

방정식 오차함수와 응답 오차함수를 사용한 구조 안전성 평가

박우진^{1*}
¹서일대학 토목과

Structural Safety Assessment Using Equation Error Function and Response Error Function

Woo-Jin Park^{1*}

¹Department of Civil Engineering, Seoil University

요 약 하중을 받는 구조 부재는 사용기간 동안 다양한 형태의 손상을 입는다. 실험을 통해 구조물의 안정성을 평가하기 위해서는 많은 노력과 비용이 들고, 경우에 따라서는 측정 불가능한 부분도 있으므로 이들 측정 자료의 빈약함과 오차는 반드시 고려되어야 할 사항이다. 본 논문에서는 정적자료와 동적자료를 사용하는 System Identification 기법에 의한 파라미터 추정과 손상 검색 알고리즘을 소개한다. 정적 자료와 동적 자료에 적합한 형태의 측정 오차를 고려하여 System Identification 기법의 방정식 오차함수와 응답 오차함수를 이용함으로써 트러스 구조물의 강성도와 손상을 추정하였고, 측정 자료가 빈약하고 오차가 포함되어 있는 손상된 구조물을 판단하기 위한 기준을 제시하기 위하여 몬테카를로 반복 시행에 근거한 측정치 섭동법을 수행하였다. 방정식 오차함수와 응답 오차함수에 다양한 형태의 오차를 첨가하여 시뮬레이션 환경에 맞는 오차의 형태를 추정한 결과 정적이나 동적 자료 모두 응답 오차함수에 의한 추정 결과가 방정식 오차함수를 이용한 것보다 월등함을 확인할 수 있었고, 응답 오차함수에 절대 오차를 고려한 경우가 정확도면에서 가장 좋은 결과를 가져왔다. 부재의 형태에 따른 추정 오차를 비교한 결과 트러스의 복재가 현재에 비해 상대적으로 큰 편차가 발생하여 현재에 비하여 추정값의 정확성이 저하되었고, 주어진 하중 및 측정 조건에 민감하게 반응하지 못하는 부재는 손상 추정에서 손상의 유무를 결정하기가 쉽지 않다는 것을 알 수 있었다.

Abstract Load bearing structural members in a wide variety of applications accumulate damage over their service life. During experiment much effort and cost is needed for measuring structural safety assessment. The sparseness and errors of measured data have to be considered during the safety estimation of structures. This paper introduces parameter estimation and damage identification algorithm by a system identification using static and dynamic response. The equation error estimator and response error widely used in system identification are based on the minimization of least squared error between measured and calculated responses by a mathematical model of a structure. Since each estimator has a specific form of application in noisy environment and proposes different definitions for these forms. To study the behaviour of the estimators in noisy environment Using Monte Carlo simulation, and a data measured perturbation scheme is adopted to investigate the influence of measurement errors on identification results. The assessment result by static and dynamic response were compared, and the efficiency and applicabilities of the proposed algorithm are demonstrated through simulated static and dynamic responses of a dimensional truss type structures.

Key Words : Safety Assessment, System Identification, Equation Error Function, Response Error Function, Monte Carlo Simulation

*교신저자 : 박우진(wjpark@seoil.ac.kr)

접수일 09년 09월 16일

수정일 09년 10월 09일

게재확정일 09년 10월 14일

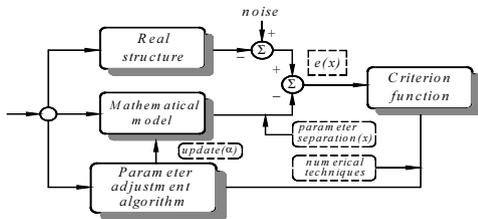
1. 서론

최근 자연재해로 인하여 구조물의 붕괴 사고가 많이 발생하고 있다. 천재지변으로 인한 구조물의 손상은 피할 수 없는 상황이지만 구조물이 충분한 강도와 내하력을 지니고 있다면 그 피해는 훨씬 줄어들 것이다. 구조물의 사용기간 동안 발생하는 손상은 피할 수 없는 것으로써 발견되지 못한 손상이나 보수되지 않은 손상은 그 구조물에 치명적인 결과를 초래하게 된다. 그러므로 손상을 입은 구조물들의 응답을 예측하기 위해서는 보다 많은 연구가 필요하며, 손상된 구조물에 대한 확인은 구조물의 유지 및 보수관리에 대한 결정을 내리는데 있어서 그 구조물의 이전 기능과 현재, 미래의 거동에 대한 정보를 추정할 수 있기 때문에 나아가서는 구조물의 내하력이나 공용년수를 판단하는 지표로 이용될 수 있다[3,5,9].

System Identification(S.I.) 기법은 많은 실험을 통하지 않고도 구조물의 현재 상태를 예측할 수 있는 효과적인 비파괴 검사 방법으로 알려져 있다. 일반적인 구조상의 위험은 구조물이 손상되어지는 동안 기하학적인 재료의 특성치 안에서 변수들의 강성 행렬의 변화로 표현되어지기 때문에 해석적으로 예측된 정동적 응답을 이용하면 구조물의 현재 상태를 대변할 수 있는 질량이나 강성도 행렬 등과 같은 해석적 모델의 파라미터 추정이 가능하다[3,9].

2. System Identification

System Identification 기법의 과정은 일반적으로 다음의 3단계로 구성되어 있다.



[그림 1] 시스템 확인 기법의 일반적인 절차

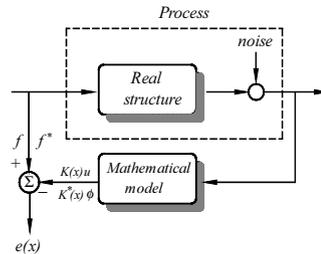
즉, 구조물의 수학적모델의 형태를 결정하고, 실제 구조물의 정적 및 동적 응답을 측정하기 위한 실험의 계획 정리 단계와 주어진 수학적모델과 측정된 응답을 사용하여 수학적모델에서 구조물의 손상도를 대변할 수 있는 미지의 파라미터를 분리하는 단계, 수학적모델과 파라미

터의 값들이 실제 구조물의 손상도에 얼마나 근접하고 신뢰성이 있으며 사용 가능한지를 판단하는 수학적 모델의 확인, 수정 작업 등의 3단계로 이루어져 있다[3,4,7].

2.1 방정식 오차함수와 응답 오차함수

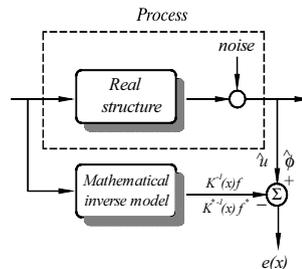
일반적인 정적 평형 방정식과 동적 평형 방정식으로부터 구조물의 손상도를 대변할 수 있는 파라미터 x 를 구하기 위해서는 비선형 제약 최적화 방법이 사용된다. 하중 경우의 수 nlc 와 측정된 진동 모드 수 nmd 는 측정 자료의 집합이라 볼 수 있는데, 이 경우 정적 측정 자료의 경우에는 하중 재하 경우가 되고, 동적 모드 해석에서는 측정 모드의 수가 된다. 수학적모델의 미지의 강성도는 구조물의 손상도를 나타내주며, 이 값은 목적 함수 J 를 최소화함으로써 얻을 수 있다. 이 때, 각 강성도는 범위가 구속되어 있으며, 오차함수는 모델과 실제 구조물이 얼마나 일치하는지를 나타내고 있다.

방정식 오차함수(Equation Error Function : EEF) $e(x)$ 는 실제 구조물에서 주어진 하중과 수학적모델에서 계산된 하중과의 차이로 나타내며 그림 2와 같이 표현된다.



[그림 2] 방정식 오차함수 : EEF

응답 오차함수(Response Error Function : REF) $e(x)$ 는 구조물의 측정된 변위와 수학적모델에서의 계산된 변위 사이에 차이로 정의되며, 이를 도식적으로 표현하면 그림 3과 같다.



[그림 3] 응답 오차함수 : REF

2.2 비선형 최적화 목적함수의 구성

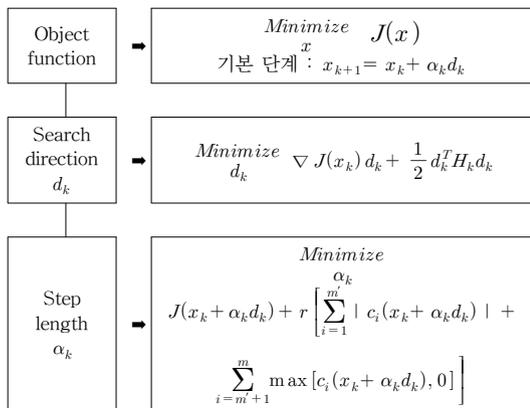
비선형 제약 최적화를 통하여 식(1)과 같이 최소 자승법(Least square method)에 근거하여 오차함수 e 를 가지는 목적함수가 구성된다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize}_x \quad & J(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \alpha_i \|e_i(x)\|^2 \\ \text{subject to} \quad & c(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

식(1)에서 N 은 정적 자료의 경우에는 하중 경우의 수 nlc 가 되고, 동적 자료인 경우에는 측정된 진동 모드의 수 nmd 가 된다. 목적 함수 J 는 각각의 하중 재하 경우와 측정 모드의 오차함수 e (EEE, REE)의 가중된 합이고, α_i 는 i 번째 하중조건과 진동 모드에 대한 가중치(Weighting factor)이다.

2.3 반복이차계획법

본 논문에서는 비선형 최적화 문제를 해결하기 위한 수치해석 방법으로 반복이차계획법(Recursive Quadratic Programming)을 사용하였다. 이 알고리즘은 비선형의 목적함수와 제약조건을 이차 계획법(Quadratic programming)으로 단순화시킨 문제의 해를 반복적으로 구한다[2,6]. 구조 시스템의 파라미터 추정에 관한 최적화 문제를 해결하기 위해 사용된 반복이차계획법 알고리즘은 다음과 같다.



[그림 4] 반복이차계획법

2.4 측정오차를 포함한 구조물 응답

실제 구조물의 응답을 측정하지 않고, 수학적모델에서 계산된 응답을 가지고 실측치를 만들기 위해서는 시뮬레

이션 자료에 비례오차(Proportional error)나 절대오차(Absolute error)의 전형적인 형태로 더해질 수 있다 [8,10]. 즉, 정적 자료의 경우 주어진 구조해석모델의 계산된 변위에 오차 벡터를 추가함으로써 일반화시킬 수 있고, 동적 자료의 경우도 마찬가지로 주어진 구조해석모델의 계산된 진동 모드에 오차 벡터를 추가함으로써 나타낼 수 있다[1,6]. 비례오차는 대상 자료에 원하는 만큼의 오차를 가할 수 있으며, 식(2), (3)과 같은 형태로 변위와 진동 모드에 더해진다.

$$u_i^t = u_{0i}(1 + \lambda \xi_i^t) \quad i = 1, \dots, \hat{n}_d, \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

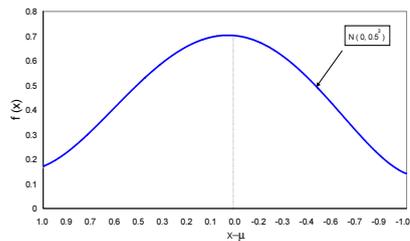
$$\phi_i^t = \phi_{0i}(1 + \lambda \xi_i^t) \quad i = 1, \dots, \hat{n}_d, \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

절대오차는 그 양에 상관없이 모의 측정치에 더해지며, 식(4), (5)와 같은 형태로 변위와 진동 모드에 더해진다.

$$u_i^t = u_{0i} + \lambda \xi_i^t \quad i = 1, \dots, \hat{n}_d, \quad t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$\phi_i^t = \phi_{0i} + \lambda \xi_i^t \quad i = 1, \dots, \hat{n}_d, \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

여기서, \hat{n}_d 는 서로 다른 하중 조건에 대하여 측정된 자유도 수이고, t 는 시뮬레이션에 대한 반복 횟수이다. λ 는 오차의 진폭(Amplitude)이고, ξ 는 i 번째 하중 또는 모드수에 대한 perturbation된 자료를 만드는 random noise 벡터로 그림 5와 같이 정규분포(Normal distribution)의 형태를 가지는 난수(Random number)이다.



[그림 5] 정규분포형상을 가지는 난수

2.5 측정치 오차를 고려한 목적함수의 구성

정적 자료를 이용한 경우 방정식 오차함수에 비례오차와 절대오차를 고려한 목적함수는 식(6), (7)과 같이 구할 수 있다.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{lc}} \alpha_i \sum_{j=1}^{n_d} (F_j^i + \lambda \sum_{k=1}^{\hat{n}_d} K_{jk}^* \xi_k^i u_k^i)^2 \quad (6)$$

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{lc}} \alpha_i \sum_{j=1}^{n_d} (F_j^i + \lambda \sum_{k=1}^{\hat{n}_d} K_{jk}^* \xi_k^i)^2 \quad (7)$$

정적 자료를 이용한 경우 응답오차함수에 비례오차와 절대오차를 고려한 목적함수는 식(8), (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{lc}} \alpha_i \sum_{j=1}^{\hat{n}_d} (\Delta_j^i - \lambda \xi_j^i u_j^i)^2 \quad (8)$$

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{lc}} \alpha_i \sum_{j=1}^{\hat{n}_d} (\Delta_j^i - \lambda \xi_j^i)^2 \quad (9)$$

동적 자료를 이용한 경우 방정식 오차함수에 비례오차와 절대오차를 고려한 목적함수는 다음과 같이 재구성된다.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{md}} \alpha_i \sum_{j=1}^{n_d} (F_j^{*i} + \lambda \sum_{k=1}^{\hat{n}_d} K_{jk}^* \xi_k^i \phi_k^i)^2 \quad (10)$$

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{md}} \alpha_i \sum_{j=1}^{n_d} (F_j^{*i} + \lambda \sum_{k=1}^{\hat{n}_d} K_{jk}^* \xi_k^i)^2 \quad (11)$$

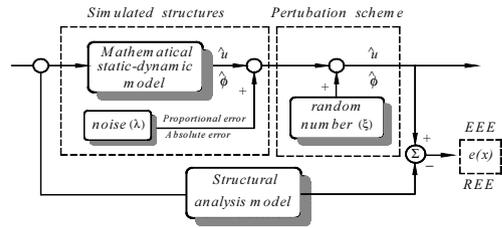
동적 자료를 이용한 경우 응답 오차함수에 비례오차와 절대오차를 고려한 목적함수는 식(12), (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{md}} \alpha_i \sum_{j=1}^{\hat{n}_d} (\Delta_j^{*i} - \lambda \xi_j^i \phi_j^i)^2 \quad (12)$$

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{md}} \alpha_i \sum_{j=1}^{\hat{n}_d} (\Delta_j^{*i} - \lambda \xi_j^i)^2 \quad (13)$$

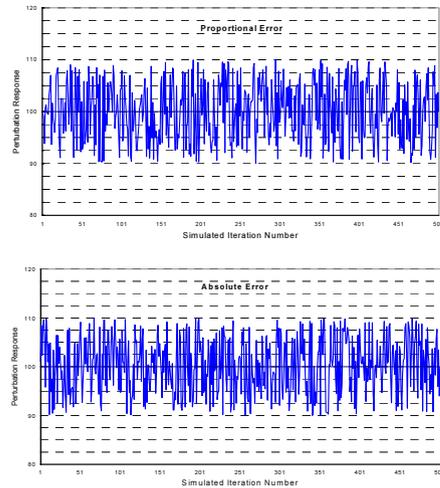
2.6 몬테카를로 시뮬레이션

실제 측정치 없이 파라미터 추정을 위해서는 실험 구조물의 실제 거동을 모방할 수 있는 시뮬레이션(Simulation)환경을 만들 필요가 있는데, 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation)은 이러한 문제들에 있어 매우 유용한 방법 중 하나이다.[3,8,10] 시뮬레이션에서는 파라미터 추정치들에 충분한 통계적 의미가 부여될 때까지 몬테카를로 시뮬레이션 과정과 측정치 Perturbation 과정이 반복 수행된다. 이 과정이 끝나면 각 부재의 파라미터에 대한 평균오차와 표준편차가 구해질 수 있고, 이 값들은 구조물의 손상을 결정하기 위해 사용된다.



[그림 6] 구조물 실제 응답의 시뮬레이션

그림 7은 측정치 Perturbation에 의한 응답값의 변화를 살펴기 위해 구조해석의 응답을 100이라 가정할 때, 100의 값에 10%의 임의오차를 준 자료를 측정 자료로 가정하고 그 자료에 비례오차와 절대오차를 고려한 500번의 측정치 Perturbation을 수행하여 그 거동 특성을 살펴본 것이다.



[그림 7] 측정치 Perturbation에 의한 응답의 변화

2.7 추정 오차의 분석

동적, 정적 자료를 사용한 S.I. 기법을 이용하면 구조물의 파라미터와 손상을 추정할 수 있는데, 추정된 기본 모델의 정확도를 정량적으로 산정하기 위해서는 다음과 같은 지표들을 사용할 수 있다. 추정오차는 추정된 파라미터의 신뢰성을 검증할 수 있으며, 자료의 불확실성은 서로 다른 실험상의 입, 출력 자료를 비교함으로써 하나의 값으로 정량화 될 수 있다. 파라미터 실제값의 편기(bias)는 파라미터 추정에서 실제값과 기준값과의 차이이며, 식(14)와 같은 비율로 표현된다.

$$BIAS(x) = \frac{\{x\} - \{x_t\}}{\{x_t\}} \times 100 \quad (14)$$

여기서, \bar{x} 는 파라미터 추정치의 평균값이고, x_t 는 파라미터의 기준값이다. 총평균오차는 식(14)의 평균값으로 식(15)와 같이 정의된다.

$$GPE(x) = \frac{1}{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} |BIAS(x)| \quad (15)$$

총표준편차는 파라미터 편기로부터 다음과 같이 표현된다.

$$GSD(x) = \sqrt{\frac{1}{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} (|BIAS(x)| - GPE(x))^2} \quad (16)$$

이러한 방법으로 추정된 파라미터에서 오차에 대한 통계는 하나의 총평균오차와 하나의 총표준편차를 사용하여 나타낼 수 있다.

2.8 구조물의 안정성 평가

파라미터의 민감도(Sensitivity)는 구조적인 문제가 아니라 하중 조건과 측정 위치에 종속적이며 특정 조건에서 비민감한 부재도 손상되었을 수도 있다.[4,5,8] 따라서, 이런 파라미터들의 손상도 어느 정도 판단할 수 있는 기준이 필요한데, 이런 기준이 되는 지수로 본 논문에서는 식(17)의 손상지수와 식(18)의 변동지수를 사용하였다.

$$DME(x) = \frac{|\{x_m\} - \{x_t\}|}{\{x_t\}} \quad (17)$$

$$FLE(x) = \frac{|\{x_m\} - \{x_t\}|}{\sigma_m} \quad (18)$$

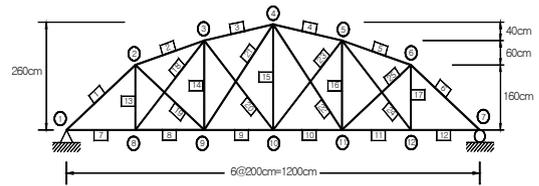
여기서, \bar{x}_m 는 몬테카를로 시뮬레이션에 따른 부재 파라미터의 평균값, x_t 는 기준값, σ_m 은 몬테카를로 시뮬레이션에 따른 표준편차이다.

3. 수치해석

3.1 대상구조물

본 연구의 적정성을 검증하기 위하여 정적 및 동적 자료를 사용할 경우 S.I. 기법 중 방정식 오차함수와 응답 오차함수를 이용하여 수치해석을 수행하였다. 수치해석 모델로는 그림 8에 나타난 것과 같이 25개의 부재와 12개의 절점, 21개의 자유도를 갖는 이상화된 곡현 트러스를 사용하였다. 이 트러스 부재는 각각 1개씩의 구성 특성치인 부재 단면적을 갖고 있어 파라미터의 최대수는

25개가 된다.



[그림 8] 수치해석 모델

곡현 트러스의 단면적은 표 1에서 정의된 바와 같이 동일한 부재 특성을 가지는 부재들을 하나로 묶는 파라미터 그룹핑을 사용하여 4개의 서로 다른 단면적 즉, 상현재, 하현재, 수직재, 사재로 구분하고 이들의 공칭 단면적을 파라미터 추정을 위한 기준값으로 정하였다.

[표 1] 곡현 트러스의 제원

부재 형태	부재 번호	단면적 (cm ²)	탄성 계수 (kgf/cm ²)	단위 길이당 질량 (kgf·sec ² /cm)
상현재 (A1)	1, 2, 3 4, 5, 6	18.0	2.0×10 ⁶	1.0
하현재 (A2)	7, 8, 9 10, 11, 12	15.0	2.0×10 ⁶	1.0
수직재 (A3)	13, 14 15, 16, 17	10.0	2.0×10 ⁶	1.0
사재 (A4)	18, 19 20, 21, 22 23, 24, 25	12.0	2.0×10 ⁶	1.0

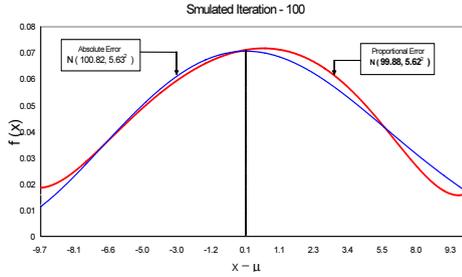
3.2 시뮬레이션을 통한 반복 시행

모의실험에서는 몬테카를로 시뮬레이션과 측정치 Perturbation 과정에 필요한 반복 시행 횟수를 결정하여야 하므로 본 논문에서는 100의 값에 10% 범위의 비례오차와 절대오차를 고려하고 100, 200, 300, 400, 500번의 Perturbation 반복을 시도하였다. 각 반복 횟수에 따른 평균값과 표준편차를 표 2에 나타내었다.

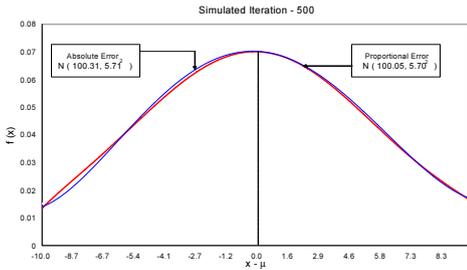
[표 2] 반복에 따른 평균값과 표준편차

반복 횟수	비례오차		절대오차	
	평균값 (μ)	표준편차 (σ)	평균값 (μ)	표준편차 (σ)
100	99.88	5.62	100.82	5.63
200	99.96	5.95	100.35	5.63
300	100.58	5.72	100.06	5.61
400	100.22	5.58	100.16	5.79
500	100.05	5.70	100.31	5.71

그림 9와 그림 10은 100번, 500번의 Perturbation 반복에 따른 정규분포를 나타낸 그림이다.



[그림 9] 100번 반복에 따른 오차의 거동



[그림 10] 500번 반복에 따른 오차의 거동

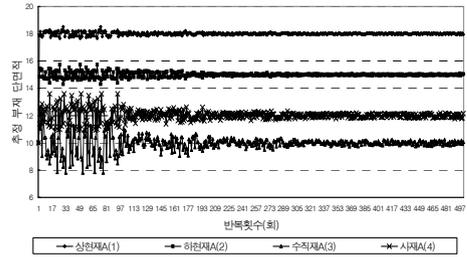
그림 9와 그림 10을 살펴보면 시뮬레이션에서 측정치 Perturbation에 필요한 오차는 대체적으로 100번의 반복 횟수를 통하면 정규분포의 양상을 띠는 것을 관찰할 수 있다. 본 연구는 각 오차함수에 적용 가능한 오차의 형태를 결정하기 위한 시뮬레이션이므로 비례오차와 절대오차의 정규분포 형상과 표준편차가 비슷해지는 500번의 반복 횟수를 측정치 Perturbation을 위하여 사용하였다.

3.3 정, 동적응답을 이용한 강성도 추정

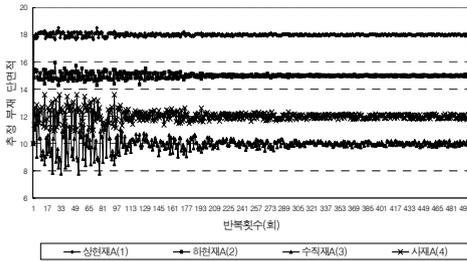
3.3.1 정적 응답을 이용한 강성도 추정

S.I. 기법의 효율성과 정확도 검증을 위한 수치 시뮬레이션에서는 트러스 부재의 파라미터인 강성도를 추정하기 위하여 부재의 탄성계수와 길이는 일정하다고 가정하고, 부재의 단면적을 추정 파라미터의 크기로 가정하여 해석을 수행하였다. 수치해석에 사용된 곡면 트러스는 하중 경우의 수는 3이고($nlc = 3$), 측정된 자유도의 수는 트러스 모델에서 측정 가능한 하현재 절점들로부터 7개의 자유도($\hat{n}_d = 7$)를 선택하였다.

방정식 오차함수에 비례오차와 절대오차를 첨가하여 구한 트러스 구조물의 perturbation 반복 시행에 따른 추정값의 변화를 그림 11, 그림 12에 도시하였다.



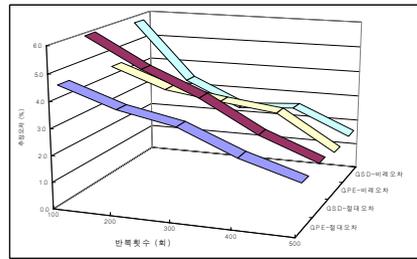
[그림 11] Perturbation 반복에 따른 추정값의 변화 (정적-EEF-비례오차)



[그림 12] Perturbation 반복에 따른 추정값의 변화 (정적-EEF-절대오차)

그림 11과 그림 12에 의하면 반복 시행횟수가 대략 100회를 넘어가면 수렴의 양상을 띠는 것을 알 수 있다. 500번의 측정치 섭동 작업을 통한 시뮬레이션 과정에서 추정값의 진폭을 보면 현재에 비해 복재의 진폭이 크고, 상대적으로 큰 편기를 가지고 있어 현재에 비해 추정의 정확성이 떨어진다는 것을 관찰할 수 있다.

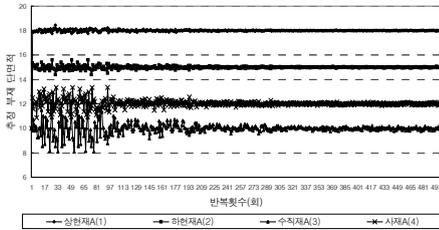
방정식 오차함수를 사용하여 구한 트러스 구조물의 추정오차에 대한 이력곡선은 그림 13과 같다.



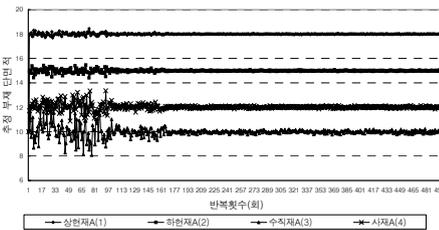
[그림 13] 추정오차 이력곡선(정적-EEF)

그림 13에 의하면 비례오차를 사용한 경우의 총평균 오차와 총표준편차는 각각 1.624%와 1.717%가 되어 절대오차를 사용한 1.731%, 1.815%의 경우에 비해 비교적 정확한 값에 수렴함을 알 수 있다. 그러나 측정치 섭동에

따른 반복 과정을 살펴보면 비례오차를 고려한 경우보다는 절대 오차를 고려한 경우가 수렴에 있어서는 보다 안정적으로 거동하는 것으로 파악되었다.

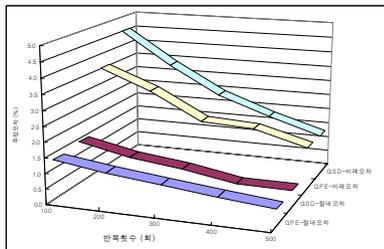


[그림 14] Perturbation 반복에 따른 추정값의 변화 (정적-REF-비례오차)



[그림 15] Perturbation 반복에 따른 추정값의 변화 (정적-REF-절대오차)

그림 14와 그림 15는 응답 오차함수에 일정한 진폭을 가진 비례오차와 절대오차를 부가한 perturbation 반복 시행에 따른 트러스의 추정값의 변화이다. 이 그림을 보면 응답 오차함수를 사용한 경우도 방정식 오차함수와 마찬가지로 현재에 비해 복재가 파라미터 추정에서 상대적으로 큰 진폭을 가진 편기값을 나타내므로 현재에 비해 추정의 정확성이 떨어지는 것으로 확인되었다.



[그림 16] 추정오차 이력곡선 (정적-REF)

그림 16의 추정오차에 대한 이력곡선을 보더라도 응답 오차함수에 절대오차를 첨가한 경우의 총평균오차와 총표준편차가 각각 0.532%와 0.537 %를 나타내어 비례 오차를 사용한 1.412%, 1.352%의 경우보다 적은 양의 추

정오차를 가지는 것으로 관찰되었다. 방정식 오차함수를 이용하여 트러스 구조물의 파라미터를 추정할 경우 비례 오차나 절대오차의 사용 여부에 따른 추정오차는 큰 차이를 보이지 않는 반면에, 응답 오차함수를 이용한 경우에는 절대오차를 고려한 경우가 비례오차의 경우보다 훨씬 안정적으로 정확한 값에 수렴하고 있음을 볼 수 있다.

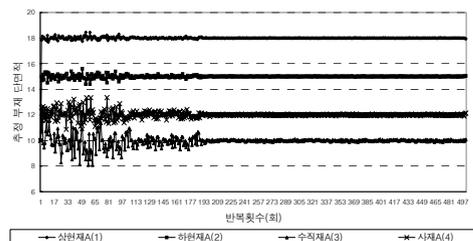
3.3.2 동적 응답을 이용한 강성도 추정

동적 자료를 이용한 수치 실험에서는 고유치와 진동 모드를 이용하여 트러스의 파라미터인 강성도를 추정하였다. 트러스의 단면적은 표 1에서 정의된 바와 같이 정적 자료와 같은 구조물을 설정하였다. 일반적으로 수치 해석에 사용된 구조물의 질량은 절점에서의 집중 질량 (lumped mass)과 부재 밀도에 의한 분포 질량(consistence mass)으로 분류되는데, 본 해석에서는 집중 질량의 형태로 입력하였다.

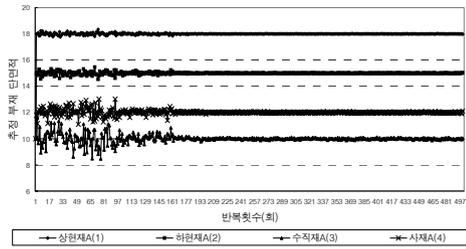
[표 3] 곡형 트러스의 집중질량

절 점	x 방향	y 방향	절 점	x 방향	y 방향
1	0.00	0.00	7	3805.1	3805.1
2	6521.1	6521.1	8	5583.9	5583.9
3	8382.8	8382.8	9	7604.9	7604.9
4	8907.6	8907.6	10	7867.9	7867.9
5	8382.8	8382.8	11	7604.9	7604.9
6	6521.1	6521.1	12	5583.9	5583.9

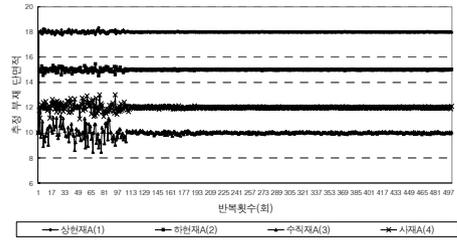
진동모드를 측정하는 위치는 파라미터의 추정 결과에 밀접한 영향을 끼치므로, 모든 부재의 거동을 살필 수 있도록 각 부재와 관련이 있는 자유도에서 진동모드를 측정하는 것으로 하였다. 그러므로 1, 2, 3차 진동 모드 ($nmd = 3$)에 대하여 고유치 및 진동 모드를 취하였고, 측정된 자유도의 수는 정적 자료를 이용한 방법과 비교하기 위해 마찬가지로 7개의 자유도($\hat{n}_d = 7$)를 선택하였다. 방정식 오차함수에 비례오차와 절대오차를 첨가하여 구한 트러스 구조물의 perturbation 반복 시행에 따른 추정값의 변화를 그림 17, 그림 18에 도시하였다.



[그림 17] Perturbation 반복에 따른 추정값의 변화 (동적-EEF-비례오차)

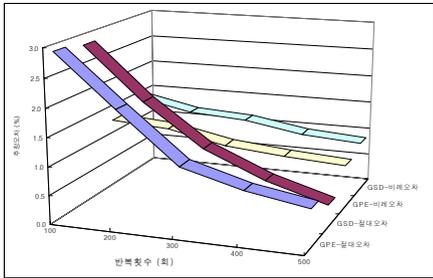


[그림 18] Perturbation 반복에 따른 추정값의 변화 (동적-EEF-절대오차)

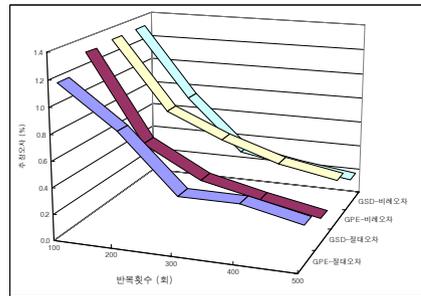


[그림 21] Perturbation 반복에 따른 추정값의 변화 (동적-REF-절대오차)

그림 18, 그림 19에 의하면 동적 자료를 이용한 경우도 정적 자료를 이용한 경우와 마찬가지로 현재의 추정값에 대한 진폭이 복재에 비해 상대적으로 적어 복재보다 정확한 값을 추정한다는 것을 확인할 수 있었다.



[그림 19] 추정오차 이력곡선(동적-EFE)

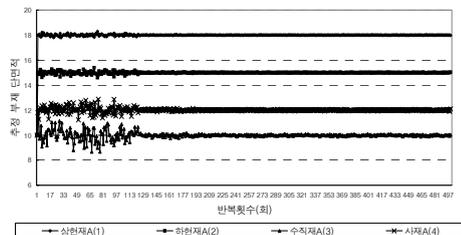


[그림 22] 추정오차 이력곡선(동적-REF)

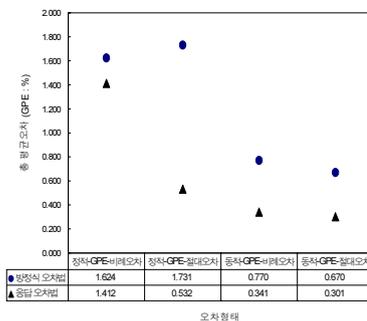
그림 20, 그림 21을 살펴보면 앞의 3가지 경우에 비해 가장 빠르고 안정적인 수렴을 보이는 것을 관찰할 수 있고, 역시 현재가 복재에 비해 적은 편기를 가지고 보다 민감하게 기준값을 찾아가는 것을 확인할 수 있다. 그림 22에 의하면 응답 오차함수를 사용한 경우도 방정식 오차함수와 마찬가지로 절대오차를 사용한 경우의 총평균 오차와 총표준편차가 각각 0.300%와 0.190%가 되어 비례오차를 사용한 0.341%, 0.203%의 경우에 비해 정확한 값에 수렴하는 것으로 파악되었고, 가장 작은 추정오차를 발생함을 알 수 있었다.

추정오차에 대한 이력곡선인 그림 19를 살펴보면 적은 추정오차로 트러스의 기준값에 정확하게 수렴함을 알 수 있었다. 또한 절대오차를 사용한 경우의 총평균오차와 총표준편차가 각각 0.670%와 0.388%가 되어 비례오차를 사용한 0.770%, 0.898%의 경우에 비하여 정확한 값에 수렴하고 있음을 볼 수 있다.

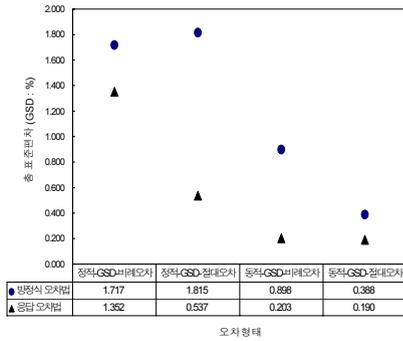
응답 오차함수에 비례오차와 절대오차를 첨가하여 구한 트러스 구조물의 perturbation 반복 시행에 따른 추정값의 변화를 그림 20, 그림 21에 나타내었고, 추정오차에 대한 이력곡선은 그림 22와 같다.



[그림 20] Perturbation 반복에 따른 추정값의 변화 (동적-REF-비례오차)



[그림 23] 정적과 동적 자료에 의한 총평균오차



[그림 24] 정적과 동적 자료에 의한 총표준편차

그림 23과 그림 24는 정적, 동적 자료에 의한 파라미터 추정의 결과를 방정식 오차함수와 응답 오차함수에 의한 결과와 구분하여 나타낸 그림으로 정적 자료와 동적 자료를 사용한 경우 모두 오차의 형태와는 상관없이 응답 오차함수를 이용하여 파라미터를 추정된 결과가 방정식 오차함수를 이용한 추정 결과보다 정확도면에서 우수하다는 것을 알 수 있었다.

3.4 정, 동적응답을 이용한 손상도 추정

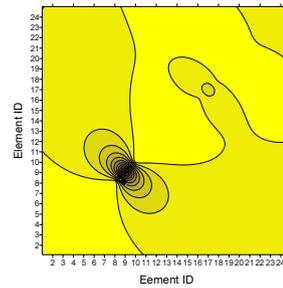
3.4.1 정적 응답을 이용한 손상도 추정

SI. 기법을 이용하여 구조물의 안전성 평가 기준인 손상도를 추정하기 위하여 수치 모델인 트리스 구조물에 부재의 균열로 인한 단면의 감소를 부재의 손상으로 가정하였다. 본 논문에서 제안된 방정식 오차함수와 응답 오차함수 중 정확성이 검증된 응답 오차함수를 이용하여 손상이 발생한 부재의 위치와 손상 정도를 평가하였다. 수치해석에서는 트리스 부재의 손상 부위를 추정하기 위해 모든 부재의 강성도를 대표하는 단면적을 파라미터로 추정을 하였고, 손상의 형태는 핀 연결부 부재의 균열로 인한 단면적 감소를 부재 손상으로 고려하였다. 손상 진단에 사용된 트리스 구조물에 대하여 수치해석에서는 표 4에 나타난 것과 같이 정적 및 동적 응답에 관하여 각각 3가지 경우의 모드를 가정하여 손상을 예측하였고, 이때 손상 가정된 부재는 원래의 단면을 감소시켰다.

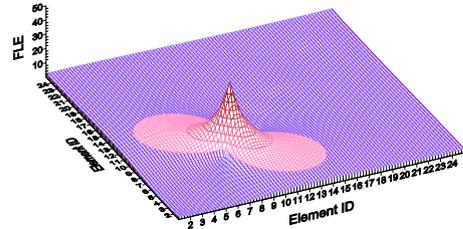
정적 응답을 이용한 손상 추정에는 10개의 하중경우의 수($n_{lc} = 10$)와 자유도는 7개소($\hat{n}_d = 7$)에서 측정한 것으로 가정하였고, SI. 기법 중 응답 오차함수를 이용하여 손상이 발생한 부재의 위치와 손상 정도를 평가하였다.

[표 4] 손상 경우

손상 경우	손상 형태	부재	기준값 (cm^2)	가정값 (cm^2)	손상율 (%)
경우 1	Single damage	9	15	5	66.7
		9	15	5	66.7
경우 2	Multiple damage	15	10	4	60.0
		15	10	4	60.0
경우 3	Multiple damage	9	15	10	33.3
		10	15	10	33.3
		15	10	7	30.0
		20	12	8	33.3
		23	12	8	33.3



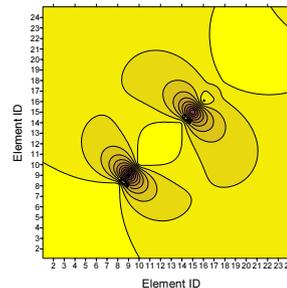
(a) 손상지수 (DME)



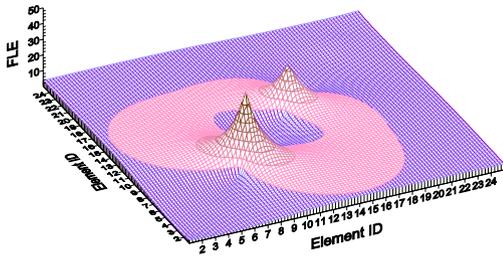
(b) 변동지수 (FLE)

[그림 25] 손상 경우 1 (정적)

그림 25의 손상지수와 변동지수의 그림을 살펴보면 9번 부재가 손상되어 있음을 명백히 확인할 수 있었다.



(a) 손상지수 (DME)

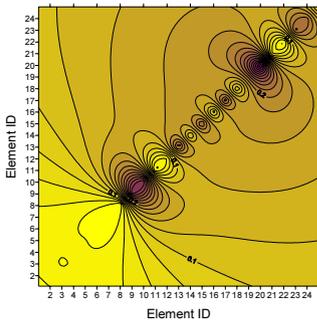


(b) 변동지수 (FLE)

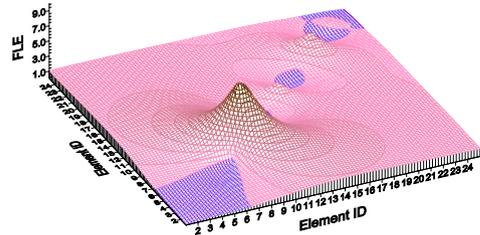
[그림 26] 손상 경우 2 (정적)

그림 26을 살펴보면 하현재나 수직재의 손상이 클 경우에는 손상지수를 통해서 손상 부재를 쉽게 탐지할 수 있다는 것을 알 수 있다. 그러나 손상 정도가 작은 경우에는 손상을 입지 않은 17번, 22번, 24번 부재의 손상지수가 상대적으로 큰 값을 갖게 된다는 것을 알 수 있다. 그러나 변동지수를 살펴보면 확실하게 9번 부재와 15번 부재의 변동지수가 커 손상을 입은 부재임을 쉽게 구별된다.

그림 27의 손상지수를 살펴보면 손상의 정도가 작은 경우에는 손상을 입은 9, 10, 15, 20, 23번 부재의 손상을 어느 정도 탐지하지만, 비손상 부재인 13, 17, 19, 24번 부재의 손상지수가 매우 커서 각 부재의 정확한 손상 탐지는 어렵다는 것을 보여주고 있다. 그러나 변동지수를 살펴보면 확실하게 손상을 입은 부재의 변동지수가 커 손상을 입은 부재임을 확인할 수가 있다. 그러므로 복합 부재들이 동시에 작은 양의 손상을 입는다면 손상지수만으로는 손상의 위치와 크기를 파악하기 매우 어렵기 때문에 이 경우에는 변동지수를 통하여 손상이 존재하는 부재를 판단하는 것이 바람직하다는 것을 알 수 있다.



(a) 손상지수 (DME)



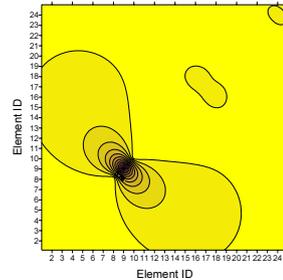
(b) 변동지수 (FLE)

[그림 27] 손상 경우 3 (정적)

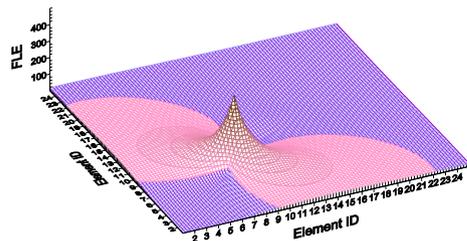
3.4.2 동적 응답을 이용한 손상도 추정

동적 응답을 이용한 트러스 구조물의 손상 진단 알고리즘을 정적 응답을 이용한 결과와 비교하기 위해 응답 오차함수를 이용하여 손상이 발생한 부재의 위치와 손상을 평가하였다. 동적 응답을 이용한 손상 추정에서는 고차모드의 활성화된 정보를 이용하고 추정의 정확성을 기하기 위하여 1~10차까지의 진동 모드($nmd=10$)를 사용하였고, 측정 자유도는 정적 응답과 동일하게 7개의 자유도($\hat{n}_d=7$)를 선택하였다.

그림 28의 손상지수와 변동지수를 살펴보면 정적 응답을 이용한 경우와 동일하게 9번 부재의 손상지수와 변동지수가 다른 부재에 비하여 훨씬 크게 나타나 손상 부재임을 쉽게 확인할 수 있었다.

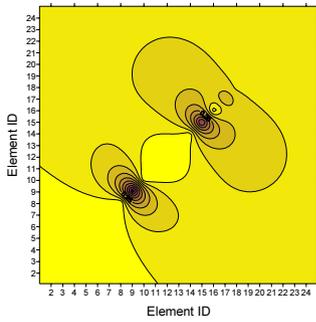


(a) 손상지수 (DME)

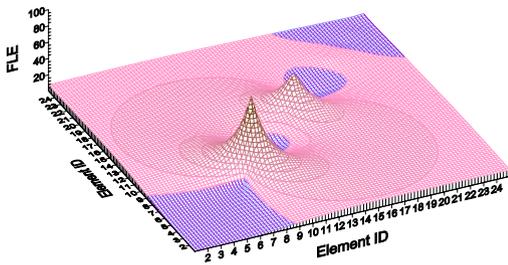


(b) 변동지수 (FLE)

[그림 28] 손상 경우 1 (동적)



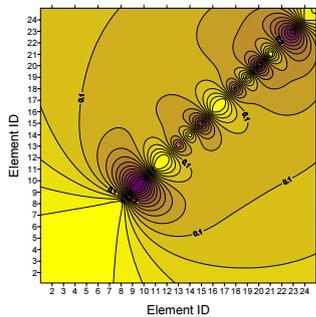
(a) 손상지수 (DME)



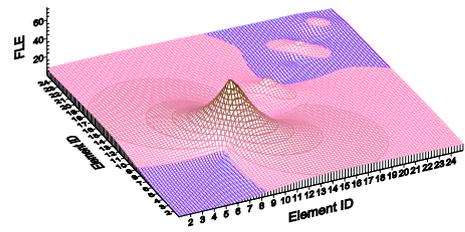
(b) 변동지수 (FLE)

[그림 29] 손상 경우 2 (동적)

그림 29의 손상지수를 살펴보면 손상 부재인 9번, 15번 부재의 손상지수가 다른 부재에 비하여 매우 커 어느 정도 손상을 탐지할 수 있지만, 비손상 부재인 17번~25번 부재의 손상도 의심이 되며, 정적 응답을 이용한 결과보다 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있다. 그러나 변동지수를 살펴보면 손상 부재의 변동지수가 다른 부재보다 현저하게 증가하여 손상이 쉽게 확인되므로, 손상지수에 비해 비교적 정확하게 손상된 부재를 찾아내었다.



(a) 손상지수 (DME)



(b) 변동지수 (FLE)

[그림 30] 손상 경우 3 (동적)

그림 30의 손상지수를 살펴보면 손상을 입은 부재뿐만 아니라 손상을 입지 않은 부재의 손상지수도 현저하게 증가하여 부재의 손상을 파악하기가 매우 어려운 것으로 관찰되지만 손상을 입은 부재의 변동지수가 비손상 부재에 비하여 상대적으로 커 손상을 쉽게 탐지할 수 있었다. 이 같은 사실로부터 작은 양의 손상이 여러 부재에 복합적으로 발생한 경우에는 손상지수만으로는 부재의 손상을 판별하기 어렵고, 변동지수를 통해서 확인할 수 있다는 것을 알 수가 있었다.

4. 결론

본 논문에서는 구조물의 정적 자료와 동적 자료를 사용하는 System Identification 기법인 방정식 오차함수와 응답 오차함수를 이용하여 트러스 구조물의 파라미터인 강성도와 손상을 추정하였다. 이를 위하여 몬테카를로 반복 시행에 근거한 측정치 섭동법을 수행하였고, 비선형 최적화 과정에서는 정의된 오차함수를 최소 자승법에 기초하여 목적함수를 구성한 뒤, 미지 파라미터를 반복적 계산과정을 통하여 최소화시키는 반복이차계획법을 적용하였다. 또한 방정식 오차함수와 응답 오차함수에 다양한 형태의 오차를 첨가하여 모의실험 환경에 맞는 오차의 형태를 제안하였고, 제안된 모든 방법을 정적 자료와 동적 자료를 이용한 경우에 대하여 비교, 검토하여 각 자료의 사용성과 효율성을 검증하였다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 연구 결과를 얻었다.

- (1) 트러스 구조물의 강성도 추정에서 정적자료와 동적자료를 사용한 경우 모두 응답 오차함수를 이용하여 파라미터를 추정한 결과가 방정식 오차함수를 이용한 추정결과보다 정확도면에서 우수함을 알 수 있었다.
- (2) 방정식 오차함수를 사용한 경우에는 정적 자료에서는 비례오차, 동적 자료에는 절대오차를 고려한 경우가 추정오차가 적었고, 응답 오차함수를 이용

한 경우에는 정적, 동적 모두 절대오차를 고려한 경우가 정확한 값에 수렴함을 확인하였다.

- (3) 트러스 구조물의 손상 추정에서 정적, 동적 자료를 사용한 경우 모두 손상이 매우 큰 경우에는 손상된 부재를 쉽게 찾아내지만, 작은 양의 손상이 복합적으로 발생한 경우에는 측정 오차가 손상의 결과를 좌우하는 것으로 관찰되었다.
- (4) 동적 자료의 경우 구조물의 손상을 파악하기 위해서는 손상의 정보를 포함하고 있는 고차모드의 정보가 반드시 필요하다는 것을 알 수 있었다.

참고문헌

[1] 강기준, 김병삼, “전단변형이론 및 미분구적법을 이용한 곡선보의 내평면 진동해석”, 산학기술학회 논문지, 제7권, 제5호, pp.793-800, 2006.

[2] 김대규, “계측 및 수치해석에 의한 연약지반의 측방 유동 연구”, 산학기술학회 논문지, 제6권, 제5호, pp.423-427, 2005.

[3] Banan M. R., and Hjelmstad K. D., "Identification of structural systems from measured response", SRS report No. 579, Dept. of Civil Eng., Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, May, 1993.

[4] Duan W., and Achintya Haldar., "System identification with limited observations and without input", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 123, No. 5, May, pp. 504-511, 1997.

[5] Lee, H. S., Kim, Y. H., Park C. J., and Park, H. W., "A new spatial regularization scheme for the identification of the geometric shape of an inclusion in a finite body", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 43, pp. 973-992, 1999.

[6] Li, Y. Y., Yam, L. H., "Sensitivity analysis of sensor location for vibration control and damage detection of thin-plate systems", Journal of Sound and Vibration, Vol. 240, No. 4, pp. 623-636, 2001.

[7] Loukas Papadopoulos and Ephraim Garcia, "Structural damage identification: A Probabilistic Approach", AIAA Journal, Vol. 36, No. 11, November, pp. 2137-2145, 1998.

[8] Rube'n L., Boroschek and Fernando V. Ya'ñez., "Experimental verification of basic analytical assumptions used in the Analysis of Structural Wall Building", Engineering Structures 22, pp. 657-669, 2000.

[9] Shin, S, B., "Comparison of input residual and output

residual schemes in parameter estimation of structural system", Dept. of Civil Engineering, Univ. of Illinois at Urban-champaign, 1991.

- [10] William, M. Bulleit., "Probability analysis of wood trusses", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 10, October, pp. 3008-3025, 1991.

박 우 진(Woo-Jin Park)

[정회원]



- 1993년 2월 : 단국대학교 공과대학 토목공학과 (공학사)
- 1995년 2월 : 단국대학교 일반대학원 토목공학과 (공학석사)
- 2001년 8월 : 단국대학교 일반대학원 토목공학과 (공학박사)
- 2004년 3월 ~ 현재 : 서일대학 토목과 교수

<관심분야>

System Identification, Optimum Structural Design