

## 대변형을 하는 고무 부품의 동적 거동

조재웅<sup>1\*</sup>

### A Dynamic Behavior of Rubber Component with Large Deformation

Jae-Ung Cho<sup>1\*</sup>

**요약** 고무 성분에 대한 대변형 및 강성은 비선형 및 대변형의 해석 결과로 나타낼 수 있다. 또한 고무는 Mooney-Rivlin의 모델로서 적용되고 고무들 사이에서 자기 접촉이 성립되어지는데 강성체 및 고무 사이에서는 마찰력이 있게 된다. 본 연구에서 사용된 비선형 시뮬레이션 해석은 여러 가지의 고무 성분들의 설계, 분석 그리고 개발에 널리 사용될 수 있다. 이러한 방법을 이용하면 새로운 고무 제품을 개발하는데 있어서 시간과 비용을 절감할 수 있을 것으로 보인다. 고무 성분들의 분석은 특이한 재료의 모델링과 비선형 유한 요소 해석을 요하는데 금속 부품들에 대하여 해석하는 프로그램들과는 완전히 다르다. 본 연구의 목적은 대변형 및 비선형의 고무 부품을 해석하는데 있다.

**Abstract** Large displacement and rigidity about rubber component are expected by nonlinear and large deformation analysis in this study. Rubber is also used by the model of Mooney-Rivlin and the self contact between rubbers is established. There is the friction between rigid body and rubber, wall and floor. The nonlinear simulation analysis used in this study is expected to be widely applied in design, analysis and development of several rubber components which are used in automotive, railroad, and mechanical elements ,etc. By utilizing this method, time and cost can also be saved in developing new rubber product. The analysis of rubber components requires special material modeling and non-linear finite element analysis tools that are quite different from those used for metallic parts. The objective of this study is to analyze the rubber component with large deformation and non-linear properties.

**Key Words** : Large deformation, Nonlinear contact, Hyperelasticity, Mooney-Rivlin model, Surface to surface element, Flexible self contact

### 1. 서론

일반적으로 탄성 재료가 하중을 받고 제거될 때, 선형 범위에서 처음 상태로 되돌아가려는 탄성 특성이 있다. 비록 고무가 비선형 특성을 보여줄지라도, 이 재료는 대변형으로서의 초탄성 특성을 가지고 있다. 고무는 제조 과정에 따라서 특성이 많이 변하는 재료이다. 고무의 특성에 대한 데이터베이스를 모아서 이 데이터의 효율적인 사용을 하는 것이 필요하다. 현재까지는 고무에 대한 연구 기술의 개발은 주로 화학 재료 분야로서 진행되어 왔다[1][2][3]. 현재 금속 성분 및 플라스틱 제품에 대한 구

체적이고 체계적인 CAE 해석은 드문 실정이다. 반면에 고무의 역학 이론에서는 현재까지는 이론적으로 정립이 되어 왔고 비선형 및 대변형의 유한 요소 해석 프로그램이 고무 데이터의 축적을 통하여 개발되어 왔다. 오늘날에는 고도의 설계 기술의 연구가 진행됨에 따라 CAE 기술이 자동차 및 철도 차량에 적용되어지고 있다. 본 연구에서는 실제적인 재료와 같거나 유사한 재료를 모델링한다. 고무의 특성들은 또한 많은 실험들에 의해서 연구되고 있다 그리고 재료 특성들과 그 성분들에 대한 데이터베이스를 얻을 수 있다. 따라서 본 연구 결과들은 실험 데이터가 없는 경우에 있어서도 고무 부품의 설계에 활용될 수 있다. 본 연구의 목적은 초탄성 및 비선형인 고무의 특성을 이해함으로써 부품의 성능 및 신뢰성을 개발하고 고무 기계 부품을 유한요소법으로 설계하는 기술

<sup>1</sup>공주대학교 기계-자동차공학부

\*교신저자: 조재웅(jucho@kongju.ac.kr)

을 습득하는데 있다.

## 2. 초탄성을 가진 재료

초탄성을 가진 재료는 대변형 및 수백 %의 변형율을 낼 수 있다[4][5]. 그리고 이 재료는 순수한 탄성 특성 때문에 에너지 보존이 될 수 있고 그러한 거동은 하중을 받는 경로에는 무관하다.

초탄성의 모델은 일반적으로 고무나 폴리마를 모델링하는 데에 사용되어진다. Mooney-Rivlin 모델은 비압축성의 재료에 적합하고 Blatz-Ko 모델은 Form 재료[6] 같은 압축성 재료에 적합하다. 고무는 거의 압축성이 없는 특성을 가지고 있으며 비압축성의 재료는 체적의 변화는 없다. 고무의 포아송비는 대략 0.48부터 0.5까지이다.

고무의 전형적인 하중-변위의 곡선은 그림 1에 나타나 있다[7][8].

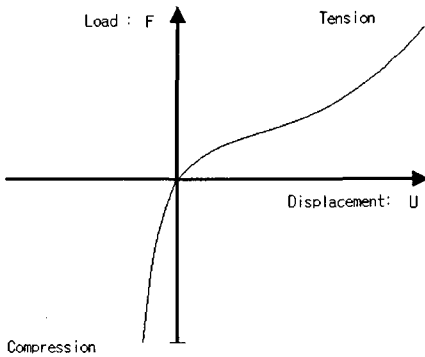


그림 1. 고무의 전형적인 하중-변위 곡선

그림 1에서도 볼 수 있는 바와 같이 연화 반응은 인장에서 나타나고 경화 반응이 다시 나타난다. 그리고 고무의 하중-변위 곡선에 있어서는 압축에 있어 극적인 경화 반응이 나타난다. Mooney-Rivlin 모델로서 이러한 재료의 거동을 표현할 수 있는 파라미터들을 줄 수 있다[6]. 변형률 에너지의 밀도 함수는 양의 값을 가져야 한다. 즉 장력 에너지는 재료가 변형됨에 따라 증가되어야 한다. 일축 변형의 극한 응력들은 양이나 음의 값을 가져야 한다. 응력은 변형에 대하여 연속 함수이어야 한다. 초탄성 문제는 대변형률에서 일어나고 기하학적으로 비선형성이 활성화되어진다. 초탄성 문제는 고난도의 비선형성으로 다루어진다. 고무는 쉽게 늘어 날 수 있고 원래의 길이로 복원되는 특성을 가지고 있다. 이 고무 재료는 또한 500

에서 900%까지의 대변형이 되며 인장 복원의 거동을 보인다.

변위 및 응력 사이에서의 Hook의 기본 법칙이 성립되는데 (1)식과 같이 응력( $\sigma$ )은 변형률( $\epsilon$ )에 비례한다.

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (1)$$

낮은 탄성계수의 경우에는, 이 재료는 유연하여 쉽게 인장되어진다. 고무는 거의 1.96 MPa의 탄성계수를 가지고 있고 몇 퍼센트 정도에서의 변형율을 갖는 고체에 비하여, 고무는 면적의 수축에 의하여 일어나는 대변형을 한다. 탄성 재료는 하중을 받은 다음 그 하중이 풀어질 때, 이 재료는 선형 범위내에서 초기 상태로 돌아가는 탄성 거동을 보인다. 고무는 하중과 변위 사이에서 비선형적인 대변형을 일으킬지라도 탄성 거동을 보이는 초탄성 특성을 가지고 있다.

## 3. 변형률 에너지 밀도 함수

탄성체의 거동은 탄성 이론에 따라 변형률 에너지 함수에 의해 나타낼 수 있다[4][5][7]. 주어진 변형률에 대한 초탄성 재료에서의 응력은 다음 (2)식과 같이 각각의 변형률의 성분에 대한 변형률 에너지 밀도 함수의 미분량으로부터 구해질 수 있다.

$$[S] = \frac{\partial W}{\partial [E]} \quad (2)$$

[E]는 Green-Lagrange 변형률이다, 그리고 [S]는 2차의 Piola Kirchhoff 응력이다. W는 초기의 단위 체적당 에너지이다. 초탄성 재료는 모든 축들에 있어서 균일한 재료 특성을 가진 등가 방향성을 가지고 있다. 그러므로 변형률 에너지의 밀도 함수는  $I_1, I_2, I_3$ 의 불변량으로 나타낸다. 변형률의 정도를 보이는 데 있어서, 변형률 불변량들은 모든 축 방향에 관계없이 사용된다. 변형률 에너지의 밀도 함수들은 Mooney-Rivlin과 Blatz-Ko 모델에서 변형률의 불변량들로 나타낸다. 대부분의 초탄성 재료들은 거의 비압축성의 특성들을 가지고 있다. 그리고 비압축성 조건들은 이 재료에 대한 해석의 절차에서 고려된다. Mooney-Rivlin 모델은 고무 또는 고무와 유사한 비압축성 모델에 사용될 수 있다.

변형률 에너지의 밀도 함수는 다음 (3)과 (4) 식과 같이 여러 가지 항들의 공식들로 표현된다.

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (3)$$

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (4)$$

여기서,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  는 주연신률이며, 재료가 등방성인 경우  $I_1, I_2, I_3$  는 다음 (5)식으로 정의되는 주연신률에 대한 불변량이다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (5)$$

변형을 에너지의 밀도 함수는 다음과 같은 함수 (6)에 의해서 나타낸다.

$$W = W(I_1, I_2) = \sum_{i,j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (6)$$

Mooney-Rivlin의 모델에서의  $C_{ij}$  는 실험에 의하여 얻을 수 있는 재료 상수들이다. 2, 5개 또는 9개의 재료 상수들은 재료의 거동을 나타낸다. 이 Mooney-Rivlin 상수들을 해석될 재료에 대해서 알면 이 상수들을 본 프로그램에 입력하여 해석 할 수 있다.

#### 4. 해석 결과

본 해석에서의 응력 값들은 각 요소의 진응력값들을 출력한다. 본 연구는 ANSYS program에 의해서 계산된 최대 등가 응력과 변형율로서 해석된다[9][10]. 그림 2는 강체, 고무, 벽 그리고 바닥의 형상들이고 그림 3은 고무 형상에 대한 메시이다. 그리고 요소들과 절점들의 수들은 각각 700 및 540개이다.

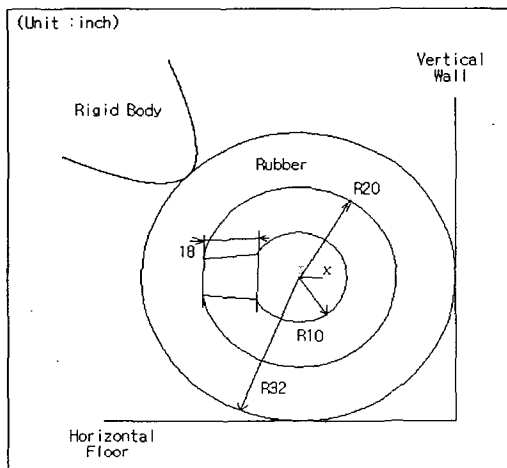


그림 2. 강체, 고무, 벽 및 마루의 외형과 치수

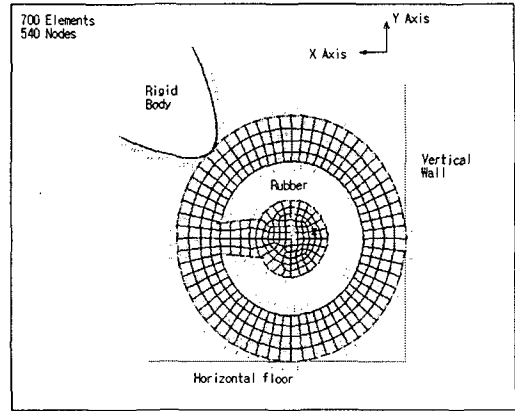


그림 3. 고무 외형의 메시

고무는 2D hyperelastic 요소인 HYPER56의 요소를 가지고 있다[9]. 강체가 고무에 작용되는 시간은 1초이다. 그림 3에서 볼 수 있는 바와 같이, 강체는 음의 X 축 방향 및 음의 Y 축 방향으로 고무에 작용한다. 이 강체는 1 초 동안 33인치의 변위까지 음의 X 축 방향으로 작용하고 1초 동안 838.2 mm 아래까지 음의 Y 축 방향으로 또한 작용한다. 고무는 바닥면에 대해서 X 축 방향으로 미끄러지고 수직 벽에서 Y 축 방향으로 미끄러진다. 이 접촉으로 사용된 요소는 표면 대 표면 접촉 요소이다. 미는 물체는 강체이고 마찰 계수는 강체, 고무 및 바닥면 사이에서 0.25이다. 또한 안쪽 및 바깥쪽 고무 사이에는 자기 접촉이 되어진다. 고무요소는 선형 등방성 재료의 특성을 가지고 있다. 수직 벽과 수평 바닥은 강체이나 고무는 유연성이 있다. 강체와 고무 사이, 수직 벽과 고무사이 및 수평 바닥과 고무 사이에서는 유연한 고무 요소에 대한 강체 요소의 접촉을 하고 있다. 또한 안쪽 및 바깥쪽 고무는 유연하며 서로 상호적으로 작용한다. 그러나 그들은 유연한 자기 접촉으로서 서로의 표면들에 침투하지 않는다. 고무의 포아송비는 0.49이고 Mooney-Rivlin의 상수들 ( $C_{ij}$ )은 0.418 및 0.006이다[8]. 그림 4부터 그림 11에서도 볼 수 있는 바와 같이 0.2, 0.4, 0.6, 1.0 초의 경과시간 동안에서의 최대 등가 응력 및 변형율의 등고선들을 각각 나타낸다.

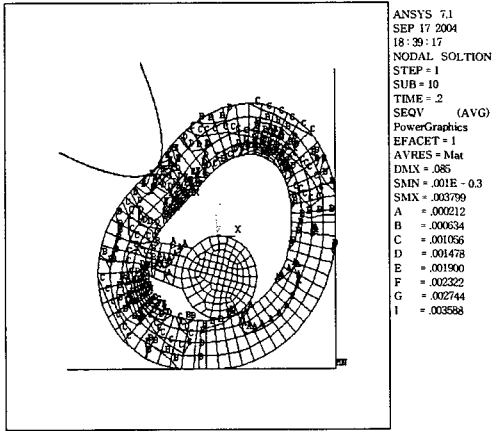


그림 4. 0.2초 경과된 시간에서의 최대 등가 응력의 등고선(단위: MPa)

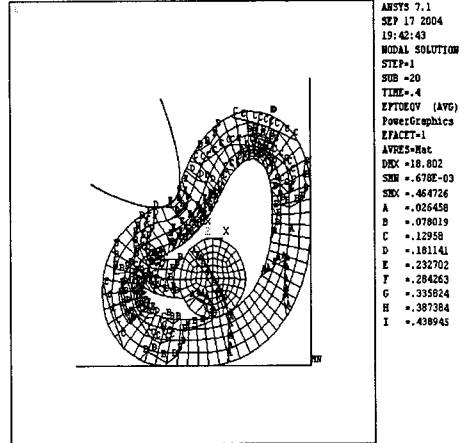


그림 7. 0.4초 경과된 시간에서의 최대 등가 변형율의 등고선

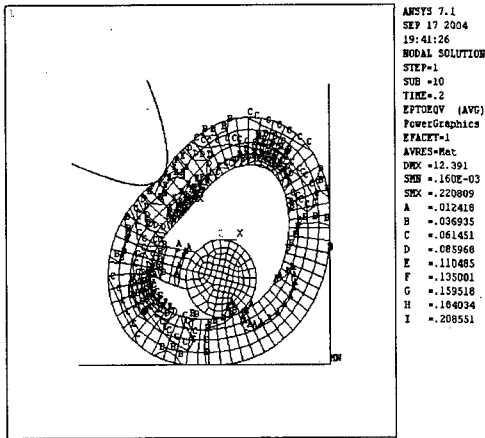


그림 5. 0.2초 경과된 시간에서의 최대 등가 변형율의 등고선

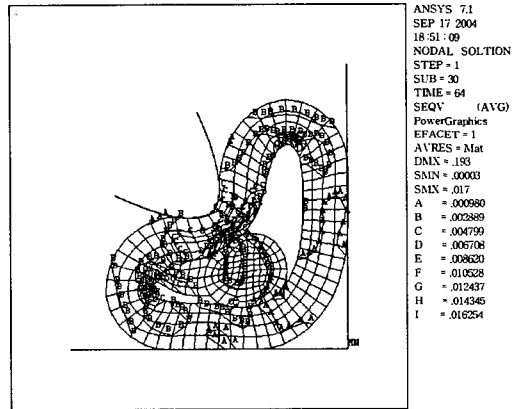


그림 8. 0.6초 경과된 시간에서의 최대 등가 응력의 등고선(단위: MPa)

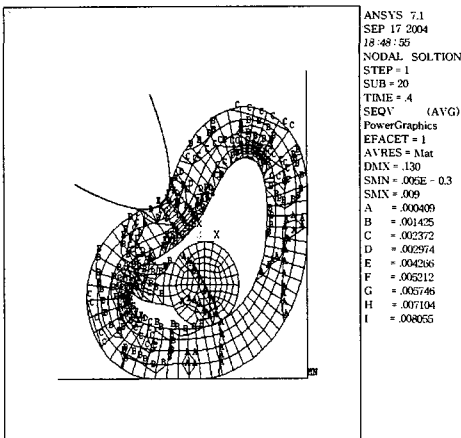


그림 6. 0.4초 경과된 시간에서의 최대 등가 응력의 등고선(단위: MPa)

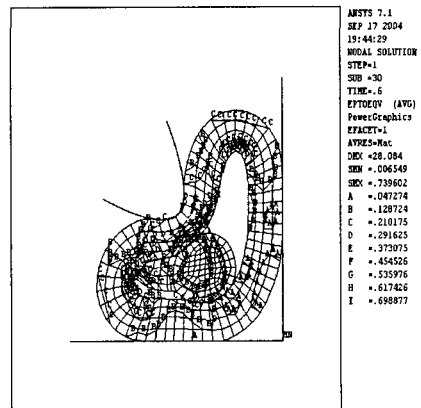


그림 9. 0.6초 경과된 시간에서의 최대 등가 변형율의 등고선

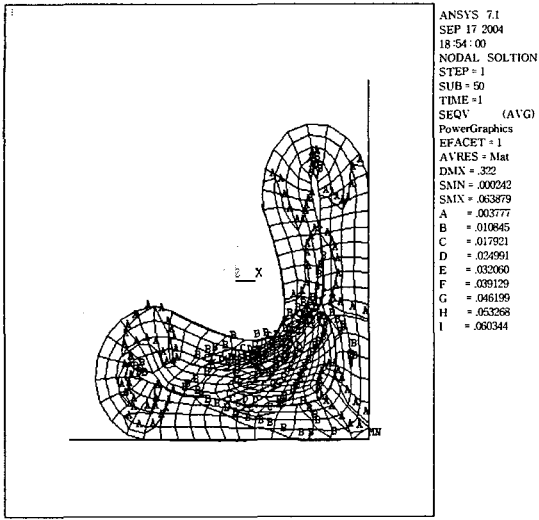


그림 10. 1초 경과된 시간에서의 최대 등가 응력의 등고선 (단위: MPa)

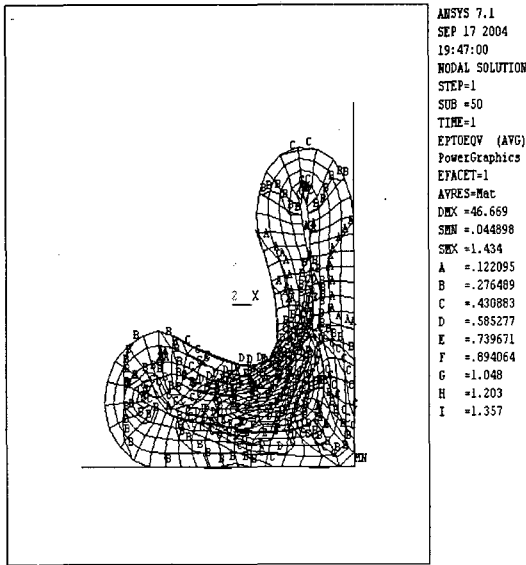


그림 11. 1초 경과된 시간에서의 최대 등가 변형율의 등고선

그림 4부터 7에서 볼 수 있는 바와 같이 강체는 고무와의 접촉이 시작되어 0.4초가 경과될 때까지 응력과 변형율은 고무 안쪽의 왼쪽과 강체에 의하여 주름 잡힌 고무의 중심 부분에서 점점 더 증가된다. 이 부분에서의 최대 등가 응력 및 변형율은 각각 0.0806 MPa과 0.439가 됨을 알 수 있다.

0.6초 경과됐을 때, 고무의 안쪽 중심 부분은 그림 8과 9에 보여진 바와 같이 고무 자체끼리 접촉된다.

최대 등가 응력 및 변형율은 이 부분에서 또한 나타난다. 이 부분에서의 응력 및 변형율은 각각 0.0162 MPa과 0.699이다. 1초 경과된 시간에서는 그림 10과 11에서 보여진 바와 같이 강체가 계속 누른 후 마지막에는 평평하게 되어짐을 보이고 있다. 최대 등가 응력 및 변형율은 이 부분에서 또한 나타난다.

이 부분에서의 응력 및 변형율은 각각 0.0603 MPa과 1.357이다. 그러나 그림 10과 11에서는 그림 6과 7과는 반대로 강체에 의해 접혀진 고무의 안쪽의 왼쪽 부분은 이완되어지고 최대 등가 응력 및 변형율은 감소된다. 이 부분에서의 응력 및 변형율은 각각 0.0108 MPa과 0.276이다.

## 5. 결론

본 연구의 결과는 최대 등가 응력 및 변형율의 등고선들로 나타 낼 수 있다. 본 연구는 대 변형 및 비선형 특성들을 가진 고무 성분을 해석하였는데, 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 고무 성분에 대한 대변형 및 강성은 본 연구에서의 비선형 및 대변형의 해석 결과로 나타내진다.
- (2) 고무는 Mooney-Rivlin의 모델로서 적용되고 안쪽 고무와 바깥쪽 고무사이의 자기 접촉이 성립된다. 또한 강성체, 고무 및 마루사이에서의 마찰력이 또한 있게 된다.
- (3) 강체는 고무와의 접촉이 시작되어 0.6초 경과됐을 때, 고무 자체끼리 접촉된다. 이 부분에서 최대 등가 응력 및 변형율은 각각 0.0162 MPa과 0.699로 나타난다.
- (4) 1초 경과된 시간에서는 고무는 평평하게 되고 접혀진 고무 안쪽의 왼쪽 부분은 이완되어져 최대 등가 응력 및 변형율은 감소된다.

## 참고문헌

- [1] Korean Rubber Industry, Proceedings of IRC'99 Seoul, p.21, 1999.
- [2] Treloar, L., "The Physics of Rubber Elasticity," 3rd ed., Clarendon Press, 1975.
- [3] Alan, N. Gent., "Engineering with Rubber," Hanser Publishers, 1992.
- [4] Pero, Raos. Yong. and Yi, Ziu., "Large Strains Analysis of Rubber-Like Materials FEM," Polimeri 14(6), pp. 290-296, 1993.

- [5] Gadala, M. S., "Alternative Method for the Solution of Hyperelastic problems with Incompressibility," *Computer and Structure*, Vol.42, pp.1-10, 1992.
- [6] Frederick, R. Eirich, "Science and Technology of Rubber," Academic Press, 1978.
- [7] Smith, L. P., "The Language of Rubber-Introduction to the specification and testing of elastomers," Butterworth-Heinemann, 1993.
- [8] Smith, E. H., "Mechanical Engineer's Reference Book," 12th ed., Butterworth-Heinemann, p.146, 1994.
- [9] John, Swanson, "Nonlinear Analysis," Ansys, Inc., 2003.
- [10] 이종선, 조동현, "폐목재 파쇄기에 대한 설계 및 구조해석," 한국산화기술학회논문지, Vol. 6, No. 2, pp. 210-214, 2005.

조 재 응(Jae-Ung Cho)

[정회원]



- 1980년 2월 : 인하대학교 기계공학과(공학사)
- 1982년 2월 : 인하대학교 기계공학과(공학석사)
- 1986년 8월 : 인하대학교 기계공학과(공학박사)
- 1988년 3월 ~ 현재 : 공주대학교 기계·자동차공학부 교수

<관심분야>

기계 및 자동차 부품 설계 및 내구성 평가, 피로 또는 충돌시 동적 해석