of ball balancer system using PD and fuzzy control", *2022 IEEE Delhi Section Conference (DELCON)*, IEEE, pp. 1-6, Feb. 2022.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/DELCON54057.2022.9753641>

[10] M. Tajjudin, N. Pezol, N. Ishak, "Design of fuzzy PID with second-order model reference for ball and beam system", *2022 IEEE 13th Control and System Graduate Research Colloquium (ICSGRC)*, pp. 137-140, Aug. 2022.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/ICSGRC55096.2022.9845157>

[11] G. G. Jin, *Genetic Algorithms and their applications*, pp. 149-261, KyoWooSa, 2004, pp. 149-261.

[12] J. K. Ahn, Y. H. Lee, M. O. So, G. G. Jin, "RCGA-Based Parameter Estimation and Stabilization Control of an Inverted Pendulum System", *Journal of the Korean Society of Marine Engineering*, Vol.30, No.6, pp 746-752, 2006.

[13] Y. H. Lee, G.G. Jin, M. O. So, "Experimental Data based-Parameter Estimation and Control", *Journal of*

Navigation and Port Research, Vol.32, No.4, pp 379-385, Jun. 2008.

DOI: <https://doi.org/10.5394/KINPR.2008.32.5.379>

[14] Y. H. Lee, M. O. So, "GA-based parameter identification of DC motors", Journal of the Korean Society of Marine Engineering, Vol.38, No.6, pp 716-722, 2014.

DOI: <https://doi.org/10.5916/ikosme.2014.38.6.716>

[15] 2DBB user manual, Quanser Inc, pp.7, 2013.

김 종 필(Jong-Phil Kim)

[정회원]



- 2023년 8월 : 한국해양대학교 대학원 기관공학과 (공학박사)
- 2006년 3월 ~ 2012년 6월 : 한국해양대학교 실습선 근무
- 2012년 7월 ~ 현재 : 한국해양수산연수원 교수

<관심분야>

비선형제어, 최적제어, 선박 전기 및 전력시스템

류 기 탁(Ki-Tak Ryu)

[정회원]



- 2008년 2월 : 한국해양대학교 대학원 기관시스템공학과 (공학석사)
- 2023년 2월 : 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과 (공학박사)
- 2007년 5월 ~ 현재 : 한국해양수산연수원 교수

<관심분야>

비선형제어, 최적제어, 선박 전기 및 전력시스템, AC드라이브

이 찬 하(Chan-Ha Lee)

[정회원]



- 2022년 8월 : 한국해양대학교 대학원 해양군사학과 (공학박사)
- 2022년 11월 : 대한민국 해군대령 전역
- 2022년 12월 ~ 현재 : ㈜베가스 국방전문컨설턴트/데이터분석가

<관심분야>

퍼지 및 선형제어, 시스템식별, 함정 추진 및 전력 제어

이 윤 형(Yun-Hyung Lee)

[정회원]



- 2007년 8월 : 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과 (공학박사)
- 2008년 2월 ~ 2014년 6월 : 한국항만연수원 교수
- 2014년 7월 ~ 현재 : 한국해양수산연수원 교수

<관심분야>

유전알고리즘 이론 및 응용, 퍼지제어, 비선형제어, 시스템식별, 선박 전기 및 제어시스템