

비선형 마찰력이 있는 시스템의 강인한 적응제어기법

이태봉¹, 양현석^{2*}, 김병한³

¹경원대학교 전자공학과, ²홍익대학교 전자전기공학부, ³삼성전기 중앙연구소

Adaptive Robust Control of Mechanical Systems with Uncertain Nonlinear Dynamic Friction

Tae-Bong Lee¹, Hyunsuk Yang^{2*} and Byung-Han Kim²

¹Dept. of Electronics, Kyungwon University

²School of Electronic and Electrical Engineering, Hongik University

³Samsung Electric Research Center

요약 본 논문에서는 부분적으로 알고 있는 비선형 마찰력이 있는 2차 기계시스템에 대한 강인한 적응제어 기법을 제시한다. 제시하는 적응제어 방법은 잡음이나 모델링 에러가 없는 경우에는 위치 및 속도 추적 오차는 점근적으로 영으로 수렴함을 보장하며, 잡음이나 모델링 에러가 있는 경우에는 그동안 발표된 다른 논문의 결과와 달리 디자인 변수를 적절하게 선택하면 위치 및 속도 추적 오차를 원하는 범위까지 줄일 수 있음을 보였으며 이는 시뮬레이션 결과를 통해 입증하였다.

Abstract In this paper, an adaptive nonlinear friction compensation scheme for second-order nonlinear mechanical system with a partially known nonlinear dynamic friction is proposed to achieve asymptotic position and velocity tracking in the absence of disturbances and modeling errors. It is also shown that even with disturbances and modeling errors, in contrast to existing other adaptive control schemes, by proper adjustment of design parameters, reduced error bounds on position and velocity tracking can be achieved.

Key Words : Mechanical systems with friction, Adaptive control, friction identification scheme.

1. 서론

모든 기계시스템에 존재하는 비선형 마찰력은 시스템의 제어를 설계함에 있어 원하는 성능을 얻지 못하게 하는 중요한 요소이다. 특히 정밀 제어를 요하는 경우 그 영향은 매우 커서 마찰력으로 발생하는 오차에 대한 보상 문제는 중요한 연구 과제로 되어 있다. 마찰력의 모델링은 Stribeck 효과, presliding displacement, stick-slip 운동, 그리고 friction-lag 등과 같은 현상을 표현해야 하는 이론적으로 매우 어려운 문제로 많은 연구자가 다양한 수학적 모델을 제시하였다([1-5]). [1]에서는 저속에서의 stick-slip 현상을 고려한 모델을 제시하였고, [2]에서는 정지마찰의 특성을 스프링의 특성으로 표현한 Dahl 모델을

을 제시하였으며, [4]에서는 Stribeck 효과를 표현하기 위하여 접촉된 두면을 짧고 뾰족한 털의 모양으로 표현한 Bristle 모델을 제시하였다. 이렇게 제시된 수학적 모델들은 마찰력에 의해 발생하는 출력에서의 오차를 보상하게 하는 제어 기법을 제시하는데 도움이 될 수 있지만 마찰력은 측정이 불가능하며 마찰력에 대한 수학적 모델이 아무리 정확하더라도 시스템 모델 자체에 포함된 불확실성으로 원하는 위치 또는 속도 궤적으로의 점근성을 얻기는 어려운 실정이다. 이러한 문제를 극복하기 위해 여러 연구자들이 다양한 제어 기법을 제시하였다([6-11]). [6]에서는 Dahl 모델로 표현된 마찰력이 있는 시스템에 대한 적응제어기법을 제시하였고, [7]에서는 Bristle 모델을 근거로 하는 적응제어 기법을 제시하였다. [8,9,11]에

본 논문은 2010 홍익대학교 교내연구비 지원으로 수행되었음.

*교신저자 : 양현석(hsyang@hongik.ac.kr)

접수일 11년 09월 01일

수정일 11년 09월 30일

게재확정일 11년 11월 10일

서는 시스템 모델에서 불확실성이 있는 경우의 강인한 적응제어 기법을 제시하고 오차의 범위를 제시하였다.

본 논문에서는 [11]의 기법을 변형시킨 강인한 적응제어 기법을 제시한다. 제시된 제어 기법은 시스템 모델에서의 불확실성이 없는 경우에는 원하는 위치 및 속도 궤적으로서의 점근성을 보장하며, 불확실성이 있는 경우에도 [11]와 같이 오차의 범위를 제시하는데 [11]의 제어기법과 다른 점은 그 오차의 범위를 원하는 범위만큼 줄일 수 있다는데 있다. 2장에서는 시스템 모델을 제시하고 3장에서 적응제어 기법과 이에 따른 결과를 보여준다. 4장에서는 제시된 제어기법의 타당성을 시뮬레이션을 통해 보여지게 된다.

2. 시스템 모델

본 논문에서는 비선형 마찰력을 갖는 시스템이 다음과 같은 수학적 모델로 표현된다고 가정한다([5]).

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (1)$$

$$m\dot{x}_2 = u - F + \Delta(x, z, u, t) \quad (2)$$

여기에서 $x = [x_1 \ x_2]^T$ 는 각각 측정 가능한 위치와 속도로 구성된 상태변수를 의미하며, m 은 시스템의 inertia를, F 는 비선형 마찰력을, 그리고 Δ 는 잡음이나 모델링 오차 등을 모두 포함하는 비선형의 알 수 없는 함수를 나타낸다. u 는 시스템의 제어 입력 함수를 의미한다. 접촉하는 두 평면 사이에서 발생하는 비선형 마찰력을 평면의 거칠함 정도를 표현하는 bristle의 굴절로 모델링한 [4]에서 제시하는 아래와 같은 수학적 모델을 사용하기로 한다.

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 x_2, \quad (3)$$

$$\dot{z} = x_2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)} z, \quad (4)$$

여기에서 z 는 측정이 불가능한 마찰력 상태변수로 bristle의 평균 굴절 정도를 나타내며, $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$ 는 미지의 마찰 상수들이다. 함수 $g(x_2)$ 는 Stribeck 효과를 표현하는 함수로 다음과 같다.

$$g(x_2) = F_C + (F_S - F_C)e^{-(x_2/v_s)^2} \quad (5)$$

여기에서 F_C 와 F_S 는 각각 쿨롱 마찰력과 정지 마찰력을 나타내며 v_s 는 Stribeck 속도를 나타낸다. 일반적으로 정지마찰력이 쿨롱 마찰력보다 크므로 $g(x_2) > 0$ 이 만족한다. (3)과 (4)를 (2)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m\dot{x}_2 &= u - \sigma_0 z - \sigma_1 \left(x_2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)} z \right) - \sigma_2 x_2 + \Delta(x, z, u, t) \\ &= u - \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} z - (\sigma_1 + \sigma_2) x_2 + \Delta(x, z, u, t) \\ &= u - \theta_0 z + \theta_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} z - \theta_2 x_2 + \Delta(x, z, u, t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서 미지의 마찰 상수 $\sigma_i, i = 0, 1, 2$ 는 모두 양의 실수이므로 $\theta_i, i = 0, 1, 2$ 도 모두 미지의 양의 실수임을 알 수 있다. 함수 Δ 에 대해 다음과 같은 가정을 한다.

가정 1. 미지의 비선형 함수인 $\Delta(x, z, u, t)$ 는 다음을 만족한다고 가정하자([11]).

$$\Delta \in \Omega = \{ \Delta : |\Delta(x, z, u, t)| \leq \delta(x, t) d(t) \} \quad (7)$$

여기에서 $\delta(x, t)$ 는 크기가 제한된 알고 있는 함수이고, $d(t)$ 는 미지의 한정된 시변함수로 가정한다.

본 논문에서는 2회 이상 미분 가능한 위치 궤적 함수 $x_d(t)$ 가 주어졌을 때 시스템의 위치 $x_1(t)$ 와 속도 $x_2(t)$ 가 각각 $x_d(t)$ 와 $\dot{x}_d(t)$ 를 쫓아가게 하는 제어 입력 $u(t)$ 를 제시하고 자 한다.

3. 적응제어 알고리즘

원하는 위치 궤적 함수를 $x_d(t)$ 라 하고 시스템의 위치 궤적 함수 $x_1(t)$ 와의 오차를 $e_1(t) = x_1(t) - x_d(t)$ 로 정의하자. 궤적의 위치와 속도를 이용한 필터링 된 오차 $e_2(t)$ 와 $r(t)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$e_2 = \dot{e}_1 + k_1 e_1 \quad (8)$$

$$r = \dot{e}_2 + k_2 e_2 \quad (9)$$

여기에서 k_1, k_2 는 임의의 양의 실수로 시스템 $\frac{e_1(s)}{e_2(s)}$

와 $\frac{e_2(s)}{r(s)}$ 이 모두 안정된 시스템이 되도록 한다. 오차 상태변수를 $e = [e_1 \ e_2]^T$ 로 정의하면 위 관계식은 다음과 같이 간략하게 표현할 수 있다

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ 0 & -k_2 \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r = Ae + Br \quad (10)$$

행렬 A 는 Hurwitz이므로 임의의 positive definite 행렬 $Q \in R^{2 \times 2}$ 에 대해 $PA + A^T P = -Q$ 를 만족하는 행렬 $P \in R^{2 \times 2}$ 가 존재한다. 이때 정해진 Q 에 대해 상수 k_1, k_2 의 값이 클수록 행렬 P 의 최대 특이치는 작아지게 된다. (2)와 (8)을 (9)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\begin{aligned} r &= \ddot{e}_1 + k_1 \dot{e}_1 + k_2 e_2 \\ &= \ddot{x}_1 - \ddot{x}_d + k_1 \dot{e}_1 + k_2 e_2 \\ &= m^{-1} \left[u - \theta_0 z + \theta_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} z - \theta_2 x_2 + \Delta \right] \\ &\quad - \ddot{x}_d + k_1 \dot{e}_1 + k_2 e_2 \end{aligned} \quad (11)$$

제어입력 u 를 다음과 같이 정의하자.

$$u = m[\ddot{x}_d - k_1 \dot{e}_1 - k_2 e_2] + \hat{\theta}_0 \hat{z}_1 - \hat{\theta}_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \hat{z}_2 + \hat{\theta}_2 x_2 \quad (12)$$

여기에서 \hat{a} 은 a 의 예측치를 의미한다. \hat{z}_1 과 \hat{z}_2 는 각각 각 마찰력 상태변수 z 의 서로 다른 예측치를 의미한다. 이 입력을 (11)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r &= m^{-1} \left[\hat{\theta}_0 \hat{z}_1 - \hat{\theta}_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \hat{z}_2 + \hat{\theta}_2 x_2 - \theta_0 z + \theta_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} z - \theta_2 x_2 + \Delta \right] \\ &= m^{-1} \left[\tilde{\theta}_0 \hat{z}_1 + \theta_0 \tilde{z}_1 - \tilde{\theta}_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \hat{z}_2 - \theta_1 \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_2 + \tilde{\theta}_2 x_2 + \Delta \right] \end{aligned}$$

여기에서 \tilde{a} 는 원래 함수값과 예측치와의 오차인 $\hat{a} - a$ 를 의미한다. 오차 상태변수 크기인 $\|e\|$ 가 $\|e\| \rightarrow 0$ 이 만족되도록 하기 위해 각 예측치의 다이내믹스를 [11]에서 제시한 방법을 이용하여 다음과 같이 제어한다. 여기에서 행렬 P 는 이전에 언급한 바와 같이 어떤 positive definite 행렬 Q 에 대해 $PA + A^T P = -Q$ 를 만족하게 하는 행렬이다.

$$\dot{\hat{z}}_1 = x_2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)} \hat{z}_1 - \rho_1 e^T P B \quad (13)$$

$$\dot{\hat{z}}_2 = x_2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)} \hat{z}_2 + \rho_2 e^T P B \frac{|x_2|}{g(x_2)} \quad (14)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_0 = -\gamma_0 e^T P B \hat{z}_1 \quad (15)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma_1 e^T P B \frac{|x_2|}{g(x_2)} \hat{z}_2 \quad (16)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = -\gamma_2 e^T P B x_2 \quad (17)$$

$\theta_i, i = 0, 1, 2$ 는 모두 상수이므로 $\dot{\hat{\theta}}_i = \dot{\theta}_i$ 가 만족된다. $\rho_1, \rho_2, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$ 는 양의 실수로 오차가 영으로 더 빠르게 수렴하도록 하는 비례상수의 역할을 하게 된다. $\dot{\hat{z}}_1$ 과 $\dot{\hat{z}}_2$ 는 다음과 같다.

$$\dot{\tilde{z}}_1 = \dot{\hat{z}}_1 - \dot{z} = -\frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_1 - \rho_1 e^T P B \quad (18)$$

$$\dot{\tilde{z}}_2 = \dot{\hat{z}}_2 - \dot{z} = -\frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_2 + \rho_2 e^T P B \frac{|x_2|}{g(x_2)} \quad (19)$$

$\tilde{\theta} = [\tilde{\theta}_0 \ \tilde{\theta}_1 \ \tilde{\theta}_2]^T$, $\tilde{z} = [\tilde{z}_1 \ \tilde{z}_2]^T$ 라 하자. 주어진 궤적 추종을 위해 다음과 같은 Lyapunov 함수를 고려하자.

$$\begin{aligned} V(e, \tilde{\theta}, \tilde{z}, t) &= \frac{m}{2} e^T P e + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma_2} \end{bmatrix} \tilde{\theta} \\ &\quad + \frac{1}{2} \tilde{z}^T \begin{bmatrix} \frac{\theta_0}{\rho_1} & 0 \\ 0 & \frac{\theta_1}{\rho_2} \end{bmatrix} \tilde{z} \end{aligned} \quad (20)$$

(20)을 미분하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{m}{2} e^T (PA + A^T P) e + m e^T P B r \\ &\quad + \tilde{\theta}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma_2} \end{bmatrix} \dot{\tilde{\theta}} + \frac{1}{2} \tilde{z}^T \begin{bmatrix} \frac{\theta_0}{\rho_1} & 0 \\ 0 & \frac{\theta_1}{\rho_2} \end{bmatrix} \dot{\tilde{z}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{m}{2}e^T Q e - \frac{\theta_0}{\rho_1} \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_1^2 - \frac{\theta_1}{\rho_2} \frac{|x_2|}{g(x_2)} \tilde{z}_2^2 \\
 &\quad + \frac{m}{2}e^T P B \Delta \\
 &= -\frac{\lambda_{\min}(Q)m}{2} \|e\|^2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)} \left(\frac{\theta_0}{\rho_1} \tilde{z}_1^2 + \frac{\theta_1}{\rho_2} \tilde{z}_2^2 \right) \\
 &\quad + \frac{m}{2}e^T P B \Delta \quad (21)
 \end{aligned}$$

여기에서 $\lambda_{\min}(Q)$ 는 행렬 Q 의 최소 특이치로 양의 실수이다. $\Delta=0$ 인 경우 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

정리 1. 식(3)과 (4)의 비선형 마찰력을 갖는 시스템 (1), (2)를 고려하자. Δ 는 0으로 가정하자. 만약 마찰력의 예측치 및 미지의 변수의 예측치의 규칙이 (13)-(17)과 같이 주어지고 이들을 이용한 제어입력이 식(12)로 주어지면 원하는 궤적의 위치 및 속도의 오차 e_1, e_2 는 $t \rightarrow \infty$ 일 때 모두 0으로 수렴하게 된다.

증명 : 식(21)을 정리하면 다음이 만족된다.

$$\dot{V} = -\frac{\lambda_{\min}(Q)m}{2} \|e\|^2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)} (\theta_0 \tilde{z}_1^2 + \theta_1 \tilde{z}_2^2) < 0$$

그러면 $\|e\|^2, \tilde{z}_1^2, \tilde{z}_2^2 \rightarrow 0$ 가 성립하게 된다. $\|e\|^2 \rightarrow 0$ 는 $|e_1| \rightarrow 0$ 와 $|e_2| \rightarrow 0$ 를 의미하는데 이는 식(10)에 의해 $r \rightarrow 0$ 를 의미하게 된다. 그러면 (8)과 (9)에 의해 $\dot{e}_2 \rightarrow 0$ 이 성립하게 된다. \square

이번엔 Δ 가 존재하는 경우를 고려하자. 가정1에 의해 $\|\Delta\|_{\infty} < \infty$ 임을 알 수 있다.

정리 2. 식(3)과 (4)의 비선형 마찰력을 갖는 시스템 (1), (2)를 고려하자. 마찰력의 예측치 및 미지의 변수의 예측치의 규칙이 (13)-(17)과 같이 주어지고 이들을 이용한 제어입력이 식(12)로 주어졌다. 그러면 임의의 $\epsilon > 0$ 에 대해 (10)의 k_1 과 k_2 의 값을 조절하여 $t \rightarrow \infty$ 일 때 $\|e\| \leq \epsilon \|\Delta\|_{\infty}$ 이 만족되게 할 수 있다.

증명 : 식(21)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\frac{\lambda_{\min}(Q)m}{2} \|e\|^2 - \frac{|x_2|}{g(x_2)} \left(\frac{\theta_0}{\rho_1} \tilde{z}_1^2 + \frac{\theta_1}{\rho_2} \tilde{z}_2^2 \right) \\
 &\quad + \frac{m}{2} \lambda_{\max}(PB) \|e\| \|\Delta\|_{\infty} \\
 &= -\frac{m}{2} (\lambda_{\min}(Q) \|e\| - \lambda_{\max}(PB) \|\Delta\|_{\infty}) \|e\| \\
 &\quad - \frac{|x_2|}{g(x_2)} \left(\frac{\theta_0}{\rho_1} \tilde{z}_1^2 + \frac{\theta_1}{\rho_2} \tilde{z}_2^2 \right)
 \end{aligned}$$

만약 $\|e\| \geq \frac{\lambda_{\max}(PB)}{\lambda_{\min}(Q)} \|\Delta\|_{\infty}$ 이면 $\dot{V} < 0$ 이 성립하게 된다. 즉 $t \rightarrow \infty$ 이면 $\|e\| \leq \frac{\lambda_{\max}(PB)}{\lambda_{\min}(Q)} \|\Delta\|_{\infty}$ 을

만족하게 된다. 여기에서 $\frac{\lambda_{\max}(PB)}{\lambda_{\min}(Q)}$ 의 값은 매우 작은 값으로 만들 수 있다. 예를 들어 임의의 $\alpha_1 \geq \alpha_2 > 0$ 에 대해 $Q = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}$ 로 정의하자. 그러면 $PA + A^T P = -Q$

을 만족해야 하므로 행렬 $P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix}$ 는 $p_{11} = \frac{\alpha_1}{2k_1}$,

$p_{12} = \frac{\alpha_1}{2k_1(k_1+k_2)}$, $p_{22} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 k_1(k_1+k_2)}{2k_1 k_2(k_1+k_2)}$ 이 성립하게 된다. 그러면 $\lambda_{\min}(Q) = \alpha_2$ 이며

$\lambda_{\max}(PB) = (p_{12}^2 + p_{22}^2)^{1/2}$ 이 된다. $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ 라 하자.

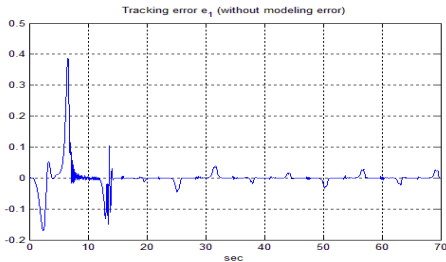
그러면 $\lambda_{\min}(Q) = \alpha$ 가 되며 k_1 과 k_2 가 1보다 큰 양의 실수라 하면 $\lambda_{\max}(PB) \leq \frac{\alpha}{k_2}$ 이 만족되므로 k_2 가 커지면 $\lambda_{\max}(PB)$ 의 값은 작아지게 된다. 따라서 주어진 ϵ

에 대해 k_2 를 $k_2 > 1/\epsilon$ 으로 정하면 $\frac{\lambda_{\max}(PB)}{\lambda_{\min}(Q)} \leq \epsilon$ 이 성립하게 된다. 따라서 적절한 $\|\Delta\|_{\infty}$ 에 대해 $\|e\|$ 의 수렴치를 0으로 수렴하게 할 수는 없지만 어느 정도 그 크기를 조절할 수 있게 된다. \square

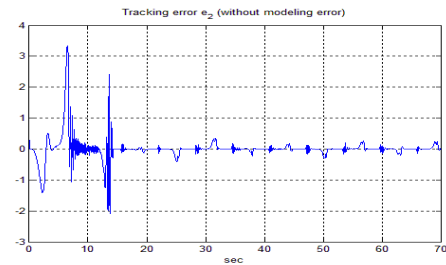
4. 시뮬레이션

시스템의 변수는 [10]의 예제를 이용하기로 하자. 각 변수의 값은 $m = 0.125 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $\sigma_0 = 12 \text{ Nm/rad}$, $\sigma_1 = 0.1 \text{ Nm} \cdot \text{s/rad}$, $\sigma_2 = 13.2 \text{ Nm} \cdot \text{s/rad}$, $F_C = 3.24$, $F_S = 8.45$, $v_s = 3.0$ 으로 정한다. 초기조건은 $\hat{\theta}_0(0) = 6$, $\hat{\theta}_1(0) = 0.3$, $\hat{\theta}_2(0) = 6$ 그리고 나머지 모든 초기값은 0으로 가정하자. 원하는 궤적 함수는 [10]의 경우와 같이

$x_d = \tan^{-1}(4\sin(0.5t)(1 - \exp(-0.01t^3)))$ rads로 주어졌다. 우선 시스템 모델링 에러인 Δ 가 없는 경우를 고려해 보자. 변수의 업데이트 규칙 상수는 $\gamma_0 = 50$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$, $\rho_1 = \rho_2 = 1$ 로 정하였다. 또한 $k_1 = k_2 = 8$, $Q = 4I$ 로 설정하였다. 그림 1은 오차 e_1 과 e_2 를 나타낸다. 그림2는 마찰력 상태변수 z 와 이의 추정치인 \hat{z}_1 과 \hat{z}_2 에 대한 오차인 \tilde{z}_1 와 \tilde{z}_2 를 보여준다.

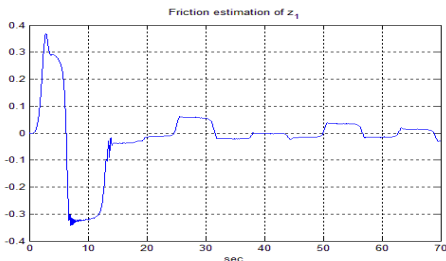


(a) 추적오차 e_1
(a) Tracking error of e_1

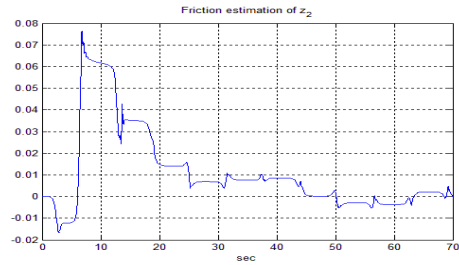


(b) 추적오차 e_2
(b) Tracking error of e_2

[그림 1] 모델링 에러가 없는 경우의 추적 오차
[Fig. 1] Tracking error without modeling error



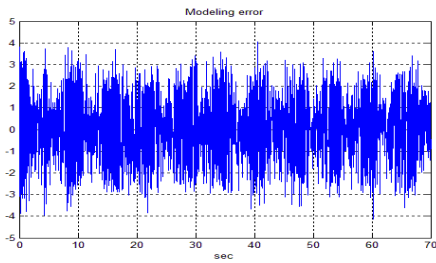
(a) 마찰력 추정치 \hat{z}_1 과 z 의 오차
(a) Friction error between \hat{z}_1 and z



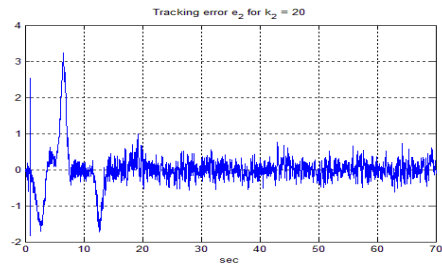
(b) 마찰력 추정치 \hat{z}_2 과 z 의 오차
(b) Friction error between \hat{z}_2 and z

[그림 2] 마찰력 상태변수의 추정 오차
[Fig. 2] Tracking error of friction states

이번엔 시스템 모델링 에러가 있는 경우를 고려하자. 본 시뮬레이션에서는 SIMULINK의 random number 생성기에서 평균은 0, 편차는 1로 하여 얻은 그림 3과 같은 random number를 시스템의 모델링 에러로 고려하였다. [11]에서는 시간 $t = 0$ 에서 $t = 20$ sec 까지만 random 잡음 신호가 있다고 가정하였으나 본 논문에서는 모든 시간 구간에서 잡음신호가 있다고 가정하였다. 정리2에서 언급한 바와 같이 디자인 변수인 k_1 , k_2 와 행렬 Q 의 선택이 오차에 영향을 주므로 두가지 경우를 고려하였다. 첫째는 모델링 에러가 없는 경우인 $k_1 = k_2 = 8$, $Q = 4I$ 와 두 번째는 $k_1 = 8$, $k_2 = 20$, $Q = 4I$ 의 경우를 비교하였다. 정리2에 의하면 k_2 가 커지면 추적 오차가 줄어든다고 하였는데 그림 4,5와 같이 k_2 가 2.5배 된 경우 오차는 대략적으로 $\frac{1}{2.5}$ 배 되는 것을 알 수 있다. 한가지 특이한 사실은 제시하는 적응제어 입력으로는 시스템 변수인 θ_0 , θ_1 , θ_2 의 수렴성을 보장할 수 없는데 시뮬레이션의 결과로는 θ_0 와 θ_2 는 원래의 값으로 거의 수렴함을 그림 6에서 알 수 있다. 또한 본 논문에서 제시한 제어방식의 결과는 [11]에서 제시한 제어 방식 중에서 성능이 가장 우수하다는 Adaptive robust control 방식의 결과에 뒤지지 않으며 특히 [11]과 달리 Δ 가 지속적으로 있는 경우에도 좋은 추적 오차 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

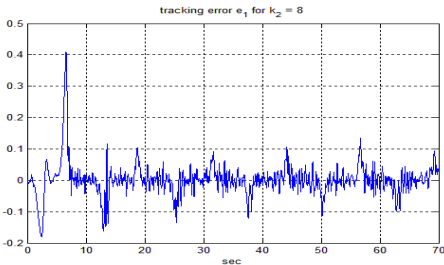


[그림 3] 시스템 모델링 에러 함수
[Fig. 3] System modeling error function

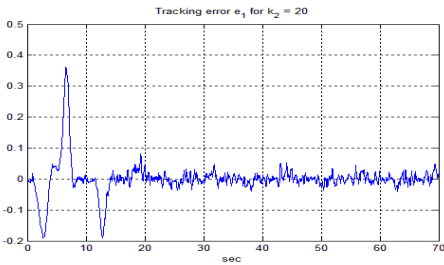


(b) $k_2 = 20$ 일 때의 추적 오차 e_2
(b) Tracking error of e_2 for $k_2 = 20$

[그림 5] 모델링 에러가 있는 경우의 추적 오차 e_2
[Fig. 5] Tracking error of e_2 with modeling error

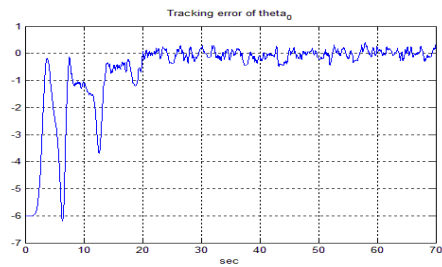


(a) $k_2 = 8$ 일 때의 추적 오차 e_1
(a) Tracking error of e_1 for $k_2 = 8$

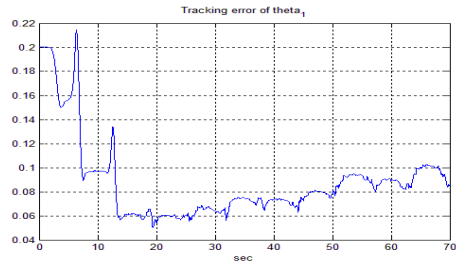


(b) $k_2 = 20$ 일 때의 추적 오차 e_1
(b) Tracking error of e_1 for $k_2 = 20$

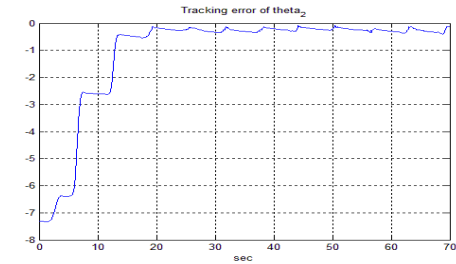
[그림 4] 모델링 에러가 있는 경우의 추적 오차 e_1
[Fig. 4] Tracking error of e_1 with modeling error



(a) θ_0 의 추정 오차
(a) Tracking error of θ_0



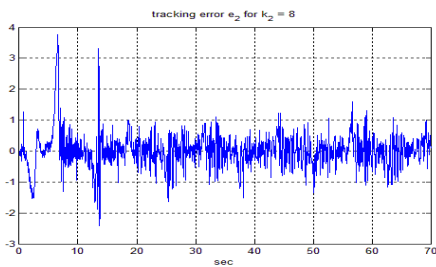
(b) θ_1 의 추정 오차
(b) Tracking error of θ_1



(c) θ_2 의 추정 오차
(c) Tracking error of θ_2

[그림 6] 모델링 에러가 있는 경우 $\theta_i, i = 0, 1, 2$ 의 추정 오차

[Fig. 6] Tracking error of $\theta_i, i = 0, 1, 2$ with modeling error



(a) $k_2 = 8$ 일 때의 추적 오차 e_2
(a) Tracking error of e_2 for $k_2 = 8$

5. 결론

본 논문에서는 비선형 마찰력이 포함된 시스템에 대한 적응제어 기법을 제시하였다. [11]에서 제시하는 기법과 달리 위치 추적 오차와 변형된 속도 추적 오차 함수를 상태변수로 하는 선형시스템을 이용한 미지 변수의 업데이트 규칙을 통한 적응제어 기법으로 시스템의 불확실성이 없는 경우에는 오차가 영으로 수렴하게 되며 불확실성이 있는 경우에도 디자인 변수의 선택에 의해 어느 정도 오차 범위를 줄일 수 있도록 하였다. 이러한 결과는 그동안 잡음이나 모델링 에러와 같은 불확실성이 있는 경우에 단순히 이러한 불확실성의 최대 norm에 의한 오차 범위를 제시한 다른 논문들과 다르다고 할 수 있다. 시뮬레이션의 결과에 의하면 적절한 디자인 변수의 선택으로 오차가 기존의 결과에 비해 약 60% 줄어든 것을 알 수 있었다.

References

[1] B. Amstrong-Helouvy, "Strick-slip and control in low-speed motion", IEEE Transactions on Automatic Control, vol.38, pp. 1483-1496, 1993.

[2] P. A. Bliman, "Mathematical study of the Dahl's friction model", European Journal of Mechanics, vol.11, pp. 835-848, 1992.

[3] P. A. Bliman, and M. Sorine, "Friction modelling by hysteresis operators, application to Dahl, striction, and Stribeck effects", Proceedings of Conference on Models and Hysteresis, Ternto Italy 1991.

[4] C. Canudas De Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky, "A new model for control of systems with friction", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 40, no. 3, pp. 419-425, 1995.

[5] D. A. Haessin Jr., and B. Friedland, "On the modeling and simulation of friction", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, vol. 113, pp. 354-362, 1991.

[6] P.A. Bilman and M. Sorine, "Friction modelling by hysteresis operators, application to Dahl, striction, and Stribeck effects", Proc. of Conf. on Models and Hysteresis, Ternto Italy 1991.

[7] M. Freemster, D.M. Dawson, A. Behal, and W.E. Dixon, "Tracking control in the presence of nonlinear dynamic friction effects: Robust extension," Asian J. Contr., vol.1, no.3, pp.153-168, 1999.

[8] C. Makkar, G. Hu, W.G. Sawyer, and W.E. Dixon, "Lyapunov-based tracking control in the presence of uncertain nonlinear parameterizable friction," IEEE Trans. Automat. Control, vol.52, no.10, pp.1988-1994, Oct. 2007

[9] Y. Tan and I. Kanellakopoulos, "Adaptive nonlinear friction compensation with parametric uncertainties", Proceedings of American Control Conference, pp. 2511-2515, 1999.

[10] P. Vedagarbha, D. M. Dawson, and M. Feemster, "Tracking control of mechanical systems in the presence of nonlinear dynamic friction effects", IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 7, pp. 446-456, 1999.

[11] L. Xu and B. Yao, "Adaptive robust control of mechanical systems with nonlinear dynamic friction compensation", International Journal of Control, Vol.16, No.1, pp.34-45, Jan. 2008.

이 태 봉(Tae Bong Lee)

[정회원]



- 1986년 2월 : 홍익대학교 전자공학과 졸업.
- 1989년 2월 : 동 대학원 석사.
- 1994년 2월 : 동 대학원 박사.
- 1995년 3월 ~ 현재 : 경원대학교 전자공학과 교수.

<관심분야>

강인제어, GMDH

양 현 석(Hyunsuk Yang)

[정회원]



- 1984년 5월 : Purdue Univ. 전자공학과 졸업
- 1991년 12월 : Univ. of California, Berkeley 전자공학 박사
- 1992년 3월 ~ 현재 : 홍익대학교 전자전기공학부 교수

<관심분야>

적응제어, 최적제어

김 병 한(Byung-Han Kim)

[정회원]



- 1996년 2월 : 홍익대학교 전자공학과 졸업
- 1998년 2월 : 동 대학원 석사
- 1998년 3월 ~ 2011년 5월 : 캐리어(주) 기술연구소 과장
- 2011년 5월 ~ 현재 : 삼성전기 중앙연구소 책임연구원
- 2010년 3월 ~ 현재 홍익대학교 대학원 전자정보통신학과 박사과정 재학

<관심분야>

모터제어, 인버터