

직선배관 타원변형을 고려한 엘보우 거동

이상호^{1*}, 송현섭¹
¹단국대학교 토목환경공학과

Behavior of Elbows with Ovalization of the Tangential Pipes

Sang Ho Lee^{1*} and Hyeon Seob Song¹

¹Dept. of Civil Engineering, Dankook University

요 약 단면의 타원변형을 고려할 수 있는 요소를 사용하여 엘보우의 기하학적 비선형 거동을 설명하고 직선배관의 타원변형이 엘보우에 미치는 영향을 파악하였다. 또한 직선배관의 길이와 엘보우 휨 각도 사이의 관계를 파악하여 ASME 코드 식의 보완점과 올바른 해석결과를 얻는데 필요한 직선배관의 길이를 제시하였다.

Abstract The effects of the ovalization of the tangential pipes to the elbows are analyzed. The geometric nonlinear behaviors of the elbows are shown with the element capable of ovalization. The relationships between the length of the tangential pipes in the models and the bend angles of the elbows are analyzed to supplement the ASME code. And the proper length of the tangential pipes for the elbow models are suggested.

Key Words : Curved Pipes, Elbow, Ovalization

1. 서론

배관망은 직선배관과 이들을 연결하는 곡선배관으로 이루어져 있다. 이중 곡선 배관은 배관의 진행방향을 변화시키기 위해 사용되며 이러한 곡선배관을 엘보우(elbow)라 한다.

곡선배관은 동일한 단면의 직선배관보다 유연성이 크며 이러한 엘보우의 유연성을 찾기 위한 노력이 Von Karman[1]에 의해 최초로 시도 되었다. 이후 Hovgaard[2], Beskin[3], Wahl[4]은 에너지법을 그리고 Rodabaugh et al[5], Thomson et al[6], Whatham[7]은 박막 이론(thin shell theory)을 이용하여 엘보우의 거동파악을 수행 하였다. 그러나 이들 해법은 엘보우의 거동을 단순화 한 후 에너지법이나 박막 이론을 적용하여 유도된 식으로, 하중이나 경계조건이 단순한 경우에만 적용할 수 있는 해법이다.

배관망에는 다양한 형식의 엘보우가 존재하며, 설계시 고려해야 할 하중 조건에 따라 하중의 상태도 복잡해질 수 있다. 또한 엘보우는 직선배관에 연결되어 있어 이들과의 상호작용도 고려하여야 하나 이들 모두를 고려할

수 있는 이론적 정해법(theoretical closed form solution)을 찾는 것은 대단히 어려운 문제이다. 이에 본 연구에서는 단면의 타원변형을 고려할 수 있는 요소를 사용하여 경계면 부위 직선배관의 거동을 파악하고 이러한 직선배관의 거동이 엘보우에 미치는 영향을 엘보우의 휨 각도에 따라 분석한다. 또한 해석결과를 ASME 코드 식의 결과와 비교하여 보완점을 제시한다.

2. 코드 식

ASME Boiler and Pressure Vessel 코드의 Section III[8]에는 핵발전소의 배관 및 그 부속기기에 대한 설계방식이 규정되어 있다. Section III에는 상세설계와 간편설계 두 가지 방법이 규정되어 있으며, NB-3200에는 상세설계법이 그리고 NB-3600에는 간편설계법이 규정되어 있다. 배관의 상세설계는 전체 배관망의 유한요소해석을 통하여 이루어지나, 코드에 설계규정이 명시되어 있는 곡선배관의 경우에는 대부분 간편설계를 통하여 이루어지고 있다. 간편설계 시 곡선배관의 응력을 구하는 방법은

*교신저자 : 이상호(shlee@dankook.ac.kr)

접수일 10년 10월 20일

수정일 10년 11월 23일

게재확정일 10년 12월 17일

곡선배관과 동일한 단면과 길이를 갖고 있는 직선배관의 응력을 구한 후 코드에 명시되어 있는 응력계수(stress indices)를 곱하는 방식을 사용하고 있다.

관련설계법이 규정되어 있는 ASME NB-3600의 표 NB-3685.1-2에는 경계점이나 보강재로부터 떨어진 곳에 위치한 단면의 내 외측 그리고 두께 중심의 응력을 구할 수 있는 응력계수의 값들이 단순 상수가 아닌 엘보우 단면의 둘레각에 대한 함수의 형태로 다음과 같이 나타나 있다[8].

$$\begin{aligned}
 \text{외벽 후우프} &: \sigma_n = (\nu\sigma_{tm} + \sigma_{nb}) \\
 \text{중앙 후우프} &: \sigma_n = \nu\sigma_{tm} \\
 \text{내벽 후우프} &: \sigma_n = (\nu\sigma_{tm} - \sigma_{nb}) \\
 \text{외벽 축방향} &: \sigma_t = (\sigma_{tm} + \nu\sigma_{nb}) \\
 \text{중앙 축방향} &: \sigma_t = \sigma_{tm} \\
 \text{내벽 축방향} &: \sigma_t = (\sigma_{tm} - \nu\sigma_{nb})
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \sigma_{tm} = & \sin\phi + [(1.5X_2 - 18.75) \sin 3\phi \\
 & + 11.25 \sin 5\phi] / X_4
 \end{aligned}$$

$$\sigma_{nb} = \lambda (9X_2 \cos 2\phi + 225 \cos 4\phi) / X_4$$

$$X_1 = 5 + 6\lambda^2 + 24\psi$$

$$X_2 = 17 + 600\lambda^2 + 480\psi$$

$$X_3 = X_1 X_2 - 6.25$$

$$X_4 = (1 - \nu^2)(X_3 - 4.5X_2)$$

$$\psi = P_i R^2 / (E r t_m)$$

위의 식에서 λ 는 엘보우계수(elbow factor)로 엘보우의 거동을 이론적 정해법으로 구하는 과정[5]에서 파악된 주요 변수로 아래의 식(2)와 같다.

$$\lambda = t_m R / (r^2 \sqrt{1 - \nu^2}) \tag{2}$$

여기서,

t_m = 두께

R = 휨 반경

r = 배관 반경

ν = 포아송 비

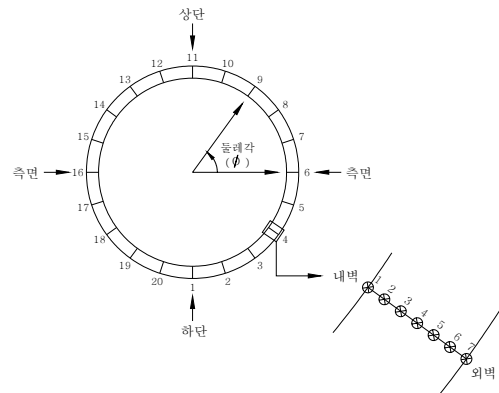
식 (1)은 휨 모멘트가 작용하는 엘보우에 발생된 응력

을 동일한 단면과 길이를 갖는 직선배관의 최대 축방향 응력으로 나누어 구한 결과이다. 따라서 휨 모멘트가 작용하는 엘보우 단면에 발생된 응력은 식 (1)에 M/Z 를 곱하여 구할 수 있으며 여기서 Z 는 단면계수이다.

3. 유한요소해석

본 연구에서는 Abaqus 6.7.1의 Elbow31[10] 요소를 사용하여 유한요소 해석을 수행하였다. Elbow31 요소는 삼차원 요소로서 요소의 축 방향으로는 선형 보간법을 그리고 단면의 둘레방향으로는 Fourier 보간법을 이용하여 엘보우 단면의 타원변형과 뒸(warping)을 고려 할 수 있는 요소이다.

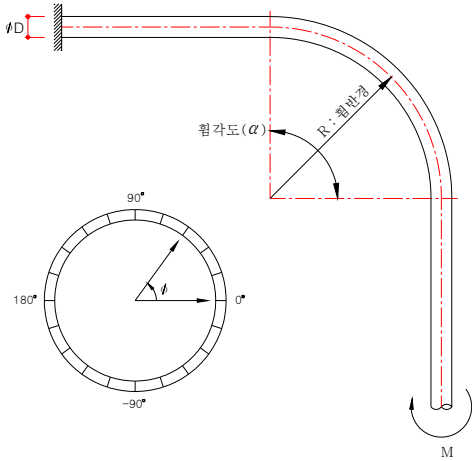
아래의 그림 1에는 Elbow31 요소의 둘레방향과 두께 방향의 적분점들이 나타나 있으며, 본 연구에서는 단면의 두께 방향으로 7개, 그리고 둘레 방향으로 20개, 총 140 개의 적분점을 사용하였다. 배관 단면의 타원변형과 뒸를 고려하기 위해서는 둘레방향으로 6개의 Fourier 모드를 사용하였다.



[그림 1] Elbow31 요소 적분점

사용된 해석모델은 엘보우와 엘보우에 연결된 두개의 직선배관으로 구성되어 있으며 해석 시 엘보우의 휨각도의 크기와 직선배관의 길이가 엘보우의 거동에 미치는 영향을 파악하기 위하여 휨 각도와 직선배관의 길이에 변화를 주어 해석 하였다. 해석에 사용된 하중은 자유단에 작용하는 엘보우 축이 형성하는 평면 내에 작용하는 휨 모멘트를 사용하였다. 이러한 휨 모멘트는 작용 방향에 따라 엘보우에 닫힘모드와 열림모드를 발생 시키며, 아래 그림 2에 표시된 모멘트는 닫힘모드가 형성되는 방

향으로 표시되어 있다.



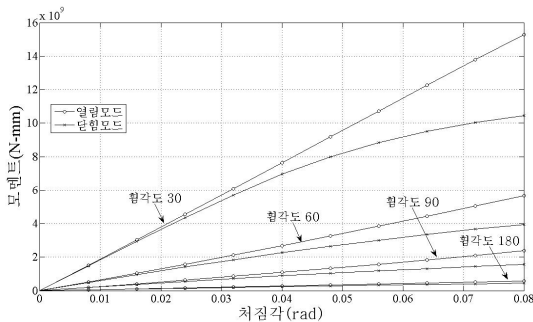
[그림 2] 해석모델

해석 시 엘보우에는 휨 각도 1°의 간격으로 그리고 직선배관에는 0.1D간격으로 요소들을 배치하였으며 여기서 D는 배관의 외경이다.

Elbow31 요소는 타원변형과 뒹을 억제할 수 있는 기능을 갖고 있으며, 해석 시 지점인 고정단과 하중 작용점인 자유단은 타원변형과 뒹을 억제 시키었다. 사용된 엘보우의 재원은 탄성계수 193GPa, 포아송 비 0.3, 휨 반경 1m, 외경 0.5m, 그리고 두께는 1.25cm이다. 직선배관의 길이는 엘보우 외경의 10배 까지 변화 시키었으며 하중으로 자유단에 1+E09 N-mm의 모멘트를 작용 시키었다.

아래의 그림에는 닫힘모드와 열림모드 시에 발생된 모멘트-처짐각 곡선이 나타나 있다.

그림에 나타난 모멘트-처짐각 곡선을 보면 선형탄성재료를 사용함에도 비선형 거동이 발생되며 또한 닫힘모드에서의 기울기가 열림모드에서 보다 작은 것을 볼 수 있다.



[그림 3] 모멘트-처짐각곡선

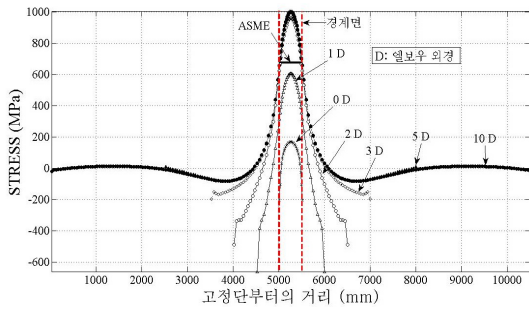
선형 탄성재료를 사용한 엘보우에 그림 3과 같이 비선형 거동이 나타나는 이유는 엘보우 단면의 타원변형 때문이다. 또한 닫힘모드와 열림모드 시에 곡선의 기울기가 다른 것은 단면의 변형 상태가 다르기 때문이다. 닫힘모드 시에는 좌우로 볼록한 타원변형으로 인해 단면이차모멘트가 감소하나 열림모드에서는 상하로 볼록한 변형이 발생되어 단면이차모멘트가 증가하기 때문에 서로 다른 거동을 보인다. 이와 같이 엘보우에는 선형탄성재료를 사용함에도 단면의 타원변형으로 인한 기하학적 비선형 거동이 발생된다.

아래의 그림 4와 그림 5에는 각각 30도와 180도의 휨 각도를 갖는 엘보우의 해석 결과가 나타나 있다. 그림에 나타난 결과는 각각 배관 외경의 0, 1, 2, 3, 5 그리고 10배의 길이를 갖는 총 6개의 직선배관을 사용하여 해석한 결과이다. 그림에는 직선배관과 엘보우의 측면 외벽과 내벽에 발생된 축 방향 응력과 후우프 응력이 나타나 있다. 이들 중 직선배관의 측면 내벽과 외벽의 응력은 직선배관 중립축에 발생된 응력을 나타낸다. 또한 각 그림에는 비교를 위하여 ASME 코드 식으로부터 구한 응력이 함께 나타나 있으며 직선배관과 엘보우의 경계면은 수직방향의 점선으로 나타나 있다.

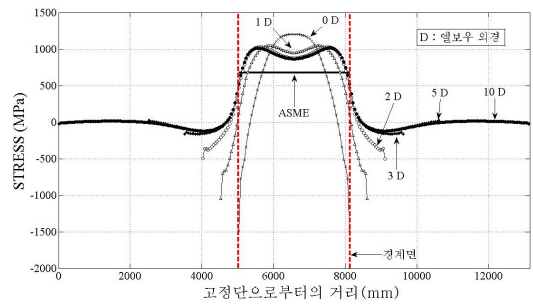
그림 4와 그림 5의 각 그림을 보면 직선배관의 길이가 증가함에 따라 10D의 직선배관을 사용한 해석결과에 수렴하는 것을 볼 수 있다. 또한 중립축에 위치한 직선배관의 측면에도 경계면에 인접한 부위에서는 응력이 발달되어 있는 것을 볼 수 있다. 직선배관의 중립축에 위치한 단면에 응력이 나타나는 현상은 보 거동을 하는 것으로 알려진 직선배관에도 경계면에 인접한 곳에서는 타원변형 현상이 발생되는 것을 말해준다.

엘보우에 발생된 후우프 응력 상태를 그림 4와 그림 5에서 보면, 직선배관의 길이가 증가함에 따라 엘보우 전반에 걸쳐 응력이 확장되는 현상을 볼 수 있다. 이러한 이유는 직선배관의 길이를 증가시키면 직선배관 단면의 타원변형이 충분히 고려되며, 직선배관의 타원변형은 엘보우의 타원변형을 증가시키어 응력을 증폭시키는 역할을 하기 때문이다.

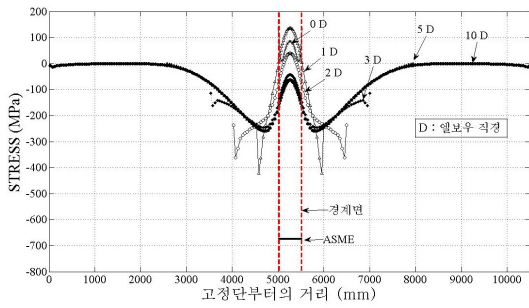
그림 4와 그림 5에서 10D 길이의 직선배관을 사용한 결과와 ASME 코드식을 이용하여 구한 결과를 비교하면 ASME 코드식은 휨 각도 30도인 엘보우에서는 과도하게 큰 값을 추정하여 지나치게 보수적인 반면, 휨 각도가 큰 경우에는 해석결과보다 작은 값을 산출하는 것을 볼 수 있다.



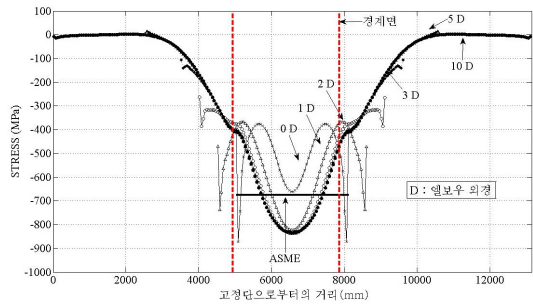
(a) 측면 외벽 축방향 응력



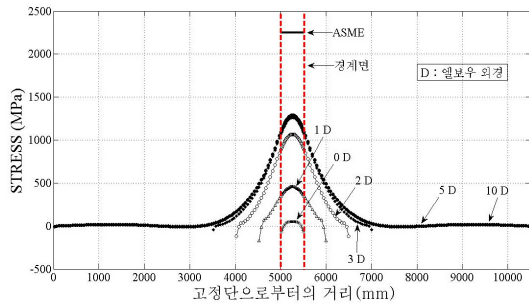
(a) 측면 외벽 축방향 응력



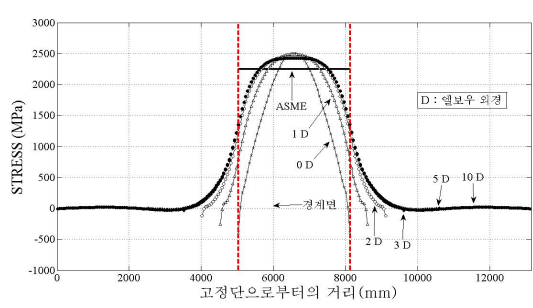
(b) 측면 내벽 축방향 응력



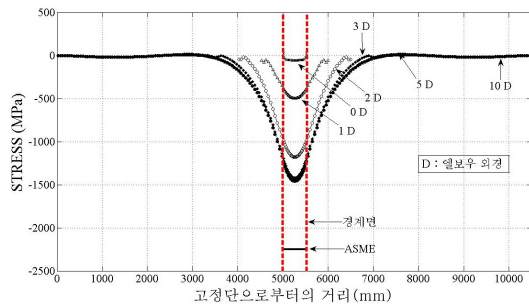
(b) 측면 내벽 축방향 응력



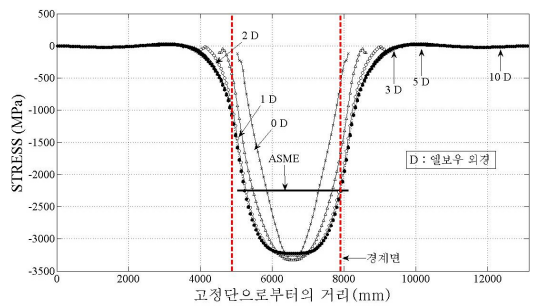
(c) 측면 외벽 후우프 응력



(c) 측면 외벽 후우프 응력



(d) 측면 내벽 후우프 응력



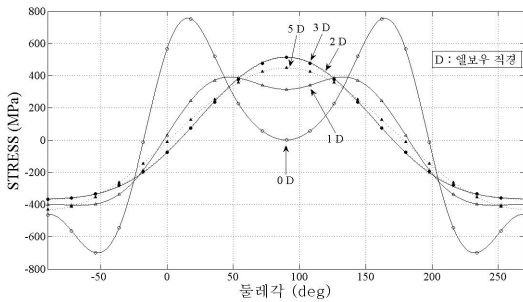
(d) 측면 내벽 후우프 응력

[그림 4] 휨 각도 30도

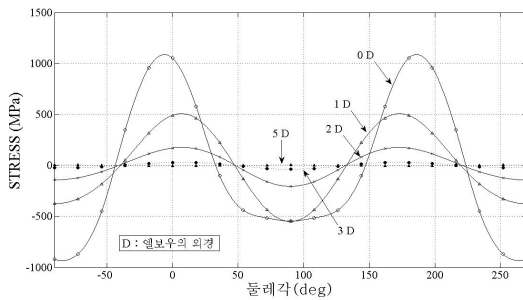
[그림 5] 휨 각도 180도

직선배관에도 경계면에 인접한 부위에는 타원변형이 발생되며 아래의 그림은 타원변형의 침투깊이를 파악하기 위한 그림이다. 그림 6, 7에는 휨 각도 30도인 엘보우의 해석결과가 그리고 그림 8, 9에는 휨 각도 180도인 엘보우의 해석결과가 나타나 있으며, 각 그림에는 엘보우의 경계면 외벽과 경계면으로부터 1, 2, 3, 5D에 위치한 직선배관 외벽의 후우프 응력과 축방향 응력이 단면의 둘레 각에 대하여 도시되어 있다.

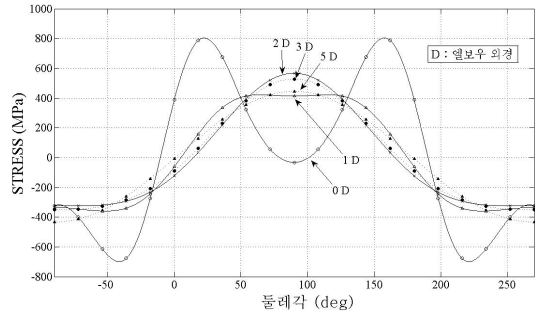
그림을 보면 경계면으로부터 5D에 위치한 직선배관의 외벽에는 축 방향 응력만이 발달되어 있는 것을 볼 수 있다. 그러나 그림 7과 그림 9에서와 같이 경계면에 인접한 직선배관에서는 3D에 위치한 곳에서부터 후우프 응력이 발달되기 시작하여 경계면에 근접할수록 그 크기가 증가하는 것을 볼 수 있다. 직선배관에 발생된 이러한 후우프 응력은 단면의 변화가 없는 보 거동을 하는 직선배관에도 타원변형으로 인한 단면 변형이 발생되는 것을 말해준다.



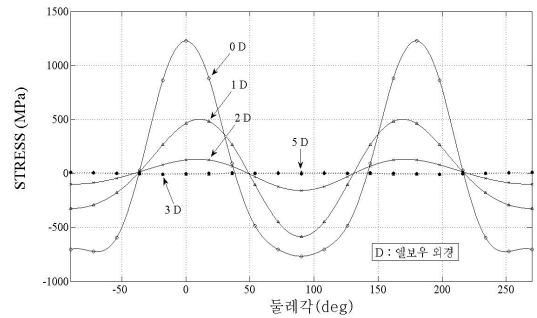
[그림 6] 축방향 응력(휨 각도 30)



[그림 7] 후우프 응력(휨 각도 30)



[그림 8] 축방향 응력(휨 각도 180)



[그림 9] 후우프 응력(휨 각도 180)

엘보우의 응력은 중앙단면에서 최대치가 발생되며 아래의 표 1에는 엘보우 중앙 단면의 내벽과 외벽에 발생된 축방향 응력과 후우프 응력의 최대치가 나타나 있다. 표에 나타난 값들은 직선배관의 길이를 엘보우 외경의 10배 까지 변화 시키어 구한 값이며, 양의 값은 인장응력을 그리고 음의 값은 압축응력을 나타낸다. 또한 표에는 ASME 코드 식으로부터 구한 최대치가 함께 나타나 있다.

[표 1] 중앙단면 최대응력

종류	위치	ASME	0 D	1 D	2 D	3 D	5 D	10 D	
휨각도 30	축방향응력	외벽 max	1374	311	605	961	1004	996	
		외벽 min	-1063	-632	-839	-1053	-1107	-1106	-1106
	후우프응력	내벽 max	1063	324	388	513	623	626	627
		내벽 min	-1374	-441	-548	-797	-837	-835	-835
	후우프응력	외벽 max	2201	61	705	1230	1318	1317	1318
		외벽 min	-1200	-255	-839	-1268	-1330	-1321	-1323
휨각도 60	축방향응력	외벽 max	1374	413	1141	1600	1675	1680	1681
		외벽 min	-1063	-831	-1087	-1257	-1320	-1329	-1330
	후우프응력	내벽 max	1063	335	599	709	732	735	735
		내벽 min	-1374	-374	-783	-1140	-1202	-1208	-1208
	후우프응력	외벽 max	2201	350	1331	1906	2005	2013	2014
		외벽 min	-1200	-538	-1215	-1331	-1317	-1324	-1325
후우프응력	내벽 max	1200	168	1056	1191	1192	1189	1190	
	내벽 min	-2201	-421	-1745	-2383	-2536	-2551	-2552	

휨각도 90	후방영향 외벽	max	1374	846	1663	1928	1948	1947	1948
		min	-1063	-1016	-1254	-1525	-1565	-1567	-1567
		max	1063	495	730	824	837	838	838
		min	-1374	-612	-1150	-1354	-1376	-1376	-1377
	후우프영향 내벽	max	2201	985	1973	2287	2320	2321	2322
		min	-1200	-1079	-1377	-1525	-1557	-1558	-1559
		max	1200	880	1242	1263	1314	1318	1318
		min	-2201	-1255	-2472	-2982	-3043	-3046	-3047

표를 보면 직선배관의 길이가 증가함에 따라 엘보우 중앙 단면의 최대치는 일정한 값으로 수렴하는 반면 직선배관의 길이가 감소하면 수렴치보다 작아지는 경향을 볼 수 있다. 수렴치보다 작아지는 이러한 경향은 충분한 길이의 직선배관이 포함되지 않은 해석에서는 직선배관의 타원변형으로 인한 경계면의 영향이 충분히 고려되지 않기 때문이다. 또한 직선배관을 포함한 해석에서는 엘보우의 휨 각도에 관계없이 내벽의 후우프 응력이 최대치가 되나 직선배관이 포함되지 않은 해석에서는 휨 각도 30도인 엘보우의 경우 외벽의 축 방향 응력이 최대치가 되는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과도 인접한 직선배관에 발생된 타원변형이 무시되기 때문이다.

배관 외경의 10배 길이를 갖는 직선배관을 이용하여 구한 결과와 ASME 코드식을 이용하여 구한 결과를 표 1에서 비교하여 보면 ASME 코드식은 휨 각도가 작은 엘보우에서는 보수적인 결과를 주나 휨 각도가 큰 엘보우에서는 그렇지 않은 것을 볼 수 있다.

직선배관의 길이의 변화에 따라 구한 최대치를 10D 길이의 직선배관을 사용한 최대치와 비교하여 보면 설계 목적의 해석 시 배관 외경 3배의 길이를 갖는 직선배관을 포함하여 해석하면 엘보우의 휨 각도에 관계없이 만족스러운 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

4. 결론

배관단면의 타원변형을 고려할 수 있는 요소를 사용하여 인접 직선배관의 거동이 엘보우의 거동에 미치는 영향을 파악하였다.

선형 탄성재료를 사용함에도 엘보우는 단면의 타원변형으로 인하여 기하학적 비선형 거동을 보였다. 또한 서로 다른 단면의 변형형상으로 닫힘모드와 열림모드 시에 서로 다른 거동을 보였다.

경계면과 배관 외경의 3배에 위치한 직선배관에는 중립축 상에도 응력이 발생되며 이러한 응력상태로부터 엘보우에 인접한 부분에는 직선배관에도 타원변형이 발생되는 것을 확인하였다.

직선배관의 길이가 증가함에 따라 엘보우의 응력상태는 일정한 값으로 증가하며 또한 엘보우 전체로 확장되는 현상을 보였다. 그러한 이유는 직선배관의 타원변형이 충분히 고려되면 엘보우 단면의 타원변형을 증가 시켜 엘보우의 응력을 증폭시키는 역할을 하기 때문이다.

엘보우 중앙단면의 해석결과를 ASME 코드 식의 결과와 비교한 결과, 코드식의 결과는 휨 각도가 작은 엘보우에서는 보수적인 결과를 산출한 반면 휨 각도가 큰 엘보우에서는 그렇지 않았다. 코드식의 결과와 해석결과의 이러한 차이는 축 대칭 박막이론을 이용하여 유도된 ASME 코드 식은 인접한 직선배관의 타원 변형을 고려 할 수 없기 때문이다. 따라서 ASME 코드 식을 이용한 설계는 휨 각도가 작은 엘보우에서는 비경제적인 반면 휨 각도가 큰 엘보우에서는 안전한 설계방법이 아니다.

참고문헌

- [1] von T. Karman, "Über die Formänderung Dünnwandiger Rohre, insbesondere federnder Ausgleichrohre", Zeits V.D.I., pp1889-1895, Vol. 55, 1911.
- [2] W. Hovgaard, "The Elastic Deformation of Pipe Bends", Journal of Mathematics and Physics, Massachusetts Institute of Technology, pp. 69-118, Vol. 6, 1926.
- [3] L. Beskin, "Bending of Curved Thin Tubes", Journal of Applied Mechanics, pp. A1-A7, Mar. 1945.
- [4] A. M. Wahl, "Stresses and Reactions in Expansion Pipe Bends", Pressure Vessel and Piping Design, ASME, pp. 336-357, 1960.
- [5] E. C. Rodabaugh and H. H. George, "Effect of Internal Pressure on Flexibility and Stress-Intensification Factors of Curved Pipe or Welding Elbows", Transactions of the ASME Vol.79, pp. 336-357, 1957.
- [6] G. Thomson and J. Spence, "Maximum Stresses and Flexibility Factors of Smooth Pipe Bends with Tangent Pipe Terminations under In-Plane Bending", Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, Vol. 105, pp. 329-336, 1983,
- [7] J. F. Whatham, "Pipe Bend Analysis by Thin Shell Theory", Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol. 53, pp. 173-180, 1986,
- [8] ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III "Rules for Construction of Nuclear Power Plant Components", Division I, Subsection NB, Class 1 Components, 2004.

- [9] K. Kussamaul, H. K. Diem, Uhlmann, D. E. Kobes, 1995, "Pipe bend behaviour at load levels beyond design", (SMiRT 13), Brazil, pp187-198.
- [10] Abaqus, User's Manual, Version 6.7.1, 2007.

이 상 호(Sang-Ho Lee)

[정회원]



- 1983년 5월 : North Carolina State University 토목공학과 (공학석사)
- 1988년 5월 : North Carolina State University 토목공학과 (공학박사)
- 1990년 9월 ~ 현재 : 단국대학교 토목환경공학과 교수

<관심분야>

내진해석, 충돌해석

송 현 섭(Hyeon-Seob Song)

[정회원]



- 1996년 2월 : 단국대학교 토목공학과 (공학사)
- 1998년 2월 : 단국대학교 토목환경공학과 (공학석사)
- 2003년 3월 ~ 현재 : 단국대학교 토목환경공학과 박사과정

<관심분야>

내진해석, 내진보강