

기계학습과 동적델타헤징을 이용한 옵션 헤지 전략

유재필¹, 신현준^{1*}
¹상명대학교 경영공학과

An Option Hedge Strategy Using Machine Learning and Dynamic Delta Hedging

Jae Pil Ru¹ and Hyun Joon Shin^{1*}

¹Dept. of Management Engineering, Sangmyung University

요 약 동적 델타 헤징(Dynamic Delta Hedging)이란 옵션 발행자가 옵션의 만기정산금액(payoff)을 지급하기 위해 주기적으로 델타에 근거한 헤지 포지션을 조절함으로써 옵션의 payoff를 복제하고 옵션 가치변화에 따른 위험을 회피하는 방법이다. 본 연구에서는 헤지에 있어서 주요 변수인 블랙-숄츠의 모형에 의해 산출된 델타의 대체 값을 찾기 위해 기계학습의 일종인 인공신경망 학습을 적용하여 옵션의 만기 시 헤지 비용의 최소화 및 차익 실현을 위한 방법론을 제시하고자 한다. 기초자산의 현재가격, 변동성, 무위험이자율, 만기 등의 시장 상황 변화에 따른 다양한 시나리오에 대한 실험을 통해 본 연구에서 제시하는 방법론의 성능을 분석하고 그 우수성을 보인다.

Abstract Option issuers generally utilize Dynamic Delta Hedging(DDH) technique to avoid the risk resulting from continuously changing option value. DDH duplicates payoff of option position by adjusting hedge position according to the delta value from Black-Scholes(BS) model in order to maintain risk neutral state. DDH, however, is not able to guarantee optimal hedging performance because of the weaknesses caused by impractical assumptions inherent in BS model. Therefore, this study presents a methodology for dynamic option hedge using artificial neural network(ANN) to enhance hedging performance and show the superiority of the proposed method using various computational experiments.

Key Words : Dynamic Delta Hedging; Option Hedge Cost; Hedging Performance; Black-Scholes; Machine Learning; Artificial Neural Networks

1. 서론

헤지(hedge)란 현물시장(spot market)에서의 거래와 반대되는 거래를 선물 또는 옵션 장·외 시장에서 행함으로써 양 시장 간의 손익을 상쇄(offset)하여 현물시장의 가격변화에 대처하는 것을 말하며 상품선물시장(commodity futures market)을 대상으로 발전되어 점차 그 범위가 추가지수, 금리, 환율 등 금융선물시장의 전반으로 응용 및 발전되어 왔다[1,9]. 우리나라는 IMF이후 금융시장의 개방 및 3단계에 걸친 자본자유화 조치 등으로 인해 국내 금융시장의 불확실성과 가격변동위험과 같

은 시장위험에 직접적으로 노출시키는 계기가 되었으며, 2008년 미국 서브프라임 모기지론으로 인한 세계 금융시장의 폭락 등을 미루어 봤을 때 금융상품에 대한 헤지의 필요성은 더욱 중요한 요소로 간주된다.

금융상품의 헤지는 만기 전 기초자산의 가치가 변화함에 따라 헤지를 해야 하며 일반적인 방법으로는 정량적 헤징 방법론인 블랙-숄츠 모형을 통한 동적 델타 헤징이 있다. 블랙-숄츠 모형을 기반으로 한 동적 델타 헤징이란 옵션 발행자가 옵션의 만기정산금액(payoff)을 복제하고 옵션 가치변화에 따른 위험을 회피하는 방법이다. 그러나 블랙-숄츠 모형은 선물 및 옵션 시장에서 제공하는 비교

본 연구는 2009년도 상명대학교 교내연구비 지원을 받아 이루어졌음.

*교신저자 : 신현준 (hjshin@smu.ac.kr)

접수일 10년 12월 13일

수정일 (1차 11년 02월 01일, 2차 11년 02월 09일)

계재확정일 11년 02월 10일

적 간단한 변수들로 옵션의 가격을 결정할 수 있다는 점에서 큰 공헌을 했지만 다양한 시장 이론에 불합리한 다음과 같은 가정들로 인한 한계와 문제점을 내포하고 있다.

- 주가의 형태는 대수정규분포를 따름.
- 거래 비용과 세금이 없으며 모든 증권은 분할할 수 있음.
- 옵션의 만기일까지 배당은 없음.
- 무위험 차익 거래 기회는 존재하지 않음.
- 증권의 거래는 연속적으로 이뤄짐.
- 투자자는 무위험 이자율로 차입하거나 대출할 수 있음.
- 단기 무위험 이자율(r)은 일정함.

따라서 본 연구에서는 블랙-숄즈 모형을 통한 동적 델타 헤징이 아닌 기계학습(Machine Learning)기법의 하나인 인공신경망(Artificial Neural Network; 이하 ANN)을 이용하는 동적 헤지 방법론을 제시하고자 한다. ANN은 뉴런과 시냅스를 조직화함으로써 비선형적인 병렬식으로 계산하는 방법론으로써 사람의 두뇌와 유사한 디지털 컴퓨터를 통해 특정한 기능만을 수행할 수 있도록 모형화되어있다[7]. 그러나 ANN을 통한 동적 헤지 전략은 국내외를 통틀어 아직은 활발한 연구가 이뤄지고 있지 않다. 본 연구에서는 ANN을 이용한 동적 헤지를 통해 실효성을 분석하고 헤지 비용 절감을 위한 효과적인 헤지 방법론을 제시하고자 한다.

2. 선행 연구

헤징(hedging) 전략은 일정한 헤지 비율을 근거하여 옵션 시장에서의 손익(손실)을 현물 시장에서의 손실(손익)으로 상쇄한다. 금융 시장에서의 다양한 변수로 인한 위험 부담으로 인해 헤징 전략에 대한 연구는 활발하게 진행되고 있다. 더불어 다양한 방법론을 근거하여 헤징 전략을 제시하고 있다.

헤지를 위해 최소분산헤지모형과 베타헤지모형의 방법론을 이용한 Figlewski[2,3]는 S&P 500 지수선물의 헤지 능력 평가를 위해 5가지 기초자산의 헤지 성능을 연구하였다. 그리고 기초자산의 보유기간에 따라 헤지 성능의 유의한 차이를 분석하기 위해 1일, 2일, 3일, 1주, 2주, 3주의 보유기간 별 헤지 성능의 차이를 검증하였다.

Peters[12]는 포트폴리오의 위험을 헤징하기 위하여 S&P 500 지수 선물을 이용하여 헤지 실증 분석을 하였다. Peters는 1984년부터 1985년까지의 일 별 자료를 이용하고 위험을 최소화하는 헤지 비율을 산출하기 위해 회귀분석 방법론을 적용하였다. 본 논문은 회귀분석에 의

해 나온 헤지 비율이 베타보다 위험을 최소화할 수 있다고 나타났다.

Ghosh[4]는 잔차의 제곱 합이 최소가 되는 최소제곱법(Ordinary Least Squares)을 활용하여 추정한 헤지 비율은 이상 값일 확률이 높다는 것을 분석하였다. 그는 1990년 1월 2일 기준으로 489일 동안의 S&P 500 지수 선물을 이용하였고 ECM이 OLS보다 헤지 비율이 상대적으로 높은 것으로 나타났다.

Marmer, Harry S[10]는 기초적 통계량인 평균과 분산 구조에 의한 헤지 성능 평가와 헤지 비율의 안정성 평가 등을 토대로 최적의 헤지 비율 도출에 대해 연구하였다. 그리고 Grammatikos, Theoharry and Anthony Saunders[5]는 시계열 자료를 바탕으로 헤지 비율 도출에 있어서 최소분산에 따른 헤지 비율의 안정성 문제에 대해 연구하였다. Myers[11]는 최적의 헤지 비율이 헤지 시점에 따라 유의한 차이가 있는지와 헤지를 안하는 경우와의 비교를 통해 헤지 효과에 대해 분석하였다.

이상과 같이 기존 연구들을 고찰해본 결과 대부분의 기존 연구들은 헤지 전략 수립에 있어 회귀모형과 헤지 비율을 연계하거나 블랙-숄즈의 동적델타헤징 모형에 기반을 두어 진행되어 온 반면, ANN과 같은 기계학습 알고리즘을 동적 헤징에 직접 반영하여 연구한 시도는 찾아보기 어려웠다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 3장에서는 본 논문의 주요 헤징 대상이 되는 옵션시장을 위한 헤지 전략의 기본 원리에 대해 설명하고 4장에서는 본 논문이 제안한 ANN 알고리즘에 기반을 둔 동적 헤징 전략 대하여 기술하고 5장에서는 다양한 환경 하에서 실행된 실험 결과 및 분석을, 마지막으로 6장에서 결론 및 추후 연구 과제를 제시한다.

3. 옵션의 헤지 전략

3.1 블랙-숄즈 모형

인공신경망을 이용한 헤지 전략에 대한 헤지 성능을 검증하기 위한 비교 대상 모형인 동적 델타 헤징 전략은 블랙-숄즈 모형에 기반을 두고 있으며 본 논문에서는 콜과 풋옵션 중 콜옵션을 이용하기로 한다. 콜옵션에 대한 블랙-숄즈 가격 결정식은 식 (1)과 같다.

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2) \quad (1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (2)$$

S	X	주기	T	옵션수량	q									
221.86	221.86	13	0.25	100	0									
헤징주기	자본만기	Δt	date	주가 (지수포인트)	r	변동성(σ)	델타(Δ)	수량델타 (Δ × 옵션수량)	포지션	매매금액	이자비용	누적비용	최종비용	
0	0.000	0.000	2009-12-30	221.86	0.040	0.200	0.560	56.0	12416	1241567812	0.0	1241567812	1241555397	
1	0.019	0.019	2010-01-08	222.66	0.040	0.200	0.572	57.2	12737	27673369	955419.6	1270196601	1270183944	
2	0.039	0.019	2010-01-15	223.21	0.040	0.200	0.581	58.1	12964	19524023	977450.2	1290698074	1290685245	
3	0.058	0.019	2010-01-22	220.68	0.040	0.200	0.528	52.8	11656	-116058213	993226.6	1175633088	1175621431	
4	0.077	0.019	2010-01-29	210.34	0.040	0.200	0.303	30.3	6372	-473830824	904681.1	702706945	702700573	
5	0.096	0.019	2010-02-05	205.06	0.040	0.200	0.188	18.8	3850	-236234292	540751.8	467013405	467009555	
6	0.115	0.019	2010-02-12	208.74	0.040	0.200	0.236	23.6	4917	99819438	359379.3	567192222	567187305	
7	0.135	0.019	2010-02-19	208.70	0.040	0.200	0.212	21.2	4433	-48310025	436469.6	519318667	519314234	
8	0.154	0.019	2010-02-26	208.36	0.040	0.200	0.179	17.9	3731	-69493750	399629.6	450224546	450220816	
9	0.173	0.019	2010-03-05	214.05	0.040	0.200	0.287	28.7	6137	230489444	346459.8	681060450	681054312	
10	0.192	0.019	2010-03-12	217.35	0.040	0.200	0.361	36.1	7849	161714344	524094.2	843298888	843291039	
11	0.212	0.019	2010-03-19	220.48	0.040	0.200	0.460	46.0	10145	218244745	648941.0	1062192574	1062182430	
12	0.231	0.019	2010-03-26	222.25	0.040	0.200	0.542	54.2	12041	181515008	817385.5	1244524968	1244512965	
13	0.250	0.019	2010-03-29	221.60	0.040	0.200	0.000	0.0	0	-1200607278	957695.2	44875385	44875385	

[그림 1] 동적 델타헤징 시뮬레이션 예제

Notations :

- C 콜옵션의 현재가치
- S 현재 주가
- X 행사 가격
- N(d) 표준정규분포에서 d 값보다 작을 확률
- T 만기
- σ 변동성(volatility)

(delta)를 산출할 수 있다. 델타는 기초자산의 가격 변화에 대한 옵션가격의 변화로 정의되며 옵션가격을 기초자산 가격의 함수로 나타내는 곡선의 기울기를 말한다. 다음 식 (3)은 콜옵션에서의 델타 Δ를 구하는 공식이다.

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} = N(d_1) \tag{3}$$

블랙-숄츠 모형은 실제 시장에서 얻을 수 있는 여러가지 모수들을 이용하여 옵션의 이론가격을 산출할 수 있다. 그러나 블랙-숄츠의 옵션가격결정 모형은 차익 거래의 기회가 존재하지 않으며 수익은 무위험 이자율이라는 가정 등을 따른다. 또한 앞서 말한 블랙-숄츠 모형의 가정들은 실제 시장에서의 괴리를 발생시키므로 많은 한계점을 야기하고 있는 것이 사실이다. 동적 델타 헤징은 블랙-숄츠의 연구를 통해 시작된 전통적인 옵션가격결정 모형인 차익 거래의 기회가 존재하지 않는 상황에서 무위험 이자율로 수익을 올리는 동적 헤징 기법의 아이디어에 기반하고 있다[9].

반면 Hutchinson et al[8]와 Gencay & Qi[6] 인공시장망을 토대로 옵션의 가격을 결정하는 방법론을 제안하였다. 그러나 옵션가격결정 모형의 일반적이고 구체적인 방안은 지금도 어려운 문제로 남아있으며 국제 금융 시장에서의 다양한 변수들을 고려한 수학적 모형은 끊임없는 연구가 진행되고 있다.

3.2 델타 헤징

옵션가격에 영향을 주는 각각의 요소(기초자산의 가격, 변동성, 잔존만기 등)들로 편미분 하면 각 민감도를 산출할 수 있는데 그 중에서도 옵션의 가격을 결정하고 옵션을 헤지하는데 있어서 매우 중요한 모수인 델타

위 식으로부터 산출된 델타 값을 통해 주가가 변화량이 옵션가치에 어느 정도의 영향을 주고 있는지 판단할 수 있다. 예를 들어 콜옵션의 델타가 0.5라면 콜옵션의 가격 변동폭은 주가 변동폭의 50%라는 것을 의미한다.

3.3 동적 델타헤징 (DDH)

그림 1은 2009년 12월 30일부터 2010년 3월 29일까지의 3개월 동안의 KOSPI200 지수 콜옵션 매도포지션에 대한 동적델타헤징을 적용한 시뮬레이션 결과를 보여준다. 본 시뮬레이션에서 행사가격(X)은 등가격(ATM), 무위험이자율(r)은 국고채 3년 만기 주별 이자율, 변동성(σ)은 역사적 변동성으로 추정하여 사용하였고, 배당은 없다고 가정하였다. 국내 KRX(한국거래소) 시장에는 아직 개별주식에 대한 옵션거래가 이루어지고 있지 않아, KOSPI200 지수옵션을 이용하였고 콜옵션 매도수량은 100, 지수포인트당 100,000원을 기준으로 산정하였다.

헤지는 1주일 간격으로 재조정(rebalance)되는 것으로 가정한다. 최초(헤징주기 = 0)의 델타값은 0.56으로 계산되었다. 이는 옵션을 발행하자마자 1,241,567,812원 (=221.86(지수포인트) × 100(옵션수량) × 100,000원/지수포인트)을 차입하여 콜옵션을 계약 당 221.86포인트에 56계약 매입해야 함을 의미한다. 이자율은 연 4%이다. 그 결과, 첫 주에 약 955,419원의 이자비용이 발생한다. 첫

주 말기에 지수포인트는 222.66으로 상승한다. 이는 델타를 0.57로 상승시키고 헤지를 유지하기 위하여 1.2계약을 추가로 매입해야 하므로 27,673,369원을 추가 차입하여야 한다. 옵션의 만기일에 접근함에 따라 옵션이 행사 여부가 확실해지지 않고 있어 상대적으로 높은 수준의 델타가 유지되었다. 그러나 만기일에 행사기준에 미치지 못하여 델타가 0이 됨과 동시에 노출된 포지션을 취하게 되고 총비용은 44,875,385원이 되었다.

4. ANN기반의 동적 헤지 전략

4.1 헤징 목표값

3.3절에서 기술한 입력 변수들에 기초해 도출된 델타값을 통해 기초자산 가격의 변화에 따라 동적 델타 헤징을 할 수 있는데, 여기서 만기 시점의 최종비용이 본 연구에서의 헤지 성능지표(performance measure)가 된다. 따라서 기존의 블랙-숄츠 모델을 통해 산출된 델타 값을 이용한 동적 헤지보다 더 적은 비용으로 헤지할 수 있는 헤징 값을 추정하는 것이 본 연구의 중요한 내용 중 하나다. 또한 본 논문에서는 최종비용을 최소화 할 수 있는 헤징 목표값을 인공지능경망 학습을 통해 주어진 입력 변수들에 따라 헤징 목표값을 예측함으로써 기존의 블랙-숄츠 모델에 기반을 둔 헤지 성능과 비교한다.

본 연구의 헤지 성능지표인 최종비용을 Z 라고 정의하며, 최종비용을 최소화 할 수 있는 결정 변수인 헤징 목표값을 h_t 라고 정의한다. 최종비용 Z 를 최소화하도록 최적의 헤징 목표값 h_t^* 을 찾아내는 문제를 DHP(Dynamic Hedging Problem)라고 정의하면 다음과 같이 모형화 할 수 있다.

[DHP]

Minimize Z

subject to

$$Z = \sum_{t=2}^T C_{t-1} \exp(r\tau) - Q\{\max(S_t - X, 0) - S_t h_{t-1}\} \quad (4)$$

$$C_t = C_{t-1} \exp(r\tau) + QS_t(h_t - h_{t-1}), \quad \forall t \quad (5)$$

$$C_0 = QS_0 h_0 \quad (6)$$

$$0 \leq h_t \leq 1, \quad \forall t \quad (7)$$

$$h_T = \begin{cases} 1 & \text{if } S_T > X \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

여기서,

C_t t 기간의 누적비용

τ Δt

h_t t 기간의 헤징 목표값(결정변수)

Q 옵션수량

제약식 (4)는 무위험 이자율로 할인된 누적비용 및 옵션 payoff 그리고 보유 주식(지수) 포지션 항목으로 계산되는 헤징 최종비용을 나타낸다. 누적비용 및 누적비용의 초기값은 제약식 (5)와 (6)에 주어진다. 결정변수인 헤징 목표값의 범위와 만기 조건은 제약식 (7), (8)과 같이 각각 정의된다. DHP 문제의 최적해인 h_t^* 는 LINGO 및 EXCEL 등의 최적화 소프트웨어를 이용하여 쉽게 구할 수 있다. 이렇게 산출된 h_t^* 는 4.2절에서 설명할 ANN의 학습 target값으로 사용된다.

또한 ANN에 기반을 둔 동적 헤지 전략 하의 헤징 목표값은 미래 옵션 가격이 오르는 경향을 보이는 경우 상대적으로 낮은 가격에 가능한 많은 수량을 보유해 놓음으로써 헤지 성능을 높일 수 있다는 점을 기본 전제로 하고 있다. 또한 헤지는 투기 목적이 아닌 위험 최소화가 목적이므로 h_t 값이 기본 옵션 계약 수인 1을 넘지 않도록 한다.

4.2 ANN 학습 모형 및 옵션 헤지 전략

DHP 문제로부터 구한 h_t^* 은 헤지 최종 비용을 최소화할 수 있는 값으로써 블랙-숄츠 모델에 의해 계산된 델타 값보다 적은 비용으로 헤지할 수 있을 것으로 기대된다. 본 논문은 2000년 11월부터 2009년 9월까지 KRX 거래소에서 거래된 KOSPI200 지수 옵션과 관련된 시장정보와 target 값(h_t^*)을 바탕으로 ANN을 학습시켜 input data(상황변수)가 주어졌을 때, 헤지 비용을 최소화하는 헤징 목표값을 추정할 수 있도록 한다.

본 연구에서 사용한 ANN은 피드포워드 역전파 뉴럴 네트워크(feed-forward back-propagation neural network)으로써, 입력층(input layer), 은닉층(hidden layer) 그리고 출력층(output layer)으로 구성된다. ANN 학습 및 사용을 위해서는 input data와 output data를 정의해야하는데, input data는 S , T' (잔존만기), r , σ 그리고 $H_t H$ (hint)로 정의하며, out data는 학습시에는 target값인 h_t^* , 실제 사용시에는 헤징 목표값으로 정의한다. 여기서 H_t 는 학습을 높이기 위한 정보로써 행사가격과 기초자산의 현재가격 간의 오차를 이용해 행사 가능성 유무를 파악하

S	X	주기	T	옵션수량	q	결과 비교	누적비용	최종주식포지션	옵션 payoff	최종비용	개선율		
221.86	221.86	13	0.25	100	0	델타	44875385	0	0	44875385			
						ANN	22243378	0	0	22243378	50%		
헤징주기	자판간기	Δt	date	주가 (지수포인트)	r	변동성(σ)	헤징 목표값	헤징수량 (헤징목표값 × 옵션수량)	포지션	매매금액	이자비용	누적비용	최종비용
0	0.000	0.000	2009-12-30	221.86	0.040	0.200	0.86266	86.3	19139	1913897476	0.0	1913897476	1913878337
1	0.019	0.019	2010-01-08	222.66	0.040	0.200	0.84787	84.8	18879	-32931414	1472795.2	1882438857	1882420059
2	0.039	0.019	2010-01-15	223.21	0.040	0.200	0.61603	61.6	13750	-517490064	1448587.0	1366397380	1366383765
3	0.058	0.019	2010-01-22	220.68	0.040	0.200	0.42093	42.1	9289	-430546680	1051479.3	936902179	936892890
4	0.077	0.019	2010-01-29	210.34	0.040	0.200	0.64396	64.4	13545	469121302	720971.2	1406744453	1406730908
5	0.096	0.019	2010-02-05	205.06	0.040	0.200	0.63647	63.6	13051	-15358994	1082527.4	1392467986	1392454935
6	0.115	0.019	2010-02-12	208.74	0.040	0.200	0.639	63.9	13338	5281122	1071541.3	1398820649	1398807311
7	0.135	0.019	2010-02-19	208.70	0.040	0.200	0.63822	63.8	13320	-1627860	1076429.8	1398269219	1398255900
8	0.154	0.019	2010-02-26	208.36	0.040	0.200	0.63702	63.7	13273	-2500320	1076005.5	1396844905	1396831632
9	0.173	0.019	2010-03-05	214.05	0.040	0.200	0.16612	16.6	3556	-1007961450	1074909.5	389958364	389954808
10	0.192	0.019	2010-03-12	217.35	0.040	0.200	0.18258	18.3	3968	35775810	300083.4	426034258	426030289
11	0.212	0.019	2010-03-19	220.48	0.040	0.200	0.2305	23.1	5082	105654016	327844.7	532016118	532011036
12	0.231	0.019	2010-03-26	222.25	0.040	0.200	0.25439	25.4	5654	53095525	409400.6	585521044	585515429
13	0.250	0.019	2010-03-29	221.80	0.040	0.200	0.0	0.0	0	-563728240	450574.1	22243378	22243378

[그림 2] ANN을 이용한 동적 헤징 시뮬레이션 예제

여 상수 값으로 결정되도록했으며 다음과 같이 정의된다.

$$H_t = \begin{cases} 1 & \text{if } S_t \geq X + \xi \\ 0 & \text{if } S_t \leq X - \xi \\ 0.5 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

여기서 ξ 는 ANN으로 하여금 학습을 수행할 때 기초 자산의 가격동향을 반영할 수 있도록 하는 역할을 한다. 가장 적합한 ξ 값(정수)은 시행착오 법으로 계산될 수 있는데, 본 논문의 실험에서는 0과 7사이의 값들 중에서 가장 좋은 성능(학습률)을 나타낸 값을 선정하여 사용하였고, 실험은 MATLAB 7.4 소프트웨어에서 제공하는 툴박스인 nntool을 이용하였다. 입력층과 은닉층에서의 변환 함수는 각각 TANSIG와 LOGSIG 함수를 사용하였다.

[표 1] ANN과 델타헤징 간의 성능비교

Weakly KOSPI200 Call Option	만기 시 Moneyess		
	ITM	ATM	OTM
학습기간 (2000.11 ~ 2009.9)	2.81 ¹⁾ (3.22) ²⁾	8.73 (4.47)	121.01 (56.5)
테스트기간 (2009.10 ~ 2010.7)	1.63 ¹⁾	78.18	39.58

1): RDP값의 평균, 2): RDP값의 표준편차

5. 실험결과 및 분석

본 논문은 제안한 ANN를 이용한 동적 헤징전략의 성능을 평가하기 위해 기존의 동적 델타헤징과 비교실험을 수행하였고 그 결과는 표 1과 같다.

해의 질을 가능하는 척도로서 본 실험에서는 상대오차(RDP)를 다음과 같이 정의하여 사용하였다.

$$RDP = \frac{Z_{DDH} - Z_{ANN}}{Z_{DDH}} \quad (10)$$

여기서 Z_{DDH} 는 동적 델타헤징(DDH)를 적용하여 얻은 최종 헤징비용을 의미하고 Z_{ANN} 은 본 연구에서 제안한 기법을 이용하여 얻은 최종 헤징비용을 뜻한다. 표 1을 보면 모든 moneyess 척도 - 내가격(in the money; ITM), 등가격(at the money; ATM), 외가격(out of the money; OTM)에서 본 논문에서 제안한 방법론이 DDH보다 월등히 우수하다는 것을 알 수 있다. 특히 학습기간 동안의 OTM 조건 및 테스트기간 동안의 ATM 및 OTM 조건에 대해서는 본 논문의 전략이 DDH와 비교하여 매우 높은 비용 절감율을 보여주고 있다.

실례로 3.3절에서 예제로 제시한 동적 델타헤징 시뮬레이션에 본 논문이 제시한 ANN을 이용한 동적 헤징 전략 방법을 적용한 결과, 그림 2와 같이 50%의 개선율을 보이고 있다.

6. 결론

본 논문에서는 기계학습의 일종인 인공신경망(ANN)을 이용하여 KOSPI200 지수옵션에 대한 동적델타헤징에 기반한 옵션 헤지 전략을 제시하였다. 제시한 전략은 실제 KRX에서 2000년 11월부터 2010년 7월까지 기간동안 거래된 KOSPI200 지수옵션 데이터를 이용하여 실험한 결과, 기존의 블랙-숄즈 모델에 근거한 동적델타헤징 방법론과 비교하여 헤징비용 측면에서 매우 높은 개선율을 보이는 것으로 입증되었다. 따라서 본 연구에서 제안한 옵션 헤지 전략은 실제 금융기관에서 효과적인 헤지 전략 또는 대안으로 사용될 수 있을 것으로 기대된다. 현재

KRX에서는 개별 주식옵션이 거래되고 있지 않으나, ELW(Equity Linked Warrant) 상품에 대해 LP(liquidity provider; 유동성 공급자) 입장에서의 개별 주식옵션 헤징을 위해 본 논문에서 제시한 전략을 이용하여 평가하는 방안도 추후 연구로 계획되어 있다.

참고문헌

- [1] 이경수, 권영은, 신진호, “파생상품 Modeling I: MATLAB 활용”, 도서출판아진, pp. 35-184, 2008.
- [2] Figlewski, S., "Hedging Performance and Basis Risk in Stock Index Futures", Journal of Finance, 39, pp. 657-669, 1984.
- [3] Figlewski, S., "Hedging With Stock Index Futures : Theory and Applicatios in a New Market", Journal of Futures Markets, 5, pp. 183-199, 1985.
- [4] Ghosh, A., "Hedging with Stock Index futures: Estimation and Forecasting with Error Correction Model", Journal of Futures Markets, 13, pp. 743-752, 1993.
- [5] Grammatikos, Theoharry and Anthony Saunders, "Stability and the Hedging Performance of Foreign Currency Futures", The Journal of Futures Markets, 3(3), pp. 295-305, 1983.
- [6] Gencay R. and Qi M., "Pricing and hedging derivative securities with neural networks: Bayesian regulation, early stopping, and bagging", IEEE Transactions on Neural Networks, 12, pp. 726-734, 2001.
- [7] Haykin S., “Neural networks A comprehensive foundation”, Prentice-Hall of India, pp. 25-99, 1999.
- [8] Hutchinson J. M., Lo A.W., and Poggio T., "A nonparametric approach to pricing and hedging derivative securities via learning networks", Journal of Finance, 49, pp. 851-889, 1994.
- [9] John C. Hull, “Options, futures and other derivatives”, Person Prentice Hall, pp. 115-280, 2006.
- [10] Marmer, H.S., "Portfolio Model Hedging with Canadian Dollar Futures: A Framework for Analysis", The Journal of Futures Markets, 6(1), pp. 83-92, 1986.
- [11] Myers, R.J., "Estimating Time-Varying Optimal Hedge Ratios on Futures Markets", The Journal of Futures Markets 11(1), pp. 39-53, 1991.
- [12] Peters, E., "Hedged Equity Portfolios: Components of Risk and Return", Advances in Futures and

Options Research 1, pp. 75-91, 1986.

유재필(Jae Pil Ru)

[정회원]



- 2009년 2월 : 상명대학교 산업정보시스템공학과(공학사)
- 2011년 2월 : 상명대학교 경영공학과(경영공학석사)
- 2011년 3월 ~ 현재 : 상명대학교 경영공학과 박사과정

<관심분야>
금융공학, 생산관리

신현준(Hyun Joon Shin)

[종신회원]



- 1995년 2월 : 고려대학교 산업공학과(공학사)
- 1997년 2월 : 고려대학교 산업공학과(공학석사)
- 2002년 2월 : 고려대학교 산업공학과(공학박사)
- 2002년 5월 ~ 2004년 4월 : 미국Texas A&M대학교 연구원
- 2004년 6월 ~ 2005년 2월 : (주)삼성전자 책임연구원
- 2005년 3월 ~ 현재 : 상명대학교 경영공학과 조교수

<관심분야>
생산관리, 공급사슬망관리, 스케줄링, 금융공학