

## 진동타입기의 서스펜션이 진동시스템에 미치는 영향에 대한 연구

이승현<sup>1</sup>, 김병일<sup>2\*</sup>

### A Study on the Effect of Suspension of Vibro Pile Driver on Pile Driving System

Seung-Hyun Lee<sup>1</sup> and Byoung-Il Kim<sup>2\*</sup>

**요 약** 진동타입기에 의한 진동시스템에 대하여 서스펜션이 없는 경우와 서스펜션이 있는 경우에 대한 해석해를 나타내고 서스펜션이 진동시스템에 미치는 영향을 살펴보았다. 해석결과에 따르면 서스펜션이 있는 진동타입기의 진폭은 서스펜션이 없는 경우에 비해 서스펜션의 질량이 증가할수록 지반의 댐핑값이 감소할수록 증가하였다. 서스펜션이 있는 진동타입기에 대해 해석을 통해 유도된 일률을 설계기준에 의한 일률과 비교해본 결과 일률은 지반의 댐핑값에 따라 최대값까지 증가했다가 감소함을 알 수 있었고 최대 일률값은 서스펜션의 질량이 커짐에 따라 증가함을 알 수 있었는데 일률은 설계기준에 의한 일률보다는 항상 작게 나타났다.

**핵심용어** : 해석해, 진폭, 서스펜션의 질량, 지반 댐핑, 일률

**Abstract** Analytic solutions for pile driving system with and without suspension were presented and influences of suspension on the driving system were discussed. According to the results of analysis, magnitude of amplitude of vibratory pile driver with suspension increases as the mass of the suspension increases and soil dampening decreases. As a results of comparing power of vibratory pile driver with suspension with that of design criterion, power versus soil dampening reaches a peak value and then declines. The maximum power increases with mass ratio and the power is always below that of the Vulcan design criterion.

**Key Words** : analytic solution, amplitude, mass of the suspension, soil dampening, power

## 1. 서론

진동타입기(또는 진동해머)는 크게 진동을 발생시키는 기진기(exciter)와 기진기 상부의 서스펜션(suspension) 그리고 기진기 하부의 클램프(clamp)로 구성되어 있으며 지반종류에 영향을 받기는 하지만 대체로 빠른 속도로 관입이 가능하고 소음이 작으며 말뚝에 손상을 거의 미치지 않는 장점이 있다. 진동타입기에 대한 말뚝의 관입을 물리적으로 묘사하기 위해서는 기진기와 서스펜션의 변위를 각각 독립적으로 고려하는 2자유도 문제로 취급해야 하지만 서스펜션의 진동수가 기진기의 진동수에 비해 현저히 작은 점을 고려하여 설계시에는 2자유도 문제를 단자유도 문제로 단순화 하여 접근하고 있다. 그러나 실

제로는 서스펜션도 진동을 하므로 진동타입기 및 말뚝 그리고 지반으로 구성되는 진동시스템에 대한 보다 정확한 해석을 위해서는 서스펜션의 영향을 고려한 2자유도 문제를 고려해야 한다. 본 연구에서는 서스펜션의 영향을 고려한 진동시스템에 대한 해를 나타내고 진동타입기의 진폭과 일률에 미치는 서스펜션의 영향을 평가하였다.

## 2. 서스펜션이 없는 해머의 진동특성

### 2.1 기본 진동역학

서스펜션이 없는 진동타입 모델은 그림 1과 같이 나타낼 수 있다[1].

<sup>1</sup>선문대학교 토목공학과

<sup>2</sup>명지대학교 토목환경공학과

\*교신저자: 김병일(bikim@mju.ac.kr)

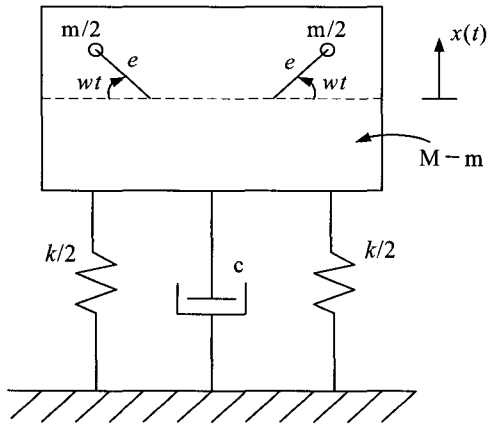


그림 1. 서스펜션이 없는 경우의 진동모델

그림 1에서  $m$ 은 기진기의 진동을 발생시키는 편심질량체의 질량을 나타내고  $e$ 는 회전중심으로부터 편심질량체까지의 거리를 의미한다. 또한  $M$ 은 기진기+말뚝의 질량을 의미하고 스프링 및 대쉬풋(dashpot)은 이상화시킨 지반을 나타낸다. 그림 1과 관련하여 Warrington[2]은 해머의 설계와 첨두일률(peak power) 산정시에는 지반 스프링을 제거하더라도 무리가 없음을 밝힌 바 있다. 따라서 진동모델에 대한 운동방정식은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Mx''(t) + cx'(t) = K\omega^2 \sin(\omega t) \quad (1)$$

식 (1)에서  $K$ 는 편심모멘트로서  $K = me$ 로 표현된다. 식 (1)에 대하여 다음의 식 (2)와 같이 정의되는 지반 댐핑비(dampening ratio),  $\tau$ 를 도입하면 식 (1)은 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\tau = \frac{c}{\omega M} \quad (2)$$

$$Mx''(t) + \tau Mx'(t) = K\omega^2 \sin(\omega t) \quad (3)$$

식 (3)에 대한 정상상태(steady state)해를 구하면 식 (4)를 얻는다.

$$x(t) = \frac{-K}{M(1+\tau^2)} (\tau \cos(\omega t) + \sin(\omega t)) \quad (4)$$

식 (4)로부터 질량체  $M$ 의 속도 및 가속도를 계산할 수 있으며 첨두가속도를 중력가속도로 나눈 값을 첨두 가속

도비(peak acceleration ratio)로 정의하며 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$n = \frac{K\omega^2}{Mg\sqrt{1+\tau^2}} \quad (5)$$

이상의 식들을 이용하여 해머의 작동에 필요한 일률과 토크를 계산할 수 있는데 다음에 나타내는 두 가지 방법이 적용될 수 있다.

### 2.1.1 순간 토크 방법 (Instantaneous torque approach)

그림 1로부터 순간 토크는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있으며 식 (4)를 참조하면 식 (6)은 식 (7)과 같이 표현된다.

$$T_{inst} = K \cos(\omega t) x''(t) \quad (6)$$

$$T_{inst} = \frac{K^2 \omega^2}{2M(1+\tau^2)} (\sin(2\omega t) + (1 + \cos(2\omega t))\tau) \quad (7)$$

### 2.1.2 연속 일률 방법 (Continuous power approach)

그림 1을 참조하여 진동해머의 한 사이클당 소모되는 에너지는 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta E_{cyc} = \int_0^{2\pi/\omega} K\omega^2 \sin(\omega t) x'(t) dt \quad (8)$$

식 (8)에서 진동수를 고려하여 일률을 나타내면 식 (9)와 같다.

$$N = \frac{\tau K^2 \omega^3}{2M(1+\tau^2)} \quad (9)$$

식 (9)에서 해머의 작동 중에 발생하는 에너지 손실을 고려하는 일률계수(power factor),  $\alpha$ 를 도입하여 일률을 나타내면 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다. 한편, 표 1에는 다양한 설계기준에 의한  $\alpha$ 값과  $\tau$ 값이 나타나 있다.

$$N = \alpha \frac{K^2 \omega^3}{M} \quad (10)$$

표 1. 설계기준에 따른  $\alpha$  값 및  $\tau$  값

Design Criteria	Value for $\alpha$	Value of $\tau$	Comments
Warrington	0.25	1	continuous power approach
Erofeev et. al.[3]	0.318	1	"
Vulcan criterion	0.459	0	"
Free Hanging Case	0.5	0	instantaneous torque approach
Warrington[4]	0.459	0.577	"
Maximum instantaneous torque	0.65	0.577	"

### 3. 진동타입기의 진동특성

일반적으로 대다수의 진동타입기에는 말뚝의 관입능력을 향상시키기 위해 기진기 상부에 서스펜션이 장착되어 있는데 이 경우의 진동시스템은 그림 2와 같이 나타낼 수 있다.

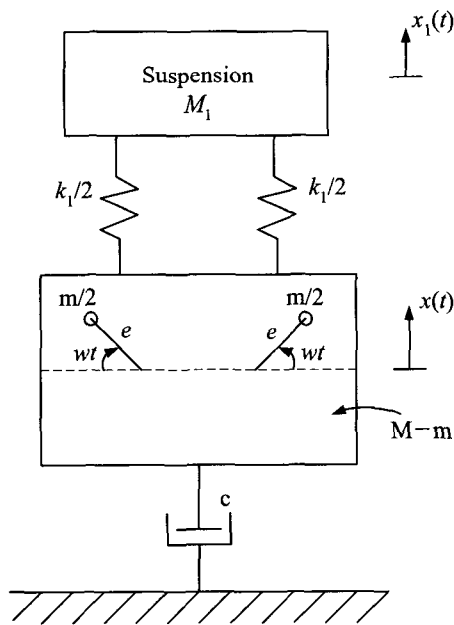


그림 2. 진동 시스템

그림 2에 나타낸 진동 시스템에 대하여 기진기와 서스펜션 각각에 대한 운동방정식은 식 (11) 및 식 (12)와 같다.

$$M\ddot{x}_1(t) = -c\dot{x}'(t) - (x(t) - x_1(t))k_1 + K\omega^2 \sin(\omega t) \quad (11)$$

$$M_1 x_1''(t) = (x(t) - x_1(t))k_1 \quad (12)$$

그림 2를 참조하여 기진기의 진동수에 대한 스프링 시스템의 고유진동수의 비를 나타내는 진동수비(frequency ratio),  $\omega_1$ 은 식 (13)과 같고 기진기의 질량에 대한 서스펜션의 질량의 비를 나타내는 질량비(mass ratio),  $m'$ 는 식 (14)와 같다.

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{\frac{k_1}{M_1}}}{\omega} \quad (13)$$

$$m' = \frac{M_1}{M} \quad (14)$$

식 (11)과 식 (12)에 나타낸 운동방정식에 대한 해는 라플라스 변환(Laplace transform)과 유수이론(residue theory) 및 복소해석을 통해 구할 수 있다[5]. 기진기의 초기속도와 변위를 0으로 하여 식 (11)에 대한 라플라스 변환을 취하면 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x(t)) &= X(s) \\ &= \frac{K\omega^3 (s^2 + (\omega\omega_1)^2)}{Ms(s^2 + \omega^2)(s^3 + \pi\omega s^2 + (\omega\omega_1)^2(1+m')s + \pi\omega_1^2\omega^3)} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)의 분모를 0으로 하는 특이값(singularity or pole)은 삼차방정식의 해가 되는데 그 값들은 다음과 같다.

$$s_1 = 0 \quad (16)$$

$$s_{2,3} = \pm i\omega \quad (17)$$

$$s_4 = \sqrt[3]{\alpha_1} - \alpha_2 - \frac{\pi\omega}{3} \quad (18)$$

$$s_{5,6} = -\frac{\sqrt[3]{\alpha_1}}{2} + \frac{\alpha_2}{2} - \frac{\pi\omega}{3} \pm \frac{i}{2} \sqrt{3}(\sqrt[3]{\alpha_1} + \alpha_2) \quad (19)$$

식 (18)과 식 (19)에서의  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 는 실수인 상수값이다. 식 (15)의 유수(residue)는 식 (15)의 분모를 미분하여 구할 수 있는데 식 (20)과 같다.

$$Res(X(s)) = \frac{K\omega^2}{M} \frac{\omega s^2 + \omega^3 \omega_1^2}{6s^5 + 5\pi\omega s^4 + 4\omega^2(1 + \omega_1^2(1+m'))s^3 + 3\pi\omega^3(1 + \omega_1^2)s^2 + 2\omega^4\omega_1^2(1+m')s + \pi\omega^5\omega_1^2} \quad (20)$$

따라서 식 (11)의 해는 다음의 식 (21)과 같다.

$$x(t) = \sum_{n=1}^6 Res(X(s_n))e^{s_n t} \quad (21)$$

식 (16)~식 (19)에 나타낸 특이값 중에서 정상상태에 부합되는 주기성을 보이는 값은 식 (17)에 의한 값으로서 식 (17)의 특이값을 식 (21)에 대입하면 식 (22)와 같다.

$$x(t) = \frac{K}{M} \frac{\tau \cos(\omega t)(1 - 2\omega_1^2 + \omega_1^4) + \sin(\omega t)(1 - 2\omega_1^2 + \omega_1^4) + \omega_1^2 m'(\omega_1^2 - 1)}{(1 - 2\omega_1^2 + \omega_1^4)(\tau^2 + 1) + 2\omega_1^2 m'(\omega_1^2 - 1) + \omega_1^4 m'^2} \quad (22)$$

식 (22)를 간단히 표현하기 위해 다음의 값들을 정의한다.

$$\alpha_3 = 1 - 2\omega_1^2 + \omega_1^4 \quad (23)$$

$$\alpha_4 = \omega_1^2 - 1 \quad (24)$$

$$\alpha_5 = \alpha_3(\tau^2 + 1) + 2\omega_1^2 m' \alpha_4 + \omega_1^4 m'^2 \quad (25)$$

식 (23)~식 (25)를 이용하면 식 (22)는 식 (26)로 표현될 수 있다.

$$x(t) = \frac{K}{M} \frac{\alpha_3 \tau \cos(\omega t) + \sin(\omega t)(\alpha_3 + \omega_1^2 m' \alpha_4)}{\alpha_5} \quad (26)$$

식 (26)을 식 (11)에 대입하면 서스펜션의 변위를 구할 수 있으며 다음의 식 (27)과 같다.

$$x_1(t) = \frac{K\omega_1^2}{M} \frac{\tau \alpha_4 \cos(\omega t) - (\alpha_4 + \omega_1^2 m') \sin(\omega t)}{\alpha_5} \quad (27)$$

#### 4. 서스펜션이 진동시스템에 미치는 영향

서스펜션이 진동시스템의 진폭 및 일률소모에 미치는 영향을 살펴보기 위해 진동해머를 구성하는 기진기의 최대 진폭( $x_{max}$ )에 대한 서스펜션의 최대 진폭( $x_{1max}$ )의 비로 정의되는 전달성(transmissibility),  $\bar{x}$ 를 식 (28)과 같이 정의한다.

$$\bar{x} = \frac{x_{1max}}{x_{max}} \quad (28)$$

기진기의 최대 진폭 및 서스펜션의 최대 진폭은 식 (26)과 식 (27)로부터 각각 식 (29) 및 식 (30)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{max} = \frac{K\alpha_4}{M\sqrt{\alpha_5}} \quad (29)$$

$$x_{1max} = \frac{K\omega_1^2}{M\sqrt{\alpha_5}} \quad (30)$$

따라서 식 (28)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{x} = \frac{\omega_1^2}{\alpha_4} = \frac{\omega_1^2}{1 - \omega_1^2} \quad (31)$$

Vulcan 해머 설계시에는 과거의 설계경험을 참조하여 설계시의 전달성값을 0.06으로 하고 있으며 식 (31)로부터 이때의 진동수비( $\omega_1$ )값은  $\sqrt{3/53}$ 으로서 이는 서스펜션의 고유진동수(natural frequency)를 기진기의 진동수의 23.8% 이내로 제한함을 의미한다. 한편 서스펜션이 없는 경우 기진기의 최대 진폭은 식 (4)로부터 식 (32)와 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{max} = \frac{K}{M\sqrt{1 + \tau^2}} \text{ (no suspension)} \quad (32)$$

식 (29)와 식 (32)로부터 서스펜션이 없는 경우의 기진기의 최대 진폭에 대한 서스펜션이 있는 경우의 기진기의 최대 진폭의 비,  $r_a$ 는 식 (33)과 같다.

$$r_a = -\alpha_4 \sqrt{\frac{\tau^2 + 1}{\alpha_5}} \quad (33)$$

식 (33)의 진폭 비는 세 개의 무차원량인 진동수비( $\omega_1$ ), 질량비( $m'$ ) 그리고 댐핑비( $\tau$ )의 함수임을 알 수 있는데 전달성값을 0.06으로 보면 질량비( $m'$ ) 그리고 댐핑비( $\tau$ )의 함수가 되며 이때의  $r_a$ 값을 상용 프로그램인 SURFER 프로그램을 사용하여 나타내면 그림 3과 같다.

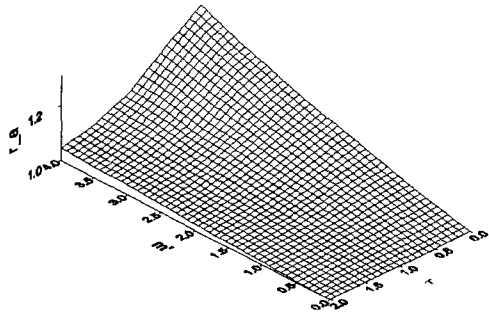


그림 3.  $\tau$ 와  $m'$ 에 따른  $r_p$ 값의 변화(전달성=6%)

그림 3을 통해 알 수 있듯이 서스펜션이 있는 경우 서스펜션의 질량이 증가할수록 진폭이 증가함을 알 수 있으며, 지반의 댐핑값이 감소할수록 진폭이 증가함을 알 수 있다. 이는 관입이 비교적 쉬운 지반에 대하여 서스펜션의 질량이 큰 경우 진폭이 증가함을 의미한다. 지반의 댐핑값이 0이고 질량비가 각각 1, 2인 경우 진폭비는 각각 1.06과 1.13이다. 또한 지반의 댐핑값이 1이고 질량비가 각각 1, 2인 경우 진폭비는 1.03과 1.06으로 계산된다.

서스펜션이 있는 경우의 일률은 식 (26)을 식 (8)에 대입하여 구할 수 있으며 다음의 식 (34)와 같이 표현된다.

$$N = \frac{K^2 \omega^3 \pi \alpha_3}{2M \alpha_5} \quad (34)$$

식 (34)를 식 (9)로 나누어 일률비(ratio of power),  $r_p$ 를 식 (35)와 같이 구할 수 있다.

$$r_p = \frac{\alpha_3 (1 + \tau^2)}{\alpha_5} \quad (35)$$

전달성값을 6%로 보았을 때  $\tau$ 와  $m'$ 값의 변화에 따른  $r_p$ 를 나타내면 그림 4와 같다.

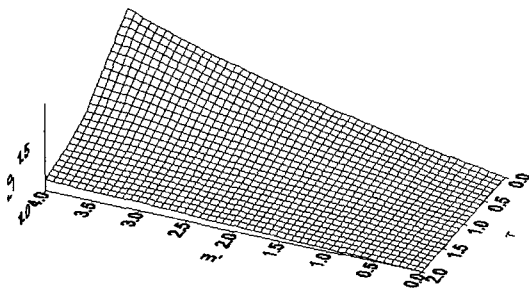


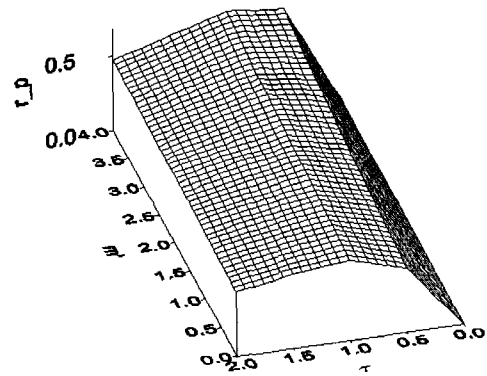
그림 4.  $\tau$ 와  $m'$ 에 따른  $r_p$ 값의 변화(전달성=6%)

그림 4에 나타나 있는 바와 같이  $r_p$ 의 변화양상은 그림 3에서의  $r_a$ 의 변화양상과 상당히 유사함을 알 수 있다. 즉, 서스펜션의 질량이 증가할수록 일률비(전달성)가 증가함을 알 수 있는데 특히, 지반 댐핑값이 작을수록 그 값이 커짐을 알 수 있다.

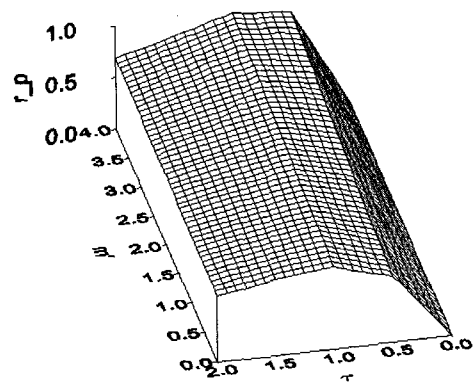
실제 진동타입기의 설계시에는 식 (10)에 나타난 바와 같이 고정된 값을 갖는 최대 가용 일률을 사용하므로 이 값을 이용하여 일률비의 변화양상을 살펴보는 것이 좀 더 의미가 있다 할 수 있다. 따라서 식 (34)를 식 (10)으로 나누어 일률비를 구하면 식 (36)과 같다.

$$r_p = \frac{\pi \alpha_3}{2 \alpha \alpha_5} \quad (36)$$

표 1에 나타난 일률계수,  $\alpha$ 값중에서 Vulcan 설계기준 및 Erofeev 설계기준을 적용하여 식 (36)을 적용하여 구한  $r_p$ 의 변화양상을 나타내면 그림 5와 같다.



(a) Vulcan criterion( $\alpha=0.459$ )



(b) Erofeev criterion( $\alpha=0.318$ )

그림 5. 설계 일률에 대한 일률비(전달성=6%)

그림 5에 나타난 두 가지 설계기준에 대한 일률비의 변화양상은 유사한 양상을 보임을 알 수 있는데 그림 5로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다. 즉, 지반의 댐핑비에 따른 일률값은 최대값에 도달했다가 감소됨을 알 수 있으며 최대값에 대응하는 지반의 댐핑비의 값은 질량비가 증가할수록 감소됨을 알 수 있는데 질량비가 1에서 2로 증가함에 따라 최대 일률비에 대응하는 지반의 댐핑값은 0.94에서 0.88로 감소한다. 또한, 최대 일률값은 질량비가 커짐에 따라 증가함을 알 수 있으며 진동타입기의 일률은 Vulcan 설계기준에 의한 일률보다 작음을 알 수 있는데 지반의 댐핑값이 1이고 질량비가 1, 2인 경우 일률비는 각각 0.578과 0.712로 계산된다.

## 5. 결론

서스펜션을 고려한 진동타입기의 진동시스템에 대한 해석해를 나타내었고 해석해로부터 서스펜션이 진동시스템의 진폭 및 일률에 미치는 영향을 살펴보았는데 이로부터 유도된 결론은 다음과 같다.

- 1) 서스펜션이 있는 진동타입기의 경우 서스펜션의 질량이 증가할수록 그리고 지반의 댐핑값이 감소할수록 서스펜션이 없는 경우에 비해 진폭이 증가함을 알 수 있었는데 지반의 댐핑값이 0이고 질량비가 각각 1, 2인 경우 진폭비는 각각 1.06과 1.13이었으며 지반의 댐핑값이 1이고 질량비가 각각 1, 2인 경우 진폭비는 1.03과 1.06이었다.
- 2) 서스펜션이 있는 진동타입기의 경우 해석을 통해 유도된 일률은 서스펜션이 없는 진동타입기에 대하여 해석을 통해 구한 일률에 비해 서스펜션의 질량이 증가할수록, 지반의 댐핑값이 감소할수록 증가함을 알 수 있었다.
- 3) 서스펜션이 있는 진동타입기에 대해 해석을 통해 유도된 일률을 두 가지 설계기준(Vulcan criterion, Erofeev criterion)에 의한 일률과 비교해본 결과 일률은 지반의 댐핑값에 따라 최대값까지 증가했다가 감소함을 알 수 있었는데 일률의 최대값에 대응하는 지반의 댐핑값은 서스펜션의 질량이 증가할수록 감소하는데 질량비가 1에서 2로 증가함에 따라 최대 일률비에 대응하는 지반의 댐핑값은 0.94에서 0.88로 감소했다. 또한 최대 일률값은 서스펜션의 질량이 커짐에 따라 증가함을 알 수 있었는데 두 가지 기준에 의한 일률값보다는 항상 작게 나타났다. Vulcan 설계기준에 따른 경우 지반의 댐핑값이 1이고 질량비가 1, 2인 경우 일률비는 각각 0.578과 0.712이었다.

## 참고문헌

- [1] Meirovitch, L., Elements of Vibration Analysis. New York : McGraw-Hill, 1975.
- [2] Warrington, D.C., "Survey of Methods for Computing the Power Transmission of Vibratory Hammers", Pile Buck, Second August Issue 1994. Pile Buck, Jupiter, FL, 1994.
- [3] Erofeev, L.V., Smorodinov, M.I., Fedorov, B.S., Vyazovikii, V.N., and Villumsen, V.V., Machines and Equipment for the Installation of Shallow and Deep Foundation, Second Edition, Mashinostrenie, Moscow, pp. 95-111, 1985.
- [4] Warrington, D.C., "Theory and Development of Vibratory Pile Driving Equipment". Proceedings of the Twenty-First Annual Offshore Technology Conference, Dallas, TX. OTC 6030, pp. 541-550, 1989.
- [5] Starkey, B.J., Laplace Transforms for Electrical Engineers, London:Iliffe & Sons., Ltd, 1954.

### 이 승 현(Seung-Hyun Lee)

[정회원]



- 1988년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2000년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 부교수

<관심분야>  
토질역학, 기초공학

### 김 병 일(Byoung-II Kim)

[정회원]



- 1987년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1989년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1994년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 1995년 3월 ~ 현재 : 명지대학교 토목환경공학과 교수

<관심분야>  
토질역학, 기초공학