

개선된 자연변형을 쉘 요소를 이용한 판의 진동해석

이원홍¹, 한성천², 박원태^{3*}

¹진주산업대학교 토목공학과, ²대원과학대학 철도건설과, ³공주대학교 건설환경공학부

Dynamic Analysis of Plates using a Improved Assumed Natural Strain Shell Element

Won-Hong Lee¹, Sung-Cheon Han² and Weon-Tae Park^{3*}

¹Department of Civil Engineering, Jinju National University

²Department of Civil & Railroad Engineering, Daewon College

³Division of Construction and Environmental Engineering, Kongju National University

요 약 본 논문에서는 회전관성과 전단변형이 고려된 8절점 쉘 요소를 이용한 판의 진동해석을 연구하였다. 면내 잠김과 전단 잠김 현상을 극복하기 위하여 가정자연변형을 방법을 이용하였다. 8절점 쉘 요소의 성능 향상을 위해 새로운 보간점의 조합을 이용한 가정변형을 방법을 사용하였다. Reissner-Mindlin 이론에 근거한 개선된 1차 전단변형이론을 적용하여 회전관성을 고려하였으며 전단보정계수를 사용하지 않았다. 본 연구의 결과를 검증하기 위해 참고문헌의 직사각형 판의 동적 해석결과를 제시하였다. 해석결과는 참고문헌의 결과와 잘 일치하였다. 또한 감쇄효과가 고려된 판의 진동해석을 수행하였다.

Abstract In this paper, we investigate the vibration analysis of plates, using an 8-node shell element that accounts for the transverse shear strains and rotary inertia. The forced vibration analysis of plates subjected to arbitrary loading is investigated. In order to overcome membrane and shear locking phenomena, the assumed natural strain method is used. To improve an 8-node shell element for forced vibration analysis, the new combination of sampling points for assumed natural strain method was applied. The refined first-order shear deformation theory based on Reissner-Mindlin theory which allows the shear deformation without shear correction factor and rotary inertia effect to be considered is adopted for development of 8-node assumed strain shell element. In order to validate the finite element numerical solutions, the reference solutions of plates are presented. Results of the present theory show good agreement with the reference solution. In addition the effect of damping is investigated on the forced vibration analysis of plates.

Key Words : Dynamic analysis, Assumed natural strain, Refined first-order shear deformation, Plates

1. 서론

축퇴 이론에 근거한 쉘 구조물의 유한요소 모델은 Ahmad 등(1970)에 의해 소개되었다. 축퇴 이론 쉘 요소의 개념은 Ramm (1977), Hughes 와 Liu (1981) 그리고 Liu 등(1986)과 그 외의 다른 연구자들에 의해 비선형 해석까지 확대되었다. 전단 잠김 문제를 극복하기 위하여 Huang 과 Hinton (1986)은 자연 좌표계에서 횡 전단 변형

률의 개선된 보간을 사용하여 9절점 가정 변형을 쉘 요소를 개발하였다. 가정 변형을 방법의 사용된 다른 유한 요소들은 Jang 과 Pinsky (1987)에 의해 독립적으로 발표하였으며 가정 변형을 방법의 변분적인 배경이 Simo과 Hughes (1986)에 의해 발표되었다. Belytscho 등(1989)에 의해 모래시계(Hourglass) 모드를 조절하기 위한 안정화 행렬과 함께 9절점 가정 변형을 쉘 요소가 발표되었다. 이 쉘 요소의 모든 항들은 감차적분을 사용하였다.

이 논문은 2009년도 기성회 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

*교신저자 : 박원태(pwtae@kongju.ac.kr)

접수일 10년도 04월 20일

수정일 (1차 10년 05월 10일, 2차 10년 06월 07일)

게재확정일 10년 06월 18일

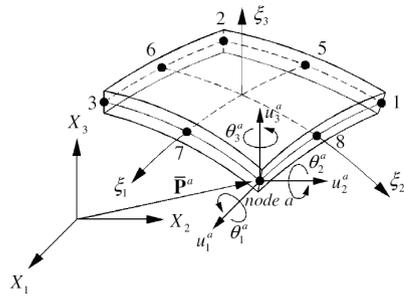
8절점 쉘 요소는 3x3 적분을 수행하였을 경우에 정확해에 수렴되지 않는 경향이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 전단항에 감차적분을 수행한다. 그러나 감차적분을 수행하는 경우 두께가 매우 얇아지게 되면 전단잠김이 발생한다. 또한 감차적분으로 인한 차수의 부족으로 메커니즘이 발생할 수도 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 가정 변형률장이 이용된다. 4절점 쉘 요소의 경우는 Bathe와 Dvorkin(1984)이 가정 변형률장을 제안하였고 Huang과 Hinton (1986)은 9절점과 8절점 쉘 요소의 가정 변형률장을 제안하였다. Ma와 Kanok-Nukulchai (1989)는 면내 변형률의 가정 변형률장을 개선한 9절점 쉘 요소를 제안하였다. Kim 등(2003)은 Ma와 Kanok-Nukulchai의 가정 변형률장을 사용한 8절점 쉘 요소를 이용하여 정적 및 동적 해석을 수행 하였다. 그러나 Kim 등의 8 절점 쉘 요소는 전단항에 가정 변형률장을 사용하였음에도 불구하고 전단 잠김 문제가 해결되지 않았다.

얇은 쉘의 진동은 Love (1888) 에 의해 최초로 연구되었다. 그 후로 많은 연구자들이 쉘의 진동을 고전적인 얇은 쉘 이론을 사용하여 다루어왔다. 특히, Donnel (1933) 은 자유진동 거동을 이해하기 위하여 얇은 막 쉘 이론을 사용하였으며, 결과적인 연구가 Leissa (1973), Qatu (1992) 그리고 Liew 등 (1997)에 의해 재검토되었다. 최근의 가정 변형률을 이용한 쉘 요소의 자유진동 해석에 관한 연구는 Lee 와 Han (2006)등에 의해 수행되었고 점진기능재료 복합판의 자유진동해석은 한성천 등(2009)에 의해 수행되었다. 그러나, 쉘의 자유 진동 및 강제 진동 해석에서 가정 자연 변형률 쉘 요소의 연구성과는 극히 제한된 연구자들에 국한하고 있다. 본 연구에서, 강성행렬과 질량 행렬이 개선된 8절점 쉘 요소 정식화에 의해 표현 되었다. Lanczos 방법을 쉘의 고유치 계산을 위해 사용하였으며, 질량 행렬을 구성하기 위해 Gauss 적분법을 이용하였다.

본 연구의 목적은 자연변형률 보간점의 최적화된 조합을 이용하여 8절점 쉘 요소의 성능을 개선하고 이러한 개선효과에 따른 판 구조물의 진동해석 결과를 분석하는 것이다. 전단 변형 효과를 고려하기 위해 Reissner-Mindlin 이론에 근거한 개선된 1차 전단변형이론을 이용하였다. 해석결과의 검증은 위하여 동적하중을 받는 판의 진동해석 결과와 비교/검토하였다.

2. 개선된 1차 전단변형 이론

6개의 자유도를 가지는 8절점 쉘 요소의 기하학적 형상은 그림 1과 같다.



[그림 1] 8절점 쉘 요소의 기하형상

3차 변위장은 식(1)-(2)와 같다.

$$\mathbf{P}(\xi_j) = \bar{\mathbf{P}}(\xi_\beta) + \xi_3 \bar{\mathbf{V}}(\xi_j) + \xi_3^2 \Phi(\xi_j) + \xi_3^3 \Psi(\xi_j) \quad (1)$$

$$\mathbf{u}(\xi_j) = \bar{\mathbf{u}}(\xi_j) + \xi_3 \bar{\mathbf{e}}(\xi_j) + \xi_3^2 \Phi(\xi_j) + \xi_3^3 \Psi(\xi_j) \quad (2)$$

$$; i=1,2,3, j=1,2$$

여기서 \mathbf{P} 는 쉘 요소에서 일반적인 점의 위치 벡터, $\bar{\mathbf{P}}$ 그리고 $\bar{\mathbf{V}}$ 는 중립면에서 한 점의 위치벡터 그리고 중립면의 수직 벡터이다. $\bar{\mathbf{u}}$ 그리고 $\bar{\mathbf{e}}$ 는 중립면에서 병진 변위벡터 그리고 회전 변위벡터이다. Φ, Ψ 그리고 Φ, Ψ 는 각각 $\mathbf{P}(\xi_j)$ 그리고 $\mathbf{u}(\xi_j)$ 에서 고차항들이다.

요소의 표면과 바닥에서 수직전단응력이 0이라는 조건으로부터 자연변형률도 0이되어야 한다. 이러한 관계와 Green 변형률과 자연변형률의 관계식을 이용하여 정리하면 식(3)을 얻을 수 있다.

$$\tilde{E}_{\alpha 3}^s = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{P}}_i}{\partial \xi_\alpha} \bar{\mathbf{e}}_i + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_j}{\partial \xi_\alpha} \bar{\mathbf{V}}_j \right] (1 - \xi_3^2) \quad (3)$$

유효전단에너지 U_s 와 평균전단에너지 \bar{U}_s 사이의 비 h_ξ 를 정의하면 식(4)와 같다.

$$h_\xi = \frac{\int H_i(\xi_3) d\xi_3}{\int H_i(\xi_3) H_j(\xi_3) d\xi_3} \quad (4)$$

여기서 $H_i(\xi_3)$ 와 $H_j(\xi_3)$ 는 각각 수직전단응력과 변형률의 형상함수 분포이다. (Yunqian 등(1996)).

개선된 1차 전단변형이론은 식(3)에 전단에너지 계수를 곱하여 식(5)와 같이 구할 수 있다.

$$\tilde{E}_{\alpha 3}^s = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{P}}_i}{\partial \xi_\alpha} \bar{\mathbf{e}}_i + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_j}{\partial \xi_\alpha} \bar{\mathbf{V}}_j \right] (1 - \xi_3^2) h_\xi \quad (5)$$

두께방향으로 적분한 면내력, 모멘트 그리고 전단력은 식(6)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{R}_{mb} \\ \mathbf{R}_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{mb} & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{e}}^{mb} \\ \tilde{\mathbf{e}}^s \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{R}_{mb} = \{N_{\xi_1}, N_{\xi_2}, N_{\xi_1\xi_2}, M_{\xi_1}, M_{\xi_2}, M_{\xi_1\xi_2}\}$ 그리고 $\mathbf{R}_s = \{Q_{\xi_1}, Q_{\xi_2}\}$ 이다.

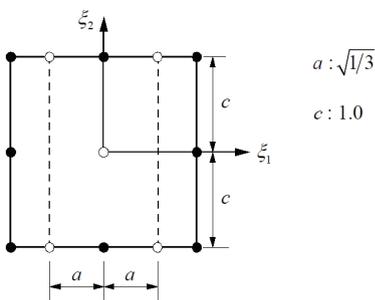
전체단면에서 강성 행렬은 식(7)로 유도할 수 있다

$$\mathbf{D}_e = \begin{bmatrix} hC_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h^3}{12}C_1 & 0 \\ 0 & 0 & hC_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 C_1 그리고 C_2 는 각각 면내-휨 그리고 수직전단 부분의 탄성 적합계수이다.

3. 수직 전단변형률 보간점

8절점에 관한 연구는 다양한 논문에서 연구되었다. 자연변형률 8절점 쉘요소의 연구는 Huang과 Hinton(1986), Lakshinarayanan 등(1989), Macneal과 Harder(1985)에 의해 면내 변형률과 수직 전단변형률의 보간점을 동일하게 적용하여 연구되었다. Bucalem과 Bathe(1993), Kim 등(2002, 2003)은 면내변형률 중에서 전단변형률의 보간점을 차등적용 하여 연구하였다. 본 연구에서 사용된 8절점 쉘 요소에서는 Han 등(2004)에서 사용한 면내변형률 보간점과 수직 전단변형률의 보간을 위해 그림 2에 나타난 보간점을 이용하였다.



[그림 2] 8절점 쉘요소의 수직 전단변형률 보간점 (○ : 보간점)

4. 평형 방정식

면내력, 모멘트 그리고 전단력으로 표시한 평형방정식은 식(8)과 같다.

$$\int (\delta(\tilde{\mathbf{e}}^m)^T \mathbf{N} + \delta(\tilde{E}^b)^T \mathbf{M} + \delta(\tilde{\mathbf{e}}^s)^T \mathbf{Q}) dA = \int \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} dV \quad (8)$$

여기서 \mathbf{f} 는 체적력이다.

식(8)로부터 선형 강성행렬을 구할 수 있다.

$$\int (\delta(\tilde{\mathbf{e}}^m)^T \mathbf{N} + \delta(\tilde{E}^b)^T \mathbf{M} + \delta(\tilde{\mathbf{e}}^s)^T \mathbf{Q}) dA = \delta \mathbf{u}^T \mathbf{K}_L \mathbf{u} \quad (9)$$

여기서 \mathbf{K}_L 은 쉘의 중립면에서 선형 강성행렬이다.

5. 자유 및 강제 진동 해석

본 연구의 질량행렬은 분포질량을 사용하였고 식(10)과 같이 형상함수를 이용하여 정의할 수 있다.

$$\mathbf{M} = \int_V \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \quad (10)$$

여기서 ρ 는 재료의 밀도이고 \mathbf{N} 은 형상함수 행렬이다.

자유진동해석을 위한 동적 지배방정식은 식(11)과 같다.

$$\mathbf{K}_L \mathbf{u}^a + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}^a = 0 \quad (11)$$

여기서 \mathbf{u}^a 는 절점의 변위벡터이고 $\ddot{\mathbf{u}}^a$ 는 시간에 대한 미분을 의미하며 \mathbf{K}_L 은 강성행렬이다.

강제진동해석을 위한 동적 지배방정식은 식(12)와 같다.

$$\mathbf{K}_L \mathbf{u}^a + \mathbf{C}_D \dot{\mathbf{u}}^a + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}^a = \mathbf{F} \quad (12)$$

여기서 \mathbf{C}_D 는 감쇄행렬, \mathbf{M} 은 질량행렬 그리고 \mathbf{F} 는 하중벡터이다. 본 연구에서 시간적분은 Newmark- β 방법을 사용하였다.

감쇄 효과는 식(13)과 같이 강성행렬과 감쇄행렬의 비율로 이용하였다.

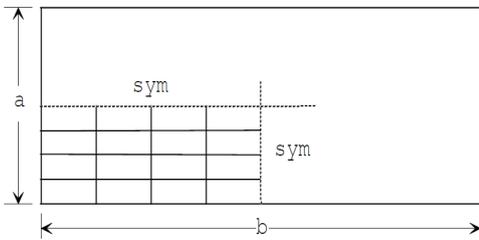
$$\mathbf{C}_D = \tilde{\alpha} \mathbf{M} + \tilde{\beta} \mathbf{K}_L \quad (13)$$

여기서 $\tilde{\alpha}$ 그리고 $\tilde{\beta}$ 는 감쇄계수이다.

6. 수치해석 예제

본 연구의 결과들을 검증하기 위하여 다양한 해석예제를 제시하였다. 개선된 8절점 셀요소의 정확도를 비교하기 위하여 그림 3의 얇은 판의 해석결과를 참고문헌의 결과와 비교하여 표 1에 나타내었다. 판의 성질은 식(14)와 같다.

$$a = 2.0, b = 2.0, E = 1.7472 \times 10^7, \nu = 0.3, h = 0.0001 \quad (14)$$



[그림 3] 단순지지된 판

[표 1] 판의 중앙점 처짐(해석결과/정확해)

정확해	4.062		
매쉬	Kim 등 (2003)	Lakshinayanan 등 (1989)	본연구
4x4	잠깁발생	1.016	1.009

표 1에서 알 수 있듯이 본 연구에서 제안한 변형을 보간방법은 기존의 연구결과들에 비해 정확한 결과를 나타냄을 알 수 있었다.

동적응답을 연구하기 위해 자유진동 및 강제진동 해석을 수행하였다. 강제진동 해석 시에는 동적하중의 영향을 분석하기 위하여 다양한 동적 하중에 따른 구조적 응답을 제시하였다.

6.1 자유 진동 해석

등방성 판의 고유진동수를 구하기 위해 정사각형 판을 해석하였다. 두께의 변화에 따른 고유진동수를 표 2와 3에 나타내었다. 경계조건은 4변 단순지지이고 전체 판을 10x10 요소로 분할하였다. 해석된 결과들은 3차원 탄성

이론 (Srinivas 등(1970)), Reissner-Mindlin의 1차 전단변형이론(Reddy(2004)) 그리고 4절점 준적합 셀 요소(Park 등(2006))와 비교하였다. 재료성질은 식(15)와 같다.

$$a = 10, h = 1 \text{ or } 0.1, E = 2.6, \nu = 0.3, \rho = 1 \quad (15)$$

해석된 결과들은 식(16)를 이용하여 무차원화 하여 나타내었다.

$$\bar{\omega} = \omega \left(a \sqrt{\frac{\rho}{G}} \right) \quad (16)$$

[표 2] 판의 무차원 고유진동수(a/h=10)

m	n	3차원 탄성이론(Srinivas 1970)	1차 전단변형이론(Reddy, 2004)	Park 등(2006) (4절점 셀 요소)	본연구
1	1	0.932	0.930	0.9344	0.9180
2	1	2.226	2.219	2.2419	2.1528
2	2	3.421	3.406	3.4588	3.2602
3	1	4.171	4.149	4.2269	3.9354

[표 3] 판의 무차원 고유진동수(a/h=100)

m	n	1차 전단변형이론(Reddy, 2004)	얇은 판 이론(Reddy, 2004)	Park 등(2006) (4절점 셀 요소)	본연구
1	1	0.0963	0.0963	0.0966	0.0959
2	1	0.2406	0.2408	0.2431	0.2381
2	2	0.3848	0.3853	0.3912	0.3799
3	1	0.4809	0.4816	0.4907	0.4697

6.2 강제 진동 해석

분포질량을 사용한 8절점 셀 요소의 강제 진동 해석 결과를 비교하기 위하여 그림 3의 단순지지된 step 하중 ($\Delta t = 0.002$)을 받는 판의 강제 진동 해석을 수행하였다. 물성치와 작용하중은 식(17)에 나타내었다.

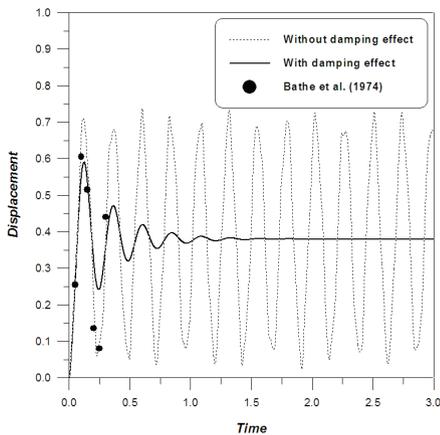
$$a = 40.0, b = 60.0, E = 3.0 \times 10^4, \nu = 0.25, h = 1.0, \rho = 0.0003, \quad P(x, y, t) = P_0 \cdot F(t) \quad (17)$$

여기서

$$P_0 = 1.0, F(t) = \begin{cases} 1666.666t_1, & 0 \leq t \leq t_1 \\ 10, & t > t_1 \end{cases}, \text{ 여기서 } t_1 = 0.006$$

이다.

1/4판을 등간격 4x4 요소분할 하였다. Newmark-β 시간 적분법을 사용하여 시간변화에 따른 중앙점의 처짐을 Bathe 등(1974)의 결과와 비교하였다. 그림 4에서 알 수 있듯이 참고문헌의 결과와 잘 일치하였다. 감쇄효과를 시험하기 위해 $\tilde{\alpha} = 0.01$ 와 $\tilde{\beta} = 0.01$ 를 Raleigh 감쇄 진동 해석에 사용하여 그림 4에 함께 나타내었다. 감쇄 효과로 약 1초 후에는 처짐의 변화가 거의 나타나지 않았다.



[그림 4] 감쇄 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (step 하중)

그림 5에서부터 그림 8까지에는 pulse 하중에 따른 처짐의 영향을 나타내었다. 4가지 종류의 pulse 하중 ($\Delta t = 0.001$)이 작용할 때 시간변화에 따른 중앙점 처짐을 나타내었다. 동적 하중의 크기와 종류는 식(18)과 같고 판의 기하학적 성질과 재료적 성질은 그림 3과 같다.

$$F(t) = \begin{cases} 10, & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0, & t > t_1 \end{cases} \quad : \text{사각형 pulse 하중 I,}$$

$$F(t) = \begin{cases} 10, & 0 \leq t \leq t_1 \\ -10, & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0, & t > t_2 \end{cases} \quad : \text{사각형 pulse 하중 II,}$$

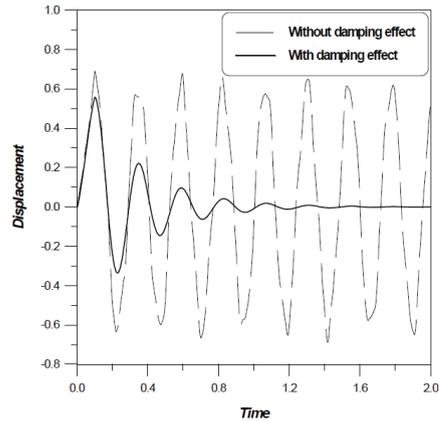
$$F(t) = \begin{cases} 100.0t_1, & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0, & t > t_1 \end{cases} \quad : \text{삼각형 pulse 하중 I,}$$

$$F(t) = \begin{cases} 10 - 100.0t_1, & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0, & t > t_1 \end{cases} \quad : \text{삼각형 pulse 하중 II,} \quad (18)$$

여기서 $t_1 = 0.1, t_2 = 0.2$ 이다.

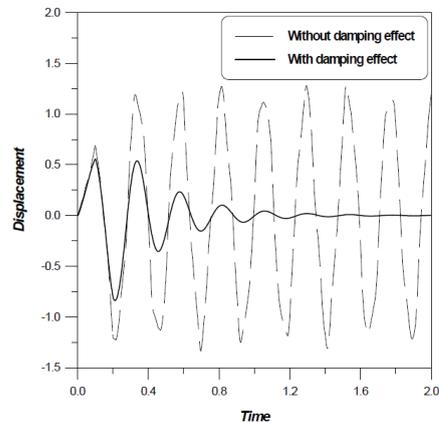
다음 예제들도 일관성을 부여하기 위해 Newmark- β 시간 적분법을 사용하였고 기타의 조건들은 동일하게 사용하였다. 그림 5에서 사각형 pulse 하중 I 을 받는 경우 감쇄효과가 고려되지 않으면 처짐은 -0.7에서 0.7까지 진동하였으나 감쇄효과가 고려되면 하중이 작용되는 경우에는 처짐이 0.55까지 증가하였다가 하중이 제거된 이후에 -0.3의 범위로 급격하게 감소하였다. 약 1.5초 이후에는 처짐이 0으로 수렴되었다. 반면에 그림 6에서 사각형 pulse 하중 II 의 경우 진폭이 약 80%정도 증가하였으며 하중의 방향이 바뀌는 0.2초 이후에 진폭의 증가가 발생하였다. 하중방향의 변화가 공명현상을 유발한 것으로 판

단된다.

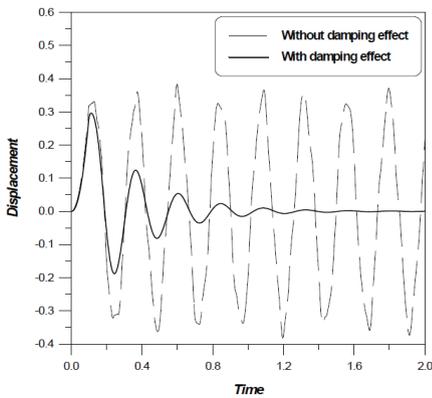


[그림 5] 감쇄 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (pulse 하중 : 사각형 하중 I)

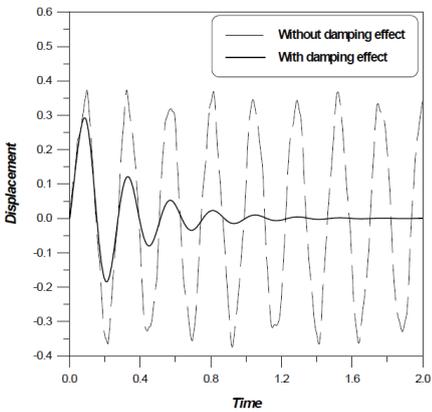
그림 7에서 삼각형 pulse 하중 I 을 받는 경우 하중이 0에서부터 시간에 비례하여 증가하므로 처짐의 증가 역시 포물선의 형태를 가진다. 사각형 하중의 경우와 마찬가지로 하중이 제거된 이후에는 감쇄효과로 인해 진폭이 급격하게 감소되었다. 그림 8은 초기하중이 시간의 증가에 따라 감소하는 경우로서 사각형 pulse 하중 I 의 경우와 매우 유사한 처짐변화를 나타내었다. 진폭의 범위가 50% 정도 감소하였다.



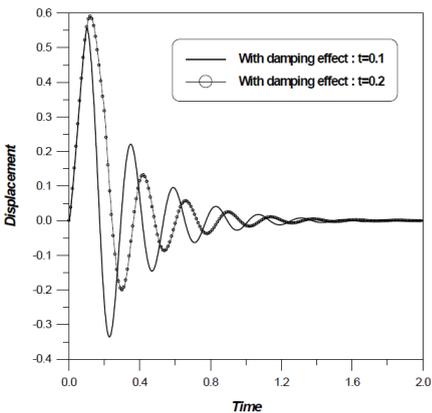
[그림 6] 감쇄 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (pulse 하중 : 사각형 하중 II)



[그림 7] 감쇠 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (pulse 하중 : 삼각형 하중 I)



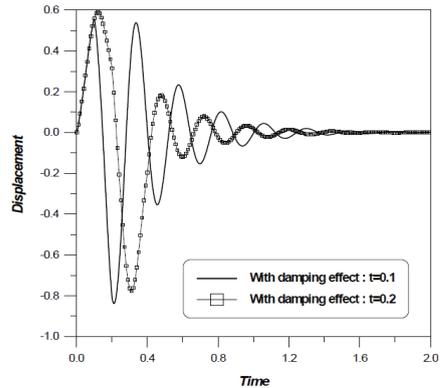
[그림 8] 감쇠 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (pulse 하중 : 삼각형 하중 II)



[그림 9] 감쇠 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (pulse 하중 : 사각형 하중 I)

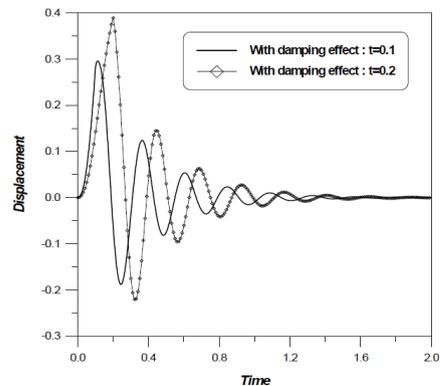
그림 9에서부터 그림 12까지에는 pulse 하중의 하중제거 시기의 변화에 따른 처짐의 영향을 나타내었다. 동일

한 4가지 종류의 pulse 하중($\Delta t = 0.001$)이 작용할 때 하중제거 시기만 2배로 증가시켰을 경우 시간변화에 따른 중앙점 처짐을 나타내었다. 동적 하중의 크기와 종류는 식(17)과 같고 판의 기하학적 성질과 재료적 성질도 그림 3과 같다.

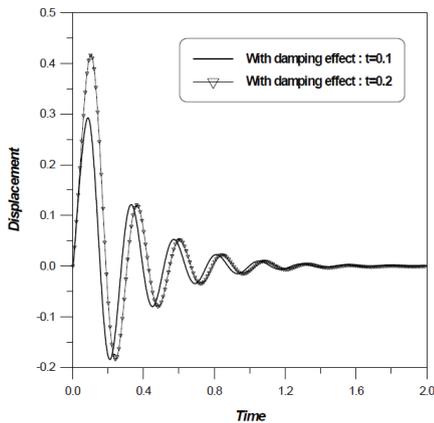


[그림 10] 감쇠 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (pulse 하중 : 사각형 하중 II)

쉽게 예측할 수 있듯이 하중제거 시기의 증가는 하중의 증가 효과로 나타나기 때문에 초기 처짐의 증가는 4가지 동적 하중 모두의 경우에서 나타났다. 하지만 그림 9와 그림 10의 사각형 pulse 하중 I, II의 경우에 하중이 각각 0.2초, 0.4초까지 지속되었지만 진폭은 감소하는 현상이 발생하였다. 이러한 현상은 사각형 하중II의 하중방향의 변화로 인한 진폭 감소로 판단된다. 이와는 반대로 그림 11에서 삼각형 pulse 하중 I의 경우에는 전체적인 진폭이 증가하였다. 또한 그림 12의 삼각형 pulse 하중 II의 경우에는 첫번째 진동 이후 거의 유사한 진동곡선을 나타내었다. 앞의 해석예제와 유사하게 1.5초 이후에는 처짐이 0으로 수렴하였다.



[그림 11] 감쇠 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (pulse 하중 : 삼각형 하중 I)



[그림 12] 감쇄 효과가 고려된 판의 시간 변화에 따른 중앙점의 처짐 (pulse 하중 : 삼각형 하중 II)

7. 결론

8절점 쉘 요소의 성능을 검증하기 위하여 판의 고유진동수와 다양한 동적 하중이 작용하는 판의 강제 진동해석을 수행하였다. 회전관성과 전단변형 효과를 고려하였으며 면내 잠김과 전단 잠김현상을 극복하기 위하여 가정자연변형률 방법을 이용하였다. 8절점 쉘요소의 성능 향상을 위해 새로운 보간점의 조합을 이용한 가정변형률 방법을 사용하였다. 두께방향 전단변형률의 고차항을 고려하기 위해 Reissner-Mindlin 이론에 근거한 개선된 1차 전단변형이론을 적용하여 전단보정계수를 더 이상 사용할 필요가 없었다. 본 연구의 결과를 검증하기 위해 참고문헌의 직사각형 판의 동적 해석결과를 제시하였다. 해석 결과는 참고문헌의 결과와 잘 일치하였다. 또한 감쇄효과가 고려된 판의 진동해석을 수행하였다. 감쇄 효과는 동적 하중의 종류 및 작용시간에 따라 매우 상이한 결과들을 나타내었다. 이러한 결과들은 동적 해석을 수행하는 향후 연구들의 비교자료가 될 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] Ahmad, S. Irons, B. M., and Zienkiewicz, O. C., Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements, *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 2, pp. 419-451, 1970.

[2] Bathe, K. J. and Dvorkin, E. N. A formulation of general shell elements-The use of mixed interpolation of tensorial components, *Int. J. Num.Meth. Eng.* Vol. 22,

pp. 697-722, 1986.

[3] Bathe, K. J., Ozdemir, H. and Wilson, E. L. *Static and dynamic geometric and material nonlinear analysis*, UC SESM 74-4, (University of California, Berkeley, California), 1974.

[4] Belytschko, T., Wong, B. L., and Stolarski, H. Assumed strain stabilization procedure for the 9-node Lagrange shell element, *Int. J. Num.Meth .Eng.* Vol. 28, pp. 385-414, 1989.

[5] Bucalem, M. L. and Bathe, K. J. Higher-order MITC general shell elements, *Int. J. Num. Meth.Eng.* Vol. 36, pp. 3729-3754, 1993.

[6] Donell, L. H. *Stability of thin-walled tubes under torsion*. NASA Report 479, Washington, DC, 1933.

[7] Huang, H. C., and Hinton, E. A new nine node degenerated shell element with enhanced membrane and shear interpolation, *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 22, pp. 73-92, 1986.

[8] Hughes, T. J. R., and Liu, W. K. Nonlinear finite element analysis of shells: Part I. Three-dimensional shells. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* Vol. 26, pp. 331-362, 1981.

[9] Jang, J., and Pinsky, P. M. An assumed covariant strain based 9-node shell element, *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 24, pp. 2389-2411, 1987.

[10] Kim, K. D., Lomboy, G. R. and Han, S. C. A co-rotational 8-node assumed strain shell element for postbuckling analysis of laminated composite plates and shells, *Comput. Mech.* Vol. 30(4), pp. 330-342, 2003.

[11] Kim, K. D. and Park, T. H. An 8-node assumed strain element with explicit integration for isotropic and laminated composite shells, *Struct. Eng. Mech.* Vol. 13, pp. 1-18, 2002.

[12] Lakshminarayana, H. V. and Kailash, K. A shear deformable curved shell element of quadrilateral shape, *Comput. Struct.* Vol. 33, pp. 987-1001, 1989.

[13] Lee, W. H. and Han, S. C. Free and forced vibration analysis of laminated composite plates and shells using a 9-node assumed strain shell element, *Comput. Mech.* Vol. 39, pp. 41-58, 2006.

[14] Leissa, A. W. *Vibrations of shells*. NASA PA-288, Washington, DC, 1973.

[15] Liew, K. M. Research on thick plate vibration: a literature survey, *J. Sound Vib.* Vol. 180, pp. 163-176, 1995.

[16] Liu, W. K., Lam, D., Law, S. E., and Belytschko, T. Resultant stress degenerated shell element, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* Vol. 55, pp. 259-300, 1986.

[17] Love, A. E. H. The small vibrations and deformations of thin elastic shell, *Philosophical Transactions of the Royal Society* Vol. 179, pp. 527-546, 1888.

[18] Ma, H. and Kanok-Nukulchai, W. *On the application of assumed strained methods* (eds.) Kanok-Nukulchai et al., *Structural Engineering and Construction, Achievements, Trend and Challenges*, AIT, Thailand, 1989.

[19] MacNeal, R. H. and Harder, R. L. A proposed standard set of problems to test finite element accuracy, *Finite Elements in Analysis and Design* Vol. 1, pp. 3-20, 1985.

[20] Park, T. H., Kim, K. D. and Han, S. C. Linear static and dynamic analysis of laminated composite plates and shells using a 4-node quasi-conforming shell element, *Compos. Part B-Eng.* Vol. 37(2-3), pp. 237-248, 2006.

[21] Qatu, M. S. Review of shallow shell vibration research, *Shock and Vibration Digest* Vol. 24, pp. 3-15, 1992.

[22] Ramm, E. A plate/shell element for large deflections and rotations. *Nonlinear finite element analysis in structural mechanics*, W. Wunderlich, E. Stein, and K. J. Bathe, eds., M.I.T. Press, New York, 1977.

[23] Reddy, J. N. *Mechanics of composite plates and shells: Theory and Analysis*, 2nd edn. CRC press, Boca Raton, 2004.

[24] Simo, J. C., and Hughes, T. J. R. On the variational formulations of assumed strain methods, *J. Appl. Mech.* Vol. 53, pp. 51-54, 1986.

[25] Srinivas, C. V., Rao, J. and Rao, A. K. An exact analysis for vibration of simply supported homogeneous and laminated, thick rectangular plates. *J. Sound Vib.* Vol. 12, pp. 187-199, 1970.

[26] Yunqian, Q., Norman, F. and Knight, J. A refined first-order shear-deformation theory and its justification by plane-strain bending problem of laminated plates, *Int. J. Solids Struct.* Vol. 33(1), pp. 49-64, 1996.

[27] 이원홍, 한성천, 박원태. 점진기능재료(FGM) 판의 휨, 진동 및 좌굴 해석, 한국산학기술학회논문집 제9권 제4호, pp. 1043-1049, 2008.

[28] 한성천, 이창수, 김기동, 박원태 (2007) 4절점 준적합 쉘 요소를 이용한 점진기능재료(FGM) 판과 쉘의 구조적 안정 및 진동연구, 한국방재학회논문집 제7권 제5호, pp. 47-60.

이 원 홍(Won-Hong Lee)

[정회원]



- 1987년 2월 : 건국대학교 대학원 농공학과 (농학석사)
- 1994년 2월 : 건국대학교 대학원 농공학과 (농학박사)
- 1997년 3월 ~ 현재 : 진주산업대학교 토목공학과 정교수

<관심분야>

복합재료, 좌굴해석, 비선형 구조해석, 복합구조 설계

한 성 천(Sung-Cheon Han)

[정회원]



- 1991년 2월 : 시립대학교 대학원 토목공학과 (공학석사)
- 1996년 8월 : 시립대학교 대학원 토목공학과 (공학박사)
- 1996년 3월 ~ 현재 : 대원과학기술 철도건설과 부교수

<관심분야>

동적 구조해석, 유한요소법, 복합재료, 좌굴해석, 비선형 구조해석, 복합구조 설계

박 원 태(Weon-Tae Park)

[정회원]



- 1983년 2월 : 부산대학교 대학원 토목공학과 (공학석사)
- 1993년 2월 : 시립대학교 대학원 토목공학과 (공학박사)
- 2005년 10월 ~ 현재 : 공주대학교 건설환경공학부 정교수

<관심분야>

구조공학, 강구조공학, 복합재료