

## 면내굽힘에서 곡선배관의 거동특성

이상호<sup>1\*</sup>, 송현섭<sup>2</sup>

## Behavior of Curved Pipes under In-Plane Bending

Sang Ho Lee<sup>1\*</sup> and Hyeon Seob Song<sup>2</sup>

**요 약** 유한요소 해석을 수행하여 엘보우의 거동을 파악하였으며 해석 시 엘보우의 휨 각도와 엘보우계수를 주요 변수로 사용하였다. 사용하중은 엘보우 축이 형성하는 평면 내에 작용하는 휨 모멘트를 사용하였으며 해석 결과를 이론적 정해 법으로 유도된 ASME 코드 식과 비교하였다. 또한 엘보우 단면의 응력상태와 유연도 특성을 이용하여 엘보우 단면의 타원변형으로 인한 엘보우의 기하학적 비선형 특성을 설명하였다.

**Abstract** The pipe elbows subjected to in-plane bending moments are analyzed with the finite element method. The results from the finite element analysis are compared with ASME code equations that are theoretical closed form solutions. The geometric nonlinear effects due to the ovalization are explained with the magnitude and the types of the stresses and the flexibilities of the elbows with the emphasis on the bend angles and elbow factors.

**Key Words :** Curved Pipes, Elbow, Ovalization, Closing Mode, In-Plane Bending.

### 1. 서론

배관망은 발전 시설이나 중화학 시설 그리고 사회간접 자본 시설 등 다양한 산업 시설에 사용되고 있다. 배관망은 고비용의 설치비가 요구되며 이러한 배관망의 건전성과 안전성의 확보를 위하여 정적, 동적, 그리고 열 하중 등 다양한 하중에 대한 배관망의 해석이 이루어지고 있다.

배관망은 직선배관과 이들을 연결하는 곡선배관으로 이루어져 있다. 곡선 배관의 주요 용도는 배관망의 진행 방향을 변화시키기 위해 사용되며, 이때 서로 다른 진행 방향을 갖는 직선배관을 이어주는 곡선배관을 엘보우(elbow)라 한다. 엘보우는 동일한 단면을 갖는 직선배관보다 유연성이 크며 배관망을 이루고 있는 요소 중 유연도가 가장 큰 요소이다. 엘보우의 이러한 유연성은 하중 작용 시 배관망 내부에 상대적 변위를 허용하여 과도한 열팽창이나 지진 시에 극심한 내력의 발생을 방지할 수 있다. 또한 엘보우의 유연성은 지점반력의 크기를 감소시

키는 역할을 하기 때문에 예민한 기기가 위치한 곳에서는 의도적으로 엘보우를 사용하기도 한다. 그러나 과도한 열팽창이나 강진 발생 시에는 엘보우에 유연성으로 인한 극심한 변형을 집중현상이 발생될 수 있기 때문에 과도한 소성변형으로 인한 붕괴가 발생되지 않도록 주의하여야 한다.

배관망의 해석 시에 직선배관은 변형 후에도 단면의 변화가 없기 때문에 보의 이론을 이용하여 해석한다. 그러나 엘보우와 같은 곡선 배관은 보나 곡선보의 거동과 달리 단면에 휨(warping)이나 타원변형(ovalization)과 같은 막(shell) 거동이 발생되기 때문에 이러한 기하학적 비선형성을 고려하여 해석하여야 한다. 곡선배관은 같은 단면을 갖는 직선배관보다 유연성이 크며 이러한 원인을 찾기 위한 노력이 Von Karman[1] 이후 Hovgaard[2], Beskin[3], Wahl[4]은 에너지 법을 그리고 Rodabaugh et al[5], Thomson et al[6], Whatham[7]은 박막 이론(thin shell theory)을 이용하여 시도 되어 왔다. 그러나 대부분의 해법은 엘보우의 거동을 단순화 한 후 에너지법이나 박막 이론을 적용하여 유도 된 식이 대부분으로 특정 하중이나 경계조건을 갖는 이상적인 단순한 형태의 엘보우에만 적용할 수 있다. 그러나 실제 배관망에는 다양한 형식의 엘보우가 존재하며 설계 시 고려해야 할 하중 조건

이 논문은 2005년도 단국대학교 대학 연구비의 지원에 의하여 연구되었음

<sup>1</sup>단국대학교 토목환경공학과 교수

<sup>2</sup>단국대학교 토목환경공학과 박사과정

\*교신저자: 이상호(shlee@dankook.ac.kr)

에 따라 하중의 상태도 복잡해 질수 있다. 또한 실제 엘보우는 직선배관에 연결되어 있어 이들과의 상호작용도 고려하여야 하나 이를 모두를 고려할 수 있는 이론적 정해법(theoretical closed form solution)을 찾는 것은 대단히 어려운 문제이다. 또한 배관망에 발생되는 내력이나 지점반력의 크기를 감소시키기 위하여 엘보우에 소성변형을 허용하는 경우 소성영역에서 정해법을 구하기는 더욱 어렵다.

엘보우에는 배관의 내압이나 열팽창 또는 지진의 발생으로 인하여 휨 모멘트가 작용하게 되며, ASME 코드[8]에는 휨 모멘트가 작용하는 엘보우에 대해 응력을 파악할 수 있는 식이 규정되어 있다. 이식은 엘보우에 순수 휨 모멘트가 작용하는 경우 엘보우 단면에 발생된 타원변형의 크기는 모든 단면에 걸치어 동일하다는 가정과 함께 경계조건을 고려하지 않고 유도된 식으로, 단부나 보강재와 같이 타원변형을 억제하는 기능을 갖고 있는 곳에서 어느 정도 떨어진 단면의 응력을 파악할 수 있는 식이다.

본 연구에서는 이론적 정해법으로 구하여진 ASME 코드 식을 보완하기 위한 방법으로 유한요소 해석을 수행하며 해석에 사용된 하중은 엘보우 죽이 형성하는 평면내에 작용하는 휨 모멘트(in-plane bending)를 사용한다. 이때 휨 모멘트의 작용방향에 따라 엘보우의 곡률반경이 감소하는 닫힘모드(closing mode)와 곡률반경이 증가하는 열림모드(opening mode)가 발생 될 수 있으며 본 연구에서는 두 모드에서 발생되는 엘보우의 거동차이를 파악한다. 엘보우의 휨 각도(bend angle)는 엘보우에 연결된 두 직선배관이 이루는 각도를 나타내며 본 연구에서는 휨 각도를 변화 시키어 이에 대한 영향을 파악한다.

## 2. ASME 코드식

ASME Boiler and Pressure Vessel 코드의 Section III[8]에는 핵발전소의 배관 및 그 부속기기에 대한 설계방식이 규정되어 있다. Section III에는 곡선배관의 설계방법으로 상세설계와 간편설계 두 가지 방법이 규정되어 있으며, Section III의 NB-3200에는 상세설계법이 그리고 NB-3600에는 간편설계법이 규정되어 있다. 배관의 상세설계는 전체 배관망의 유한요소해석을 통하여 이루어지나, 설계규정이 코드에 명시되어 있는 배관의 경우 대부분 간편설계를 통하여 이루어지고 있으며, 간편설계 시에 곡선배관의 응력을 구하는 방법은 곡선배관과 동일한 단면과 길이를 갖고 있는 직선배관의 응력을 구한 후 응력계수(stress indices)를 곱하는 방식을 사용하고 있다. 또

한 NB-3600의 표 NB-3685.1-2에는 경계점이나 보강재로부터 떨어진 곳에 위치한 단면의 내 외측 그리고 두께 중심의 응력을 구할 수 있는 응력계수의 값들이 단순 상수가 아닌 엘보우 단면의 놀레각에 대한 함수의 형태로 다음과 같이 나타나 있다.

$$\begin{aligned}
 \text{외벽의 후우프 응력} &: \sigma_n = (\nu\sigma_{tm} + \sigma_{nb}) \\
 \text{두께중앙 후우프 응력} &: \sigma_n = \nu\sigma_{tm} \\
 \text{내벽의 후우프 응력} &: \sigma_n = (\nu\sigma_{tm} - \sigma_{nb}) \\
 \text{외벽의 축방향 응력} &: \sigma_t = (\sigma_{tm} + \nu\sigma_{nb}) \\
 \text{두께중앙 축방향 응력} &: \sigma_t = \sigma_{tm} \\
 \text{내벽의 축방향 응력} &: \sigma_t = (\sigma_{tm} - \nu\sigma_{nb})
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \sigma_{tm} &= \sin\phi + [(1.5X_2 - 18.75) \sin 3\phi + 11.25 \sin 5\phi] / X_4 \\
 \sigma_{nb} &= \lambda (9X_2 \cos 2\phi + 225 \cos 4\phi) / X_4 \\
 X_1 &= 5 + 6\lambda^2 + 24\psi \\
 X_2 &= 17 + 600\lambda^2 + 480\psi \\
 X_3 &= X_1 X_2 - 6.25 \\
 X_4 &= (1 - \nu^2)(X_3 - 4.5X_2) \\
 \psi &= P_i R^2 / (E r_{tm}) \\
 \lambda &= \text{엘보우계수(elbow factor)}
 \end{aligned}$$

엘보우계수는 엘보우의 거동을 이론적 정해법[5]으로 구하는 과정에서 파악된 주요 변수로 아래의 식(2)와 같다.

$$\lambda = t_m R / (r^2 \sqrt{1 - \nu^2}) \tag{2}$$

여기서,  $t_m$  = 두께

$R$  = 휨 반경

$r$  = 배관 반경

$\nu$  = 포아송 비

식 (1)들은 휨 모멘트가 작용하는 엘보우의 응력을 동일한 단면과 길이를 갖는 직선배관의 최대 축방향 응력으로 나누어 구한 결과이다. 따라서 휨 모멘트가 작용하는 엘보우 단면에 발생된 응력은 식 (1)에  $M/Z$ 를 곱하여 구할 수 있으며 여기서  $Z$ 는 단면계수이다.

전체 배관망에 대한 상세해석을 수행 할 때에는 엘보

우를 포함한 전체 배관망을 보요소로 모델을 하게 되며 이때 엘보우의 유연도가 필요하다. 곡선배관은 같은 단면을 갖고 있는 직선배관보다 유연성이 크며 ASME 코드에서는 엘보우의 유연성을 유연도계수(flexibility factor)를 사용하여 표현한다. 엘보우의 유연도계수는 동일한 단면과 길이를 갖는 직선배관의 유연도에 대한 비율로 아래의 식 (3)과 같이 표현 한다.

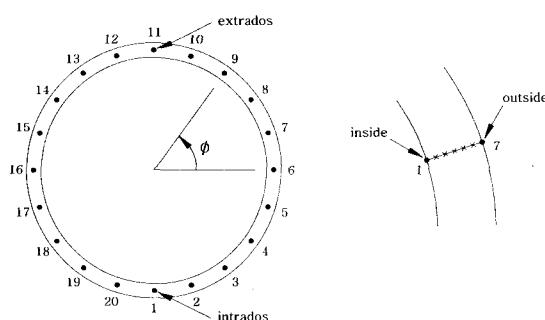
$$k = \theta_{ab} / \theta_{nom} \quad \text{식(3)}$$

위의 식에서  $k$ 는 엘보우의 유연도계수,  $\theta_{ab}$ 는 엘보우의 유연도 그리고  $\theta_{nom}$ 는 엘보우와 동일한 단면과 길이를 갖는 직선배관의 유연도이다.

### 3. 유한요소해석

본 연구에서는 Abaqus 6.7.1의 Elbow31[9] 요소를 사용하여 유한요소 해석을 수행하였다. Elbow31 요소는 엘보우 단면의 타원변형과 텁을 고려할 수 있는 삼차원 요소이며, 요소의 축 방향으로는 선형 보간법을 그리고 단면의 둘레방향으로는 Fourier 보간법을 사용하여 엘보우 단면의 타원변형과 텁을 고려할 수 있는 요소이다.

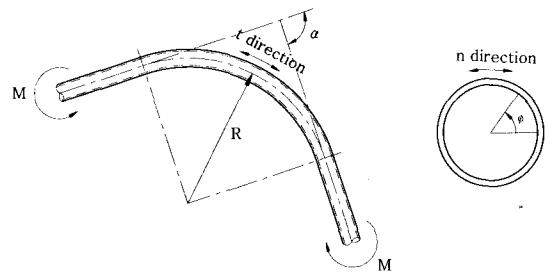
아래의 [그림 1]에는 Elbow31 요소의 둘레방향과 두께방향의 적분점들이 나타나 있으며, 본 연구에서는 단면의 두께 방향으로 7개 그리고 둘레 방향으로 20개의 적분점을 사용하여 총 140개의 적분점을 한 요소에 사용하였다. 또한 타원변형과 텁을 고려하기 위하여 단면의 둘레방향으로 6개의 Fourier 모드를 사용하였다.



[그림 1] Elbow31 요소

해석에 사용된 모델은 인접한 직선배관이 제외된 엘보우 부분만을 사용하였으며, 휨각도에 변화를 주어 이에

대한 영향을 파악하였다. 하중으로는 엘보우 축이 형성하는 평면 내에 작용하는 휨 모멘트를 사용하였으며, 이때 휨 모멘트를 서로 다른 반대 방향으로 작용 시키면 엘보우에 달힘모드와 열림모드가 형성된다. [그림 2]에 표시된 휨모멘트는 달힘모드가 형성되는 방향으로 표시되어 있다.

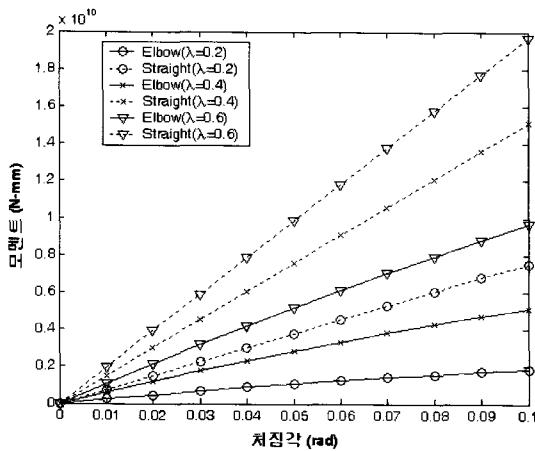


[그림 2] 휨각도, 응력종류

Elbow31요소는 단면의 타원변형과 텁을 억제할 수 있는 기능을 갖고 있으며, 본 연구에서는 고정단인 지점과 하중 작용점인 자유단에 발생되는 타원변형과 텁을 억제시키기 위해 해석을 수행 하였으며 해석모델의 요소들은 1°의 휨각도 간격으로 배치하였다. 엘보우를 이루고 있는 재료의 탄성계수는 193GPa 그리고 포아송 비는 0.3을 사용하였으며, 휨 반경 1m 외경 0.5m 그리고 두께는 각각 1.25, 2.5, 3.75cm인 엘보우를 사용하였다.

### 4. 해석결과

아래 그림에는 해석에 사용된 엘보우와 직선배관의 모멘트-처짐각 곡선이 나타나 있으며 그림의 곡선은 엘보우의 양단을 텁과 타원변형을 억제 시킨 고정단과 자유단으로 처리한 후, 자유단에 모멘트를 작용 시키어 자유단에 발생된 처짐 각을 이용하여 구하였다. 또한 그림에 나타난 직선배관의 모멘트-처짐각 곡선은 엘보우와 동일한 단면과 길이를 갖는 직선배관으로부터 유도된 곡선이며 그림에 표시된 직선배관의 유연도계수는 동일한 길이와 두께를 갖는 직선배관의 유연도 계수이다.



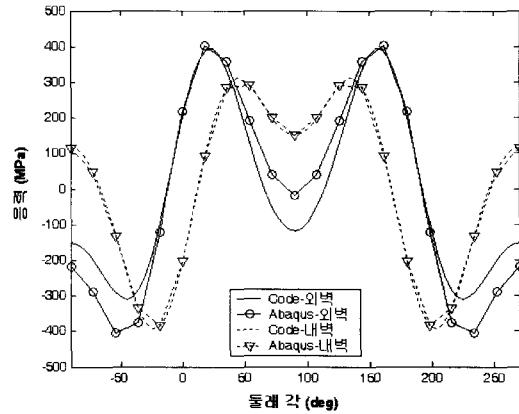
[그림 3] 모멘트-처짐각(엘보우, 직선배관)

아래에 [표 1]에는 [그림 3]에 나타난 엘보우의 유연도 계수가 정리되어 있으며 엘보우계수가 작아짐에 따라 엘보우의 유연도는 커지는 것을 볼 수 있다.

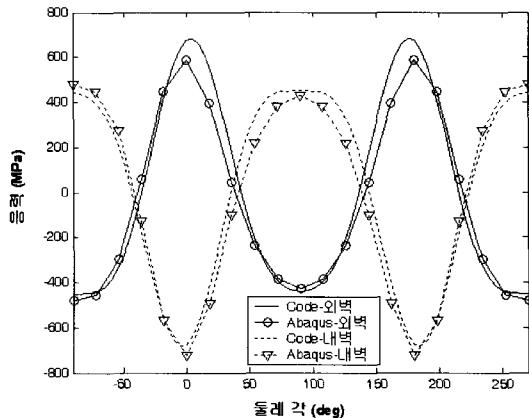
[표 1] 유연도 계수

	$\lambda = 0.2$	$\lambda = 0.4$	$\lambda = 0.6$
엘보우의 유연도	5.369E-11	1.947E-11	1.035E-11
직선배관의 유연도	1.326E-11	6.616E-12	5.080E-12
유연도 계수	4.050	2.942	2.037

엘보우의 흡 각도(bend angle)는 엘보우로 연결된 두 직선배관이 이루는 각도를 말한다. 따라서 흡각도가 커지면 엘보우의 길이도 길어지게 된다. 아래 [그림 4]와 [그림 5]에는 흡각도 360도 그리고 엘보우 계수가 0.4인 엘보우 중앙에 위치한 단면의 내벽과 외벽에 발생된 축방향 응력과 후우프 응력이 단면의 둘레 각에 대하여 도시되어 있다. 흡각도가 360도인 엘보우는 실제로는 존재 할 수 없으나, ASME 코드식은 엘보우를 반지와 같은 형태의 이상화된 축 대칭 박막으로 가정하여 유도된 식으로 본 연구에 사용된 해석 결과의 검증을 위하여 사용 되었다. 또한 그림에는 ASME 코드 식으로부터 유도된 응력이 함께 도시되어 있으며 그림으로부터 엘보우 중앙에 위치한 단면의 응력상태와 코드 식으로부터 유도한 응력 상태는 서로 근접하고 있음을 볼 수 있다.

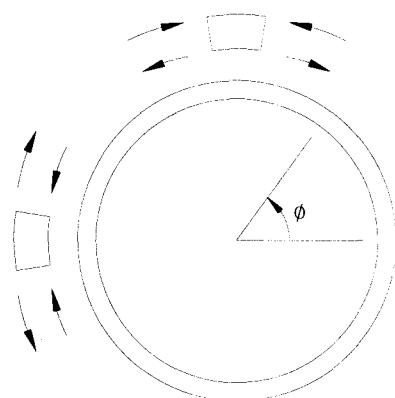


[그림 4] 축방향 응력



[그림 5] 후우프 응력

아래 [그림 6]에는 엘보우 단면의 좌측과 상단에 위치한 미소요소의 자유물체도가 나타나 있다. 미소요소의 자유물체도에는 내벽과 외벽에 발생된 후우프 응력이 화살표로 표시되어 있으며 표시된 응력은 [그림 5]에 나타난 후우프 응력을 이용하여 작성되었다. [그림 6]의 미소요소의 자유물체도와 [그림 5]에 나타난 후우프 응력을 함께 보면 단면의 두께에 걸쳐 분포하는 후우프 응력 상태를 유추할 수 있으며, 이러한 후우프 응력은 단면의 둘레방향으로 작용하는 흡모멘트를 형성하게 되어 엘보우 단면에 타원변형을 일으키게 됨을 알 수 있다.



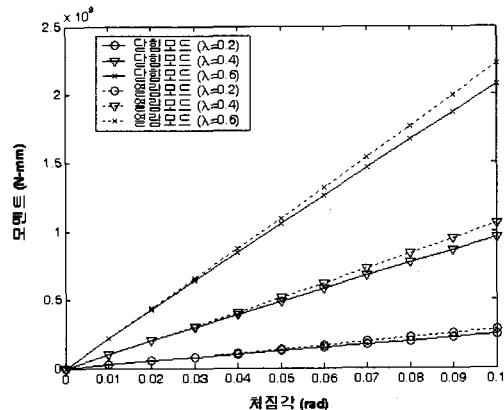
[그림 6] 후우프 응력(내벽, 외벽)

ASME 코드식의 적용범위를 검토하기 위하여 엘보우의 휨 각도에 변화를 주어 해석을 수행하였다. 아래의 [표 2]에는 엘보우 중앙에 위치한 단면의 축방향과 후우프 응력의 최대치가 나타나 있으며 코드 식으로부터 구한 최대치와 유한요소 해석결과로부터 구한 최대치가 함께 나타나 있다.

우선 표를 보면 코드식의 최대치는 엘보우의 휨 각도가 작아질수록 해석 결과의 최대치와 차이가 커지는 것을 볼 수 있다. 다음으로 코드 식의 최대치는 단면의 둘레방향으로 작용하는 후우프 응력으로 고정되어 있으나 유한요소 해석 결과의 최대치는 엘보우의 휨 각도가 작아질수록 둘레 방향에서 축 방향으로 역전되어 가는 현상을 볼 수 있다. 이러한 최대치의 역전현상은 코드식을 이용한 해석에서는 볼 수 없으며 그 이유는 코드 식은 유도과정에서 경계조건이 고려되지 않았으며 또한 엘보우의 거동을 단순화 시키는 가정이 도입되었기 때문이다. 결론적으로 휨 각도가 작아지면 엘보우는 보에 가까운 거동을 하게 된다.

엘보우의 축이 형성하는 평면 내에서 작용하는 휨 모

멘트는 작용방향에 따라 엘보우에 닫힘모드와 열림모드를 발생 시킨다. 아래 [그림 7]에는 닫힘모드와 열림모드 시에 엘보우에서 발생된 모멘트-처짐각 곡선이 나타나 있다. 그림을 보면 엘보우계수가 작아짐에 따라 곡선의 기울기도 작아지는 것을 볼 수 있다. 또한 닫힘모드와 열림모드 시에 발생된 곡선의 기울기를 비교하여 보면 닫힘모드에서 발생된 곡선의 기울기가 작은 것을 볼 수 있다. 동일한 크기의 하중에 대한 두 곡선의 기울기가 다른 것은 닫힘모드와 열림모드에서 발생된 단면의 변형상태가 다르기 때문이다. 닫힘모드에서는 좌우로 불룩한 상태의 타원변형이 엘보우 단면에 발생 되며 이러한 변형상태는 단면의 단면이자 모멘트를 감소시키게 되어 강성이 감소하는 현상이 발생된다. 이와 반대로 열림모드에서는 상하로 불룩한 변형이 발생되어 단면의 단면이자 모멘트가 증가하게 된다. 이와 같이 엘보우는 하중의 작용방향에 따라 거동이 달라지는 비선형 거동을 하며 이러한 비선형 거동의 원인은 단면의 타원변형으로 인한 기하학적 비선형의 발생 때문이다. 엘보우의 이러한 기하학적 비선형 특성은 엘보우계수가 작을수록 즉 유연도가 클수록 증가하게 된다.



[그림 7] 모멘트-처짐각 곡선(엘보우계수, 열림모드, 닫힘모드)

[표 2] 휨 각도별 최대 축방향 응력 및 후우프 응력

휘각도	축방향 응력(MPa)								후우프 응력(MPa)							
	ASME				Abaqus				ASME				Abaqus			
	외벽		내벽		외벽		내벽		외벽		내벽		외벽		내벽	
	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min
30					167	-363	170	-194					43	-139	-6	-60
60					245	-460	164	-170					195	-326	201	-255
120					449	-454	211	-287					577	-635	629	-708
180					461	-455	231	-352					664	-567	581	-818
240					432	-431	235	-344					637	-509	512	-784
300					423	-424	232	-335					620	-500	499	-763
360					423	-425	232	-333					618	-504	503	-761

## 5. 결 론

ASME코드식의 적용 범위를 검토하기 위하여 엘보우의 휨 각도와 엘보우계수를 변화 시키어 유한요소 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

첫째, 엘보우 휨 각도에 변화를 주어 해석한 결과 엘보우 중앙에 위치한 단면의 응력 상태는 경계점에서 멀어짐에 따라 코드 식의 결과에 근접하였다. 이러한 결과로부터 ASME코드 식은 경계점의 영향이 적은 단면의 해석에 유용한 방법이며 휨 각도가 작은 경우에는 경계조건의 영향을 고려할 수 있는 해석방법을 사용하여야 한다.

둘째, 엘보우의 유연도는 휨 각도가 클수록 그리고 엘보우계수가 작을수록 증가하였다. 즉 휨 각도가 작을수록 그리고 엘보우 계수가 클수록 강성은 증가하였다. 또한 동일한 크기의 하중에 대한 달힘모드의 강성은 열림모드에서보다 작았으며 하중의 작용방향에 따라 거동상태가 달라지는 비선형 거동을 보이었다.

셋째, 유한요소법을 이용한 해석 결과와 코드 식의 결과는 타원변형이 억제된 경계점에서 멀어짐에 따라 그 차이가 작아졌으며 또한 동일한 크기의 하중에 대해 열림모드와 달힘모드에서 서로 다른 거동상태를 보이었다. 이러한 결과로부터 엘보우 단면의 타원변형은 엘보우의 주요 거동특성임을 유추할 수 있으며 또한 달힘모드의 강성이 열림모드에서보다 작기 때문에 엘보우의 설계기준은 달힘모드가 되어야한다.

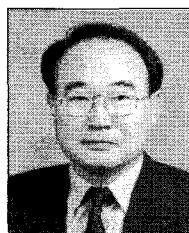
위와 같은 결과로부터 ASME 코드 식은 엘보우 단면의 타원변형으로 인한 비선형 거동을 고려 할 수 없으며 인접 직선배관의 영향을 고려해야하는 경우와 같이 실제 엘보우에 존재하는 다양한 형태의 경계조건을 고려 할 수 없다. 또한 배관망의 내력과 지점반력을 감소시키기 위하여 엘보우에 소성변형을 허용할 경우 재료적 비선형에 따른 유연성의 증가로 인하여 타원변형이 증폭될 것으로 예상되며 이러한 경우 ASME 코드 식을 이용한 해석법은 적합한 방법이 아니다.

## 참고문헌

- [1] von T. Karman, "Über die Formänderung Dunnwandiger Rohre, insbesondere federnder Ausgleichrohre," Zeits V.D.I., Vol. 55, 1911, pp 1889-1895.
- [2] W. Hovgaard, "The Elastic Deformation of Pipe Bends," Journal of Mathematics and Physics, Massachusetts Institute of Technology, Vol. 6, 1926, pp. 69-118.
- [3] L. Beskin, "Bending of Curved Thin Tubes," Journal of Applied Mechanics, Mar. 1945, pp. A-1-A-7.
- [4] A. M. Wahl, "Stresses and Reactions in Expansion Pipe Bends," Pressure Vessel and Piping Design, ASME, 1960, pp. 336-357.
- [5] E. C. Rodabaugh and H. H. George, "Effect of Internal Pressure on Flexibility and Stress-Intensification Factors of Curved Pipe or Welding Elbows," Transactions of the ASME 79, 1957, pp. 939-948.
- [6] G. Thomson and J. Spence, "Maximum Stresses and Flexibility Factors of Smooth Pipe Bends with Tangent Pipe Terminations under In-Plane Bending," Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, Vol. 105, 1983, pp. 329-336.
- [7] J. F. Whatham, "Pipe Bend Analysis by Thin Shell Theory," Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol. 53, 1986, pp. 173-180.
- [8] ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III "Rules for Construction of Nuclear Power Plant Components" Division I, Subsection NB, Class 1 Components, 2004.
- [9] Abaqus, User's Manual, Version 6.7.1, 2007.

이상호(Sang Ho Lee)

[정회원]



- 1979년 9월 : 고려대학교 물리학과 (이학사)
- 1983년 5월 : North Carolina State University 토목공학과 (공학석사)
- 1988년 5월 : North Carolina State University 토목공학과 (공학박사)
- 1990년 9월 ~ 현재 : 단국대학교 토목환경공학과 교수

<관심분야>  
내진해석, 충돌해석

송 현 섭(Hyeon Seob Song)

[정회원]



- 1996년 2월 : 단국대학교 토목공학과 (공학사)
- 1998년 2월 : 단국대학교 토목환경공학과 (공학석사)
- 2003년 3월 ~ 현재 : 단국대학교 토목환경공학과 박사과정

<관심분야>

내진보강