

# 하중 제어 모델에서의 미사일 유도 법칙 하중 제어에 관한 연구

왕현민<sup>1\*</sup>, 유정봉<sup>2</sup>

## A Study of Load Control for Missile Guidance on Load Control Model

Hyun-Min Wang<sup>1\*</sup> and Jeong-Bong You<sup>2</sup>

**요 약** 현재 움직이는 물체의 운동을 제어하기 위해 하중이라는 개념의 사용이 시도되고 있다. 하중이라는 제어 개념으로 불확실성으로 인한 비선형성을 포함한 시스템에서 신뢰성 있는 제어값을 찾기 위해 MIN 설계 방법이 제안되었다. 이러한 MIN설계 방법에서는 기존의 선형화 방법에 의한 상태방정식에서의 제어값을 찾는 문제와 달리 비선형 하중 모델에서 직접 제어 값을 찾는 방식을 보이고 있다. 본 논문에서는 미사일 하중 운동역학과 유도 기하학의 비선형 역학을 고려한 하중 제어값을 찾는다. 즉 시선각 또는 미사일의 받음각 변화에 따른 진행방향에 대한 미사일의 속도 조건을 만족하기 위한 제어값과 표적을 따라가기 위한 선회 각도를 위한 제어값을 구한다. 즉 본 논문에서는 미사일 시스템과 추적 동역학에서 하중 제어값을 구해본다. 이렇게 구해진 하중 제어값으로 유도 제어 법칙을 비선형 시스템에서 직접 쉽게 구할 수 있음을 확인해 보았다.

**Abstract** Recently it is tried to use load control for maneuver moving object. MIN design method proposed to solve control problem of nonlinear system using load concept. Min design method shows direct method for finding control value on the load control model. In this paper, is shown load control value for problem of line of sight on missile guidance. The load control value keep given velocity of missile and angle of attack for tracking target.

**Key Words** : Min Design Method, nonlinear system, Load Control, Guidance

### 1. 서 론

현재 움직이는 물체의 운동을 제어하기 위해 하중이라는 개념의 사용이 시도되고 있다. 하중이라는 제어 개념으로 불확실성으로 인한 비선형성을 포함한 시스템에서 신뢰성 있는 제어값을 찾기 위해 참고문헌 [1]에서는 MIN 설계 방법을 제안하였다. 이러한 MIN설계 방법에서는 기존의 선형화에 따른 상태방정식에서의 제어값 찾는 문제와 달리 비선형 하중 모델에서 직접 제어 값을 찾는 방식을 보이고 있다.

또한 본 논문에서 살펴보고자 하는 미사일 유도법칙으로 시선 유도 방식은 지상 또는 미사일에 탑재된 레이더 장치와 표적을 잇는 시선(Line of sight)을 따라 미사일이 비행하도록 하는 유도하는 방식이다. 레이더장치는 미사

일과 표적을 같이 추적하게 되며, 표적 시선과 미사일 시선의 차이는 미사일에 전달되거나, 이 값이 계산되어 미사일에 전달된다.

시선 지령 유도에서는 미사일이 추적기로부터 멀어짐에 따라 위치 오차의 산출 정확도가 저하되므로 유효사거리가 제한 될 수밖에 없다. 그러나 시선지령유도 방식을 사용하는 경우 미사일에 탑재되는 탐색기가 필요 없으므로 경제적인면에서 유리하여 실제 많이 사용되고 있는 유도방식이다. 시선 지령 유도에 사용되는 레이더의 관측범위는 그리 크지 않으므로 미사일이 시선으로부터 크게 벗어나지 않도록 유지하는 유도정확도가 중요하다. [2]

재래식 시선 유도에서는 선형 시불변 시스템으로 가정하여 여러 가지 고전제어 기법을 적용하여 유도 시스템

<sup>1</sup>단국대학교 전자공학과

<sup>2</sup>공주대학교 전기전자제어공학부

\*교신저자: 왕현민(hmwang@dankook.ac.kr)

접수일 08년 07월 28일

수정일 (1차 08년 11월 28일 2차 08년 12월 05일)

게재확정일 08년 12월 16일

을 설계한다. 이 경우 진-지상(lead-lag) 보상기 또는 비례-적분-미분(PID) 제어기를 흔히 사용하며 시선각도가 변함으로써 발생하는 유도오차를 줄이기 위한 방법으로 가속도 성분을 변화시킴으로 직접 보상하는 방법을 사용한다.

유도 시스템과 같은 미사일을 구성하는 제어시스템들은 매우 복잡한 비선형 시스템으로서 이들에 대한 제어시스템의 설계 및 성능분석은 각각 따로 따로 고려하여 설계된다. 따라서 이들이 결합된 전체 시스템의 성능 분석은 비선형성과 상호 연관성 등으로 인하여 매우 어려운 실정이다. 그러나 실제 성능에 있어서 이러한 상호 연관성으로 인하여 성능 저하가 초래되기 때문에 고정밀 미사일 시스템의 설계를 위하여서는 상호 연관성을 고려한 설계가 이루어져야 한다.[2]

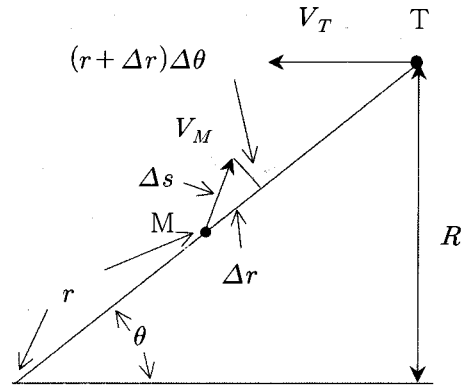
따라서 본 논문에서는 미사일 하중 운동역학과 유도 기하학의 비선형 역학을 고려한 하중 제어값을 찾는다. 즉 시선 각 또는 미사일의 받음각 변화에 따른 진행방향에 대한 미사일의 속도를 조건을 만족하기 위한 제어값과 표적을 따라가기 위한 선회 각도를 위한 제어값을 구한다. 즉, 미사일 시스템과 추적 동역학에서 하중 제어값 살펴본다. 또한 표적의 속도와 미사일의 속도가 같을 때 뿐만 아니라, 가속도를 갖는 미사일에서 하중제어 값을 찾는 방법을 제한한다.

## 2. 미사일 유도 제어

시선유도에 따른 근접은 미사일이 물체에 일직선상에 놓이고 이 각도에 따라 제어한다. 이때 미사일의 비행경로를 다음의 가정하에 정의하자. (1)표적과 미사일은 일직선상을 움직인다. (2)미사일과 표적 속도는 일정하다. (3)고정된 한 점으로부터 제어가 이루어진다. (4)표적의 벡터 속도를 통과하고 점을 통과하는 면에서 운동만이 살펴보아 진다. 이 점에서 제어가 이루어진다.

### 2.1 순수 시선 유도제어

시선 유도(LOS) 추적을 위한 그림은 그림 1에 나타냈다.



[그림 1] 시선유도 운동 역학

그림 1에서  $\Delta s$ 는 미사일 비행 경로 변화량,  $r$ 은 레이다에서 미사일까지의 거리,  $\theta$ 는 수평면에서 미사일, 표적의 시선각도이다. 또한  $V_M$ 은 미사일 속도,  $V_T$ 은 표적의 속도,  $R$ 은 표적의 일정한 비행 고도이다.

그림 1에서 다음식이 직접 얻어진다.

$$(\Delta s)^2 = (\Delta r)^2 + (r + \Delta r)^2 (\Delta \theta)^2 \quad (1)$$

각각을  $(\Delta \theta)^2$ 로 나누고,  $\Delta = d$ 로 놓으면 식은 다음과 같다.

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + (r + dr)^2 = \left(\frac{ds}{d\theta}\right)^2 \quad (2)$$

식(2)에서  $\frac{ds}{d\theta}$ 는  $\frac{ds}{dt} \frac{dt}{d\theta}$ 로 나타낼수 있다. 이때

$$\frac{ds}{dt} = V_M \quad (3)$$

이고  $\frac{d\theta}{dt}$ 는 표적의 비행 거리식을 미분하여 구해진다.

시간  $t$ 동안 표적의 비행 거리는 다음과 같이 나타낸다.

$$V_T \cdot t = R \cot \theta_0 - R \cot \theta \quad (4)$$

여기서  $\theta_0$ 은 미사일이 발사될 때의 초기 각도이다. 또는  $t = 0$ 에서 수평면에 대한 표적이 위치한 각도이다. 식(3)을 미분하면 다음과 같다.[2]

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{R \cdot \sin^2\theta}{V_T} \quad (5)$$

식(2)에 식(3),(5)를 대입하면 미사일 속도, 표적 속도, 시선각에 대한 식으로 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + (r + \Delta r)^2 = \left(\frac{V_M}{V_T}\right)^2 \frac{R^2}{\sin^4\theta} \quad (6)$$

식(6)을  $k$  문자를 정의 하여 간략화 하면, 미사일 경로 미분 식은 다음의 형태를 갖는다.

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + (r + \Delta r)^2 = \frac{k^2}{\sin^4\theta} \quad (7)$$

단.  $k = \frac{V_M}{V_T} R$

경로 식은 1계이지만 비선형이다. 이와 같이 기존의 시선유도 동역학 풀이는 얻어진 식을 적분할 수 없다. 따라서  $r \gg \Delta r$ 일때  $r + \Delta r \cong r$ 로 가정하고 미분방정식을 테일러 급수로 분해하여 찾을 수 있다.  $r$ 은 테일러 급수 형태에서 다음과 같이 나타내진다.[3]

$$r = r_0 + r'_0(\theta - \theta_0) + \frac{r''(\theta - \theta_0)^2}{2!} + \frac{r'''(\theta - \theta_0)^3}{3!} + \dots \quad (8)$$

여기서  $r_0$ 는 발사되는 점에서부터 계산되는 초기 미사일 거리이다. 직각 좌표계에서의 경로가 나타내졌다. 또한 레이다 안테나는 초기 좌표계에 위치한다.

테일러 급수에서의 미사일 거리는 다음과 같다.[3]

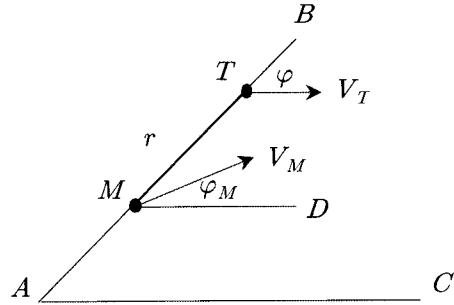
$$r = \frac{k}{m^2}(1+m^2) \left[ (\theta - \theta_0) - \frac{1}{m}(\theta - \theta_0)^2 + \frac{1}{3!m^2}(6+m^2)(\theta - \theta_0)^3 - \dots \right] \quad (9)$$

이와 같이 기존의 시선유도(LOS)근접일 때 경로 제어는 근사화에 의해 얻어진 1계 비선형 미분방정식을 테일러 급수로 풀어 열로서 나타내었다.[3]

본 논문에서는 이와 같은 비선형 1계 미분방정식을 실

시간 제어가 구현을 위해 시간에 대한 함수로 하중 제어 값을 나타내었다.

## 2.2 비례 유도 제어



[그림 2] 비례 근접 운동 역학

그림 2에서 나타낸 비례 근접 운동 역학은 다음의 식 (10),(11),(12)에서 보는 바와 같이 이미 알려져 있다.

$$\dot{r} = V_T \cos\varphi - V_M \cos(\varphi - \varphi_M) \quad (10)$$

$$r\dot{\varphi} = -V_T \sin\varphi + V_M \sin(\varphi - \varphi_M) \quad (11)$$

$$\dot{\varphi}_M = a\dot{\varphi} \quad (12)$$

여기서  $\varphi$ 는 표적 속도  $V_T$ 와  $\overline{BT}$ 의 각도,  $\varphi_M$ 은 미사일 속도  $V_M$ 과  $\overline{MD}$ 와의 각도이다.  $r$ 은 미사일  $M$ 과 표적  $T$ 와의 거리,  $V_T$ 와  $V_M$ 은 각각 표적과 미사일의 속도이다.

비례 근접의 문제는  $a$ 값에 의한  $\dot{\varphi}_M$ 의 변화량 구하는 것이다. 이러한 비례 유도 제어 법칙은 다음과 같은 식으로 잘 알려져 있다. [4]

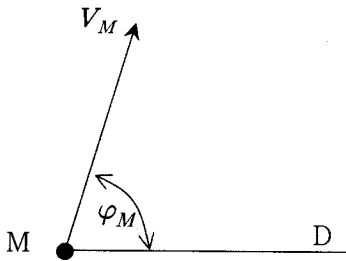
$$a_M = N V_M \dot{\varphi}_M \quad (13)$$

여기서  $N$ 은 항법 상수이다.

본 논문에서는  $\dot{\varphi}_M$ 의 값을 하중 모델에서 하중 제어 값으로 구해 보았다.

## 3. 미사일 유도 하중 제어값

다음으로 미사일에서 운동 동역학을 하중 제어 모델에서 살펴보자.



[그림 3] 미사일 운동

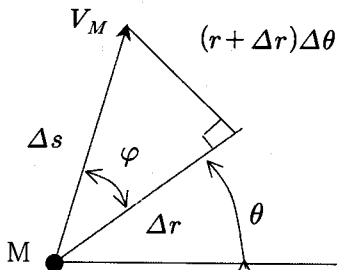
수직면에서의 미사일 하중 운동 방정식은 다음과 같다.[4]

$$\frac{dV_M}{dt} = gn_x - g \sin \phi_M \quad (14)$$

$$\frac{d\phi_M}{dt} = \frac{g}{V_M} n_y - \frac{g}{V_M} \cos \phi_M \quad (15)$$

여기서  $d\theta = \phi_M + \theta$ 이다.  $\theta$ 는 수평면과 이루는 시선각이다.

### 3.1 시선 유도에서의 하중 제어값



[그림 4] 시선유도 미사일 운동

시간에 따른 시선각의 변화를 살펴보자. 위 식(5)에서 구했다. 식(5)를  $k$ 를 포함해 나타내거나 식(7)을  $d\theta/dt$ 로 풀면 다음과 같다.

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{k \cdot \sin^2 \theta}{V_M} \quad (16)$$

다음으로 식(14),(15)에서 받음각의 시간에 따른 변화는 다음의 식으로 얻어진다. [3]

$$\dot{\phi} = \frac{2V_T \sin^2 \theta}{R} \left( 1 + \frac{r \cot \theta}{\sqrt{\frac{k^2}{\sin^4 \theta} - r^2}} \right) \quad (17)$$

시선유도제어 경로 풀이 식(9)는 일반적으로 표적 속도와 미사일 속도가 일정하다고 보고 비행 경로가 계산된다. 즉 구해진 식(13)의 가속도 제어값은 중력장에서 중력의 영향을 고려하여 일정한 속도를 유지도록함과 동시에 유도역학 조건을 충족시키기 위한 가속도 제어값이다.

$V_M = const$ 하면 식(14)에서 변화량이 없으므로  $n_x$ 의 하중 제어값은 다음과 같이 얻어진다.

$$n_x = \sin \phi \quad (18)$$

여기서  $\phi = \varphi + \theta$ 이다.

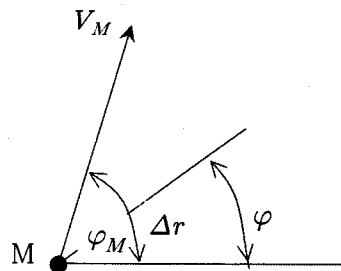
또한 이 경우  $n_y$ 값은 식(15)과 식(17)이 같으므로 다음과 같이 얻어진다.

$$n_y = \frac{(2V_M V_T C + kR) \sin^2 \theta}{gR} + \cos \phi \quad (19)$$

여기서  $C = 1 + \frac{r \cdot \cot \theta}{\sqrt{\frac{k^2}{\sin^4 \theta} - r^2}}$ 이다.

이와 같이 일정한 미사일 속도와 표적속도를 갖을 때 시선 각  $\theta$ 에 따른 하중제어 값은 식(18),(19)에서 구해졌다.

### 3.2 비례 유도 제어에서의 하중 제어값



[그림 5] 비례 유도 미사일 운동

식(12),(13)에서 비례 근접 유도할 수 있는 미사일을 받음각 변화값을 나타낸다. 즉

$$\varphi_M = a\varphi + \varphi_0 \quad (20)$$

와 같은 식이된다. 이 식에서  $a = 1, (\varphi_0 \neq 0)$ 이면 일정한 조준 값을 갖는 유도이고,  $\dot{\varphi} = 0$ 이면 평행 근접 유도이다.

시선각  $\varphi$ 에 따른 비례 유도 하중 제어값은 식(12)와 식(15)에서

$$a\dot{\varphi} = \frac{g}{V_M} n_y - \frac{g}{V_M} \cos\varphi_M \quad (21)$$

의 관계를 갖고, 하중 제어  $n_y$ 값은 다음과 같이 구해진다.

$$n_y = a \frac{V_M}{g} \dot{\varphi} + \cos\varphi_M \quad (22)$$

다음으로 일정한 진행방향 속도를 유지하기 위한 하중 제어 값을 찾아보자.  $V_M = const$ 하면 식(14)에서 변화량이 없으므로

$$n_x = \sin\theta \quad (23)$$

를 만족해야 일정한 속도값을 유지한다.

$V_M \neq const$ 하면 미사일의 가속도값에 따라

$$n_x = \frac{1}{g} a_M + \sin\varphi \quad (24)$$

의 값을 만족해야한다.

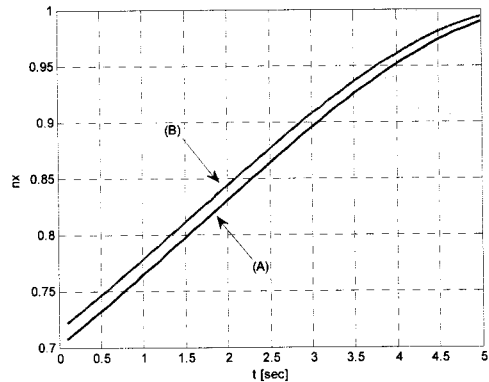
이와 같이 찾아진 진행 방향 벡터에 대한 하중 제어 값  $n_x$ 와 비행체 수직 면에 작용하는 하중 제어  $n_y$ 값을 찾아보았다.

구해진  $n_x$ 값은 고도 상승과 받음각 변화에 따라 일정한 속도 값을 유지 하기 위한 하중 제어 값이다. 즉 받음각에 따라 일정한 비행 속도를 유지 하기 위해서 제어 되어야 할  $x$ 축에 대한 하중값이다. 그리고 구해진  $n_y$ 값은 유도 제어 법칙에 따른 받음각 변화를 나타낸다. 또한 시선유도법칙과 비례 유도법칙에서 받음각 변화를 나타낸다.

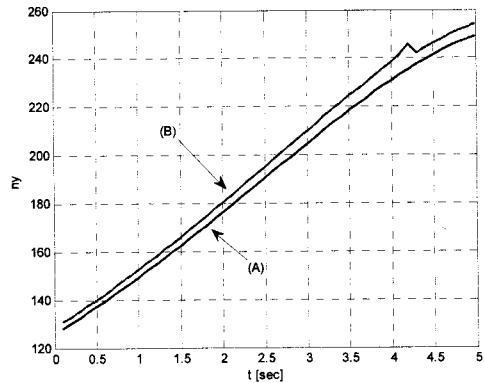
#### 4. 시뮬레이션 구현 및 고찰

시뮬레이션을 위한 비행체 초기값은 다음과 같이 주어졌다. 미사일 속도  $250[m/s]$ , 표적 속도는  $100[m/s]$ , 초기 시선각도는  $45^\circ$ , 표적 고도는  $1000[m]$ 이다. 또한 미사일을 물질점으로 보고 수행되었으며, 공기 역학 개념은 모델에 포함시키지 아니 하였다.

다음은 시선유도에서 구해진 하중 제어 값을 그래프로 나타내었다.



[그림 6] 하중  $n_x$ 값의 변화



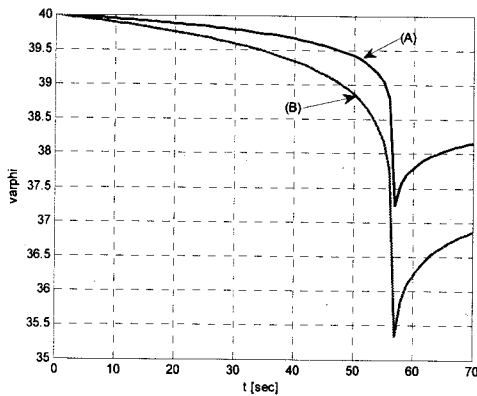
[그림 7] 하중  $n_y$ 값의 변화

그림 (6),(7)에서 그래프 (A)는 미사일에서의 시선각을  $\theta$ 와 같을 때의 하중 제어값을 나타내었다. 그리고 그래프 (B)는 식(17)에서 얻어진 미사일에서의 시선각 변화율을 고려한 하중 제어값을 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 하중 제어  $n_x$ 와  $n_y$ 값은 표적을 따라 가도록 증가함을 알 수 있다.

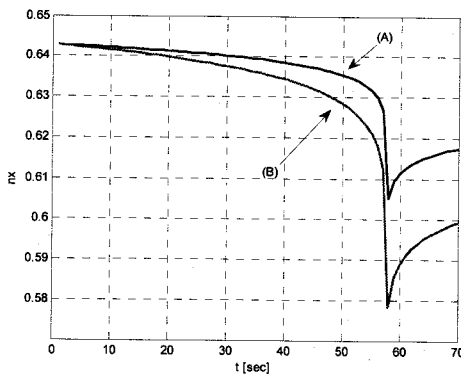
다음은 비례 유도제어에서 구해진 하중 제어 값을 구하기 위해 다음의 초기값을 설정하였다. 미사일 속도  $25[m/s]$ , 표적 속도는  $10[m/s]$ , 표적의 비행 고도는  $1000[m]$ 이고 초기 미사일과 표적의 시선각은  $45^\circ$ 이다. 또한 초기 미사일의 받음각은  $40^\circ$ 이다.

그림 (8)에서는 표적을 따라가는 동안의 시선각의 변화를 나타내었다. 그림 (9),(10)에서는 시간에 따른 하중 제어값  $n_x$ 와  $n_y$ 를 나타내었다. 그림 (8),(9),(10)에서의 급격하게 변한 지점은 미사일이 표적을 지나간 지점을 나타낸다. 또한 그림은 식(12)에서  $a = 1$ 일때와  $a = 2$ 일때의 하중 제어값 을 나타내었다. 그래프(A)는  $a = 1$ 일때이고 그래프(B)는  $a = 2$ 일때를 각각 나타낸다.

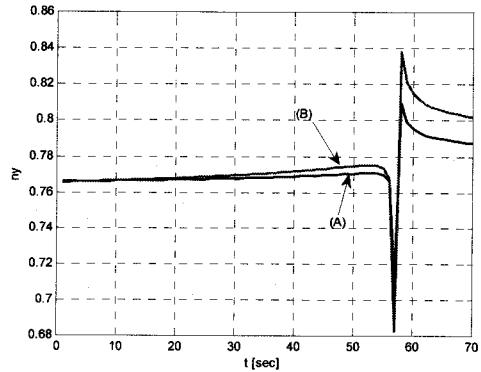
그림(6)~(10)에서 살펴본 바와 같이 하중제어 값과 시선각 변화를 살펴보았다. 살펴본 바와 같이, 운동하는 물체의 비선형 모델의 하중제어  $n_x, n_y$  값을 이용해 시선유도제어 법칙을 구현해 보았고, 이와같이 하중제어 개념으로서 유도 법칙을 설계할 수 있음을 단적으로 살펴보았다.



[그림 8] 미사일에서의 받음각 변화 (A)는  $a=1$  (B)는  $a=2$



[그림 9] 비례 유도 하중  $n_x$  제어 (A)는  $a=1$ , (B)는  $a=2$



[그림 10] 비례 유도 하중  $n_y$  제어 (A)는  $a=1$ , (B)는  $a=2$

## 5. 결론

기존의 방법에서는 비선형 방정식을 선형화하고 간략화한 모델에서 가속도의 제어법칙을 찾았다. 이러한 방법에서의 제어법칙 생성은 급격한 비선형성에서 안정성 영역을 벗어나 제어불능상태가 될 수 있다.

따라서 본 논문에서는 하중 제어값을 구현하기 위해, 시선 유도 시스템 비선형 미분 방정식에서 미사일 유도 제어 시스템 설계를 위해 시선각 회전을 고려한 하중제어 값을 구해 보았다. 또한 비례 유도 제어의 비례값에 따른 하중 제어 값을 비교 해보았다. 구해진 하중 제어값은 MIN설계 방법에서 제시한 불확실성을 갖는 비선형 비행체를 제어하기 위한 실제 제어 값이다.

또한 본 논문에서는 구해진 하중 제어값으로 유도 제어 법칙을 비선형 시스템에서 직접 설계 구할 수 있음을 확인해 보았다.

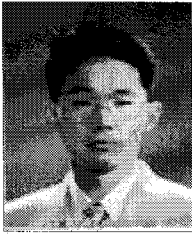
## 참고문헌

- [1] 왕현민, "엠앤엔(MIN) 설계 방법", 특허출원번호:10-2007-0137136, 한국 2007년.
- [2] 탁민제, 류동영, "미사일 및 표적 운동을 고려한 시선지령유도에서의 코리올리 가속도 보상", 한국자동화학술회의논문지, 596-600쪽, 1992년 10월.
- [3] Arthur S. Locke, "Guidance", D. VAN NOSTRAND Company, Inc., LONDON, 1955.
- [4] 왕현민, "움직이는 물체의 운동 하중제어 모델과 경로 특성(M-설계방법)", 제어자동화시스템공학회 대전 충청지부 학술대회 논문집, pp.62-66, 2007년 12월.

- [5] 송성호, “백스텝핑 방법과 외란관측기법에 의한 미사일 제어시스템의 동역학을 고려한 미사일 유도법칙의 설계”, 제어로봇시스템학회논문지, 제14권, 제1호, 88-94쪽, 2008년 1월.
- [6] 장상근, 유준, “LQG 설계에 의한 시선 지령 유도류 우프의 구성”, 한국자동화학회논문집, pp.1567-571, 1992년 10월
- [7] 안조영, 송택열, “시선유도”, 제어자동화시스템학회지, 제3권, 제2호, 1997년 3월.
- [8] Richar B. DOW, "Fundamentals of advance missile", New york, John Wiley & Sons, Inc., 1964.

**왕 현 민(Hyun-Min Wang)**

[정회원]



- 1996년 2월 : 단국대학교 전자공학과 (공학사)
- 2000년 2월 : Saint-Peter burg State University of Aerospace Instrumentation, Russia. 제어시스템 전공(공학석사)
- 2005년 2월 : Baltic State Technical University, Russia, 제어 시스템 전공 (공학 박사)
- 2005년 대한항공, 항공기술연구원 (대전)
- 2006년 3월 ~ 현재 : 단국대학교 전자공학과

<관심 분야>

비선형 최적 제어, 우주기술응용연구, 동역학, 모델링

**유 정 봉(Jeong-Bong You)**

[종신회원]



- 1988년 2월 : 단국대학교 전자공학과 (공학사)
- 1990년 8월 : 단국대학교 전자공학과 (공학석사)
- 1998년 8월 : 단국대학교 전자공학과(공학박사)
- 1990년 7월 ~ 1993년 3월 : (주) 신도리코
- 1999년 8월 ~ 현재 : 공주대학교 전기전자제어공학부 부교수

<관심분야>

PLC제어, 마이크로프로세서 제어, BLDC 모터제어, 공장 자동화 알고리즘 설계.