

# 시간전개형 네트워크 접근법을 이용한 기존 열차시각표를 고려한 추가적 철도화물 최대수송량 결정에 관한 연구

안재근<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>한경대학교 컴퓨터공학과

## A Study on Time-Expanded Network Approach for Finding Maximal Capacity of Extra Freight on Railway Network

Jae-Geun Ahn<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Computer Engineering, Hankyong National University

**요약** 본 연구는 주어진 시간 내에 현재의 열차운행계획을 바꾸지 않고 추가적으로 수송할 수 있는 화물의 최대량과 수송 일정을 찾고자 하는 알고리즘에 관한 것이다. 이를 위해 시간전개형 네트워크로 주어진 문제를 표현한 후, 전처리 절차를 통해 불필요한 호들을 제거하는 방법으로 정적네트워크에 반복적인 최대유통문제를 적용하여 기존 열차운행계획을 고려한 화물의 최대량과 수송일정을 제시하는 절차를 예시와 함께 제시하였다.

**Abstract** This study deals with the algorithm to finding the maximum capacity and their schedule of extra freight while honoring planned timetable of trains on railway network. Time-expanded network, a kind of space-time graph, can be shown both planned train timetable and dynamic features of given problem. Pre-processing procedure is a series of infeasible arcs removal from time-expanded network honoring planned timetable. In the result, this preprocessing transforms dynamic features of given problem into static maximal flow problem which can be easily solved.

**Key Words** : Timetable, Dynamic maximal flow, Time-expanded network, Preprocessing, Capacity plan

## 1. 서론

### 1.1 연구의 배경 및 목적

철도물류의 중요성은 녹색성장시대에 더욱 더 중요해지고 있다. 반면에 20세기 중반까지 우리나라 철도는 화물운송 및 여객운송의 중요수단으로 이용되어 왔으나 고속도로의 개통과 육상교통체계의 확충 등으로 공로수송의 비중이 급격히 증가하게 되었다. 즉, 도로의 화물수송 분담률은 1990년의 63.8%에서 2004년에는 76.0%로 지속적으로 증가한 반면, 철도의 수송분담률은 2004년 현재 매우 낮은 7%로서 1990년의 17.2%에 비해 크게 감소하는 추세를 보이고 있다[1].

이와 같은 철도화물의 수송분담률이 지속적으로 낮아지는데 대한 원인으로는 다음과 같은 것들을 꼽고 있다.

첫째, 적시 수송/수급관련 문제점과 애로사항이다. 즉, 화차부족으로 정확한 시간 내에 수송이 안되는 점, 성수기에도 화차가 부족한 점, 필요시점에 필요한 화차 수급이 안되는 점, 그리고 마지막으로 원하는 시간에 배차가 되지 않는 점을 꼽고 있다. 둘째, 연계 수송 관련 문제점 및 애로사항이다. 즉, 철도연계가 안되어 연계운송에 따른 추가비용의 부담이 있는 점, 철도의 운행횟수가 적어 철도-도로간 연계 수송의 시간차가 있는 점을 꼽고 있다. 이 외에도 공차의 청소상태가 불량한 점과 화차점검에 따른 유지보수비 또는 물류비용이 부담되는 점 등을 꼽고 있다[2]. 이와 같은 문제점 및 애로사항을 해결하고자 하는 운영적 측면에서는 조직, 물류인력 및 운송사업자(freight forwarder)의 육성, 물류 마케팅 전략 수립과 활성화 등을 통하여 철도화물 운송의 활성화 및 수익성 증대가

\*교신저자 : 안재근(ahnjg@hknu.ac.kr)

접수일 11년 07월 08일      수정일 11년 07월 25일

게재확정일 11년 08월 11일

필요하다고 밝히고 있다[3].

현재 한국철도공사는 화차운용에 있어 중장기적인 계획에 따른 화차운용이 아니라, 일일 단위의 수요에 임의적으로 대응하기 위해 관할 사령의 경험적인 방법에 의해 화차 조회 및 회송을 시행하여 화차의 사용 효율이 저하되고 있다. 특히 수요의 비대칭성으로 인해 회귀일이 상당히 높은 편이다. 또한, 수요가 주어졌을 경우의 공화차의 신속회수는 고객이 다른 물류수단을 선택하지 않고 철도를 이용할 수 있는 중요한 요소이다. 특히, 양회와 같은 벌크(bulk) 화물의 경우 화차 반환의 지연으로 인해 적재 및 하화시간의 정확한 예측이 불가능할 경우가 많은 것으로 알려져 있다[4].

일반적으로 여객(passenger)열차들은 이미 정해진 열차운행계획(train timetable)에 의해 운행하게 되며, 화물(freight)열차의 열차기관사 등의 운행계획을 철도운전사령이 접수하여 열차운행계획을 조정하게 된다[5].

본 연구는 화주의 운송요구에 대해 운송가능 여부를 판단하기 위해 필요한 의사결정들을 지원하고자 한다. 관련된 일련의 의사결정이 포함된 활동들은 공화차 조회활동, 공화차 회송계획 수립활동, 화물운송계획 수립활동이다. 또한 본 연구는 주어진 시간 내에 현재의 열차운행계획을 바꾸지 않고 추가적으로 수송할 수 있는 화물의 최대량과 운행계획을 구하고자 하는 문제에 관한 연구이다. 이와 같은 활동들은 배송요구량이 많은 화주의 일시적(ad-hoc)인 대량 수송요구에 관할사령이 대처하기 위해 필요한 의사결정들을 지원할 수 있을 것으로 판단된다.

## 1.2 논문의 구성

이를 위해 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본 연구에서 다루고자 하는 네트워크에서의 유통을 구하는 최대유통문제와 동적최대유통문제의 정의와 해법에 대한 기존연구를 살펴본다. 3장에서는 열차운행계획을 고려하기 위한 공간 네트워크의 시공간 변환인 시간전개형 네트워크 변환과 열차시각표의 시간전개형으로의 변환에 대해 제시한다. 또한 기존의 운행계획 중인 열차편과 단선구간을 고려한 전처리 과정과 최대유통문제 해법을 적용하는 해법절차를 예제와 함께 제시하고자 한다. 마지막으로 4절에서는 계산의 복잡도를 검토하여 해법의 실용성에 대해 언급하고자 한다.

## 2. 동적최대유통문제

### 2.1 최대유통문제

네트워크에 관련되는 문제는 도로망, 송전네트워크,

송수신 네트워크의 설계 등의 일상생활의 여러 분야에서 찾아볼 수 있다. 최대유통문제는 대표적인 네트워크문제 중의 하나로써 시점에서 종점까지 네트워크를 통해 보낼 수 있는 최대의 유통량과 경로를 구하는 문제이다[6]. 일반적인 최대유통문제는 다음과 같이 수리모형화 된다.

$$\begin{aligned} \max \quad & v \\ \text{s.t.} \quad & \sum_i x_{ij} - \sum_k x_{jk} = \begin{cases} -v & \text{if } j=s, \\ 0 & \text{if } j \in N - \{s,t\}, \\ v & \text{if } j=t \end{cases} \\ & 0 \leq x_{ij} \leq u_{ij}, \quad (i,j) \in A \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 최대유통문제 네트워크  $G=(N,A)$ 는 마디(node) 수가  $|N|=n$ 이고, 호(arc)의 수가  $|A|=m$ 인 유방향 네트워크라고 가정한다. 각 호  $(i,j) \in A$ 에는 각 호에서 최대도 허용할 수 있는 용량상한  $u_{ij}$ 가 설정되어 있으며, 이러한 용량상한의 범위 내에서 시점(s)에서 종점(t)으로 흐를 수 있는 최대의 유통량을 보내고자 한다.

최대유통문제를 푸는 해법으로는 Ford & Fulkerson[7]의 꼬리표(Labeling) 방법, Dinic[8]의 층네트워크방법, Karzanov의 예비유통량(preflow)을 이용하는 방법, Malhotra 등의 잠재유통량(flow potential)을 이용하는 방법 등 많은 방법이 알려져 있다[9].

### 2.2 동적최대유통문제와 해법

실제 응용되는 영역에서는 호를 따라 이동하는데 경과 시간이 존재하는 경우가 발생하게 되는데, 이와 같은 유형은 최대유통문제의 변형문제이며, 동적최대유통문제(dynamic maximum flow problem)라고 한다.

그리고 이 연구에서 다루고자 하는 동적(dynamic) 최대유통문제  $G=(N,A,u,\tau,\{s,t\})$ 는 다음의 식 (2)와 같이 모형화된다.

$$\begin{aligned} \max \quad & v(p) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{\tau=1}^{j \in N} [x_{ij}(\tau) - x_{ij}(\tau - \tau_{ij})] = v(p) \quad \text{if } j=s \\ & \sum_{\tau=1}^{j \in N} [x_{ij}(\tau) - x_{ij}(\tau - \tau_{ij})] = 0 \quad \text{if } j \in N - \{s,t\}; \tau=1,2,\dots,p \\ & \sum_{\tau=1}^{j \in N} [x_{ij}(\tau) - x_{ij}(\tau - \tau_{ij})] = -v(p) \quad \text{if } j=t \\ & 0 \leq x_{ij}(\tau) \leq u_{ij}, \quad (i,j) \in A \end{aligned} \quad (2)$$

동적최대유통문제의 네트워크  $G=(N,A,u,\tau,\{s,t\})$ 는 마디의 수가  $|N|=n$ 이고, 호의 수가  $|A|=m$ 인 유방향 네트워크라고 가정한다. 각 호  $(i,j) \in A$ 에는 각 호에서 최대

로 허용할 수 있는 용량상한( $u_{ij}$ )가 설정되어 있으며, 호를 통과하는데 소요되는 경과시간( $\tau_{ij}$ )이 존재하는 경우에 해당되며, 주어진 시간대( $p$ )안에 네트워크  $G=(N,A,u,\tau,(s,t))$ 의 시점( $s$ )에서 종점( $t$ )으로 흐를 수 있는 최대유통량을 찾는 문제이다. 이에 대한 연구는 촉박한 시간 내에 주어진 네트워크를 통해 보낼 수 있는 최대한의 유통량을 구하고자 하는 군사보급 등의 응용분야에서 활발하게 이루어져 왔다.

이러한 동적최대유통문제에 대한 접근법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째 접근법은 시간을 이산적(discrete)인 시간간격으로 쪼개어 만든 시간전개형 네트워크(time-expanded network)로 변환하여 정적 최대유통문제를 만든 다음 정적 최대유통문제를 푸는 방법이다. 이 접근법은 명시적 알고리즘 측면과 암묵적인 이론적인 측면 모두에서 현실적으로 효율적인 것으로 알려져 있다. 두 번째 접근법은 시간에 따라 변동적인 용량상한과 비용을 고려한 모델에 대한 접근법으로 주로 최적해의 존재성을 증명하는데 관심이 집중되어 있는 방법이다[11].

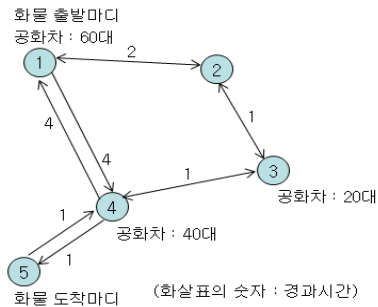
이 연구의 주요 관심대상인 첫번째 접근법은 1958년에 Ford와 Fulkerson에 의해 동적문제를 정적문제로 변환하여 꼬리표법으로 해결하는 해법이 제시되었고[7], 1993년에 Ahuja 등에 의해 응용분야에 대한 소개와 동적문제를 정적인 복제(replica) 변환으로 동치의 정적문제로 변환하는 기법을 소개하였다. 이에 대한 해법절차는 첫 번째, 주어진 동적문제를 시간확장 복제 변환하여 정적인 최대유통문제를 구성하여 주고, 둘째, 꼬리표법 등의 정적 최대유통문제해법을 사용하여 이에 대한 최대유통량을 계산하는 절차로 구성된다[9].

### 3. 기존 열차시각표를 고려한 추가적 철도화물 최대수송량 결정방법

#### 3.1 문제의 정의

본 연구에서 사용될 예제 네트워크는 위상과 주요 데이터는 다음의 그림 1과 같다. 화주는 화물을 화물출발마디 ①에서 화물도착마디 ⑤로 주어진 시간대 ( $p$ )동안 최대로 보내고자 한다. 화물을 보낼 때 이용되는 공화차는 ①, ③, 그리고 ④마디에 각각 60량, 20량 그리고 40량이 현 시점에 공화차로 있다. 공화차 중에서 화물의 출발마디인 ①이 아닌 다른 마디에 있는 공화차는 마디 ①로 회송되어 다시 운송계획에 반영될 것이다. 선로 중 일부 ①-②-③-④는 단선구간이므로, 한 방향의 호에 열차운행이 있을 경우, 반대방향의 호는 그 시간 동안은 이용하지 못

한다. ①-④와 ④-⑤의 경우는 단선구간으로 운영되지 않는다.



[그림 1] 예제 네트워크의 위상  
[Fig. 1] Example network topology

#### 3.2 시간전개형 네트워크로의 변환

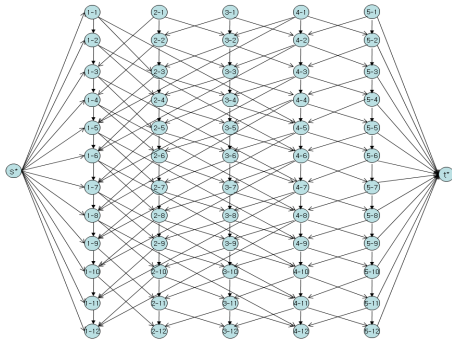
시간전개형 네트워크로 표현하기 위해서는 다음과 같이 원네트워크  $G=(N,A)$ 를 시간전개형 복제 네트워크  $G^p=(N^p,A^p)$ 로 다음과 같이 변환한다. 첫째, 마디의 변환은 원네트워크의 마디  $i$ 에 대해  $p$ 개의 복제마디  $i_1, i_2, \dots, i_p$ 를 생성한다. 시간전개형 네트워크에서의 마디  $i_k$ 는 원네트워크  $G=(N,A)$ 의 시각  $k$ 때의 마디  $i$ 를 의미한다. 또한 초시점(super-source node  $s^*$ )과 초종점(super-sink node  $t^*$ )을 도입하여, 단일시점-단일종점 시간전개형 네트워크로 표현한다. 둘째, 호의 변환은 다음과 같다. 원네트워크의 호  $(i,j) \in A$ 이고,  $l-k = \tau_{ij}$ 이면, 시간전개형 네트워크에서 용량상한( $u_{ij}$ )인 호  $(i_k, j_l)$ 를 도입한다. 시간전개형 네트워크에서 호  $(i_k, j_l)$ 는 마디  $i$ 에서 마디  $j$ 로 경과시간  $\tau_{ij}$ 내에 가능한 잠재적 이동을 표현한다. 그리고 복제마디  $i_j$ 에서  $i_{j+1}$ 로 향하는 호  $(i_j, i_{j+1})$ 는 원네트워크에서의 마디  $i$ 에서  $j$ 시각에 다른 마디로 이동하지 않고  $j+1$ 시각까지 머무르는, 지체(hold-over)를 나타내는, 지체호(hold-over arc)를 나타낸다[10].

또한 초시점( $s^*$ )에서 시점의 복제마디인  $s_1, s_2, \dots, s_p$  사이의 연결을 표현한 호들과 종점의 복제마디인  $t_1, t_2, \dots, t_p$ 들에서 초종점( $t^*$ )사이의 연결을 표현한 호들을 도입한다. 이때 초시점과 시점의 복제마디 사이의 연결을 표현한 호들의 용량상한과 종점의 복제마디와 초종점 사이의 연결을 표현한 호들의 용량상한은 무한대로 둔다[9].

이와 같은 시간전개형 복제변환을 통해 원네트워크에서의 시간대  $p$ 동안의 동적최대유통문제는 시간전개형 네트워크에서의 초시점( $s^*$ )에서 초종점( $t^*$ )까지의 정적최대유통문제로 변환된다.

이때, 주어진 시간대  $p=12$ 이라고 할 때, 시점( $s$ )인 ① 마디에서 종점( $t$ )인 ⑤마디로 향하는 시간전개형 네트워

크  $G^p=(N^p,A^p)$ 는 도시하면 다음과 같다.



[그림 2] 원 네트워크의 시간전개형 네트워크 (경과시간  $\tau =12$ )

[Fig. 2] Time-expanded network of original network (with duration time  $\tau =12$ )

### 3.3 열차시각표의 시간전개형 네트워크 변환

열차시각표는 모든 역에 대해 모든 열차의 고정된 출발시각과 도착시각의 조합이다. 열차의 속도, 가·감속도, 아울러 회차시간, 역사의 규모, 선로 등의 요소를 반영하여 산정되며, 크게 비정기적인 열차의 운행시각표와 정기적인 열차의 운행시각표로 구분된다[12].

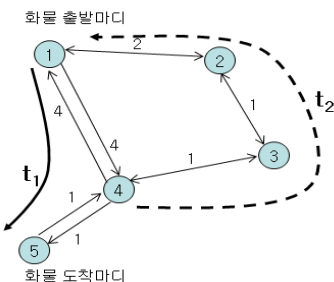
열차시각표는 아래의 표 1과 같이 어느 역을 언제 출발하여, 어떤 시각에 역들을 경유한 다음에 언제 어느 도착지에 도착하는지를 표현하고 있다.

[표 1] 예제 열차시각표

[Table 1] Example timetable

열차편	출발마디/시각	경유마디/시각	도착마디/시각
$t_1$	(①, 1)	(④, 5)	(⑤, 6)
$t_2$	(④, 1)	(③, 2), (②,3)	(①, 5)

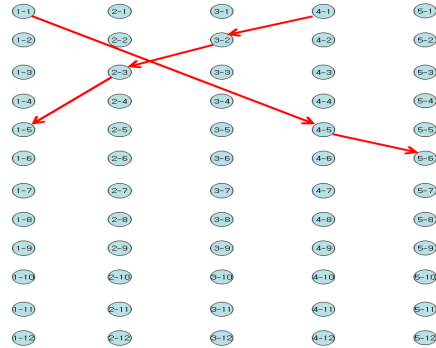
이 표 1의 열차운행계획의 경로를 그림 1의 네트워크에 표현하면 다음의 그림 3과 같다.



[그림 3] 열차시각표상의 열차 경로

[Fig. 3] Train Route in the timetable

이와 같은 열차시각표는 시공간도(time-space diagram)를 변형한 다음의 그림 4로 표현할 수 있다(원으로 표현된 마디의 (i-j)의 의미는 i는 네트워크에서의 마디의 번호이며, j는 시각이다.)



[그림 4] 주어진 열차시각표의 시간전개형 표현

[Fig. 4] Time-expanded network representation of given timetable

열차시각표를 시간전개형 네트워크와 동일한 시공간으로 표현하기 위한 네트워크 변환은 다음과 같다. 첫째, 열차시각표 네트워크  $TT=(N^p,B)$ 는 원네트워크  $G=(N,A)$ 에서의 마디  $i \in N$ 에 대해  $p$ 개의 복제마디  $i_1, i_2, \dots, i_p$ 를 생성한다. 각 마디  $i_k$ 는  $G=(N,A)$ 의 시각  $k$ 때의 마디  $i$ 를 의미한다. 둘째, 열차시각표네트워크  $TT=(N^p,B)$ 에서 각 호  $(i_k, j_l) \in B$ 는 마디  $i$ 에서  $k$ 시각에 출발하여 마디  $j$ 에  $l$ 시각에 도착하는 열차시각표에 이미 예정된 운행을 의미하는 운행호이다. 이후에 집합  $B$ 를 운행호 집합이라고 하고,  $B$ 의 원소를 운행호라고 하자.

실제 열차의 운행에 있어서는 하나의 역을 의미하는 마디마다 추가로 열차의 출/도착을 표현하기 위해 도착마디와 출발마디로 확장될 수 있으며, 적재(또는 하화) 시간을 고려하기 위해 적재마디와 도착마디로 구분하여 확장할 수 있다[4]. 또한 예방보전을 위한 정비시간을 고려하는 마디 등을 추가하여 확장할 수 있으나, 일반성을 잃지 않으므로 단순화를 위해 생략하기로 한다.

### 3.4 기존 열차시각표를 고려한 전처리

주어진 시간대에 시점에서 종점으로 향하는 추가적인 최대유통량을 계산하기 위해서는 시간전개형 네트워크에서 기존 열차운행계획 때문에 잠재적 이동이 불가능해지는 경우를 고려하여 제거하는 전처리 단계를 거치게 되는데, 이와 같은 유형은 다음의 2가지 경우이다.

첫째, 열차시각표 상에 계획된 운행호이다. 즉,  $TT=(N^p,B)$ 의 운행호의 집합  $B$ 이다.

둘째, 같은 시각대에 교행(또는 폐색)구간에 동일한 선로를 같이 이용하고자 하는 경우이다. 이 경우는 교행구간에서 운행호가 한 방향에서 진입하였을 경우 반대 방향에서는 운행호가 끝나기 전까지는 진입할 수 없는 호들의 집합이다. 이는 시간전개형 네트워크에서 교행구간의 운행호를 횡단(cross)하여 지나는 모든 호들의 집합을 의미하며  $(j_i, i), \dots, (j, i_k) \in A^p$  where  $(i_k, j_i) \in B$ 라고 할 수 있다.

위의 두 가지 경우 시간전개형 네트워크에서 제거하게 되면  $G=(N^p, A^p - B - R)$ 가 기존의 열차시각표를 고려한 전처리된 시간전개형 네트워크이다. 이때 각각의 마디집합과 호집합은 다음과 같다. 열차시각표 네트워크는  $TT=(N^p, B)$ 이고, 폐색호 집합은  $R = \bigvee (j_i, i), \dots, (j, i_k) \in A^p$  where  $(i_k, j_i) \in B$  이다.

### 3.5 추가적 최대수송량 및 일정 결정 해법의 절차 및 예제

현재의 열차운행계획을 바꾸지 않고 추가적으로 수송할 수 있는 화물의 최대량과 운행계획을 구하기 위해서는 다음의 3가지 단계를 거쳐 해법을 구하는 방법을 이용한다. 첫째, 화물출발마디에 이미 존재하는 공화차를 이용하여 화물도착마디까지 운송할 수 있는 최대량을 결정하고자 한다. 이는 가능유통문제(feasible flow problem)로 모형화된다. 둘째, 공화차를 수배하여 화물의 출발마디까지 가져오는 계획이다. 이는 공화차의 회송계획이며, 공화차가 존재하는 마디를 공화차의 출발마디로, 공화차가 필요한 화물출발마디를 공화차의 도착마디로 한 가능유통문제를 모형화될 수 있다. 마지막으로, 다시 화물출발마디로 어느 시점에 모인 공화차를 이용하여 화물도착마디까지 추가로 운송할 수 있는 최대량을 결정하고자 한다. 이 문제 또한 가능유통문제(feasible flow problem)로 모형화된다.

최대유통문제나 가능유통문제의 해는 경로의 시작마디부터 끝까지 흐름량이 일정하게 유지되지 않으므로, 흐름량이 분지될 때의 필요한 추가 기관차는 항상 이용할 수 있다고 가정하고, 흐름량이 병합될 때도 별도의 시간 및 노력이 들지 않는다고 가정한다. 기관차의 댓수나 흐름량의 병합이 간과할 수 없는 경우는 본 연구에서 사용하는 최대유통문제 해법보다 간단한 0-1 최대유통문제의 해법을 통해 시점에서 종점까지 흐름의 개수로 열차와 화차를 묶어서 투입하는 방안이 고려될 수 있다.

본 연구에서 제안하고 있는 해법절차를 그림으로 나타내면 다음의 그림 5과 같다.

입력
- 원네트워크 $G=(N,A)$ - 시간대(p) - 열차시각표(TT) - 공화차 수배정보 (i역, k시각, 공화차 댓수) - 열차시각표 상의 화물열차의 여유화차 정보(AFT) * 열차시각표상에 화물출발마디에서 화물도착마디로 가는 여유화차가 있을 경우, 이 화차수량과 운행 일정을 최대운송량과 일정에 추가(출력에 반영)

단계 1 시간전개형 네트워크 구성 및 열차운행계획을 고려한 전처리
단계 1-1 원네트워크 $G=(N,A)$ 를 이용하여 시간대(p)의 시간전개형 네트워크 $G^p=(N^p, A^p)$ 를 구성 단계 1-2 열차운행계획(TT)을 고려한 전처리 $G^p=(N^p, A^p - B)$ 단계 1-2-1 운행호집합(B)을 $A^p$ 에서 제거. 즉, $A^{p'} = A^p - B$ 단계 1-2-2 폐색호 집합(R) 제거. 즉, $A^{p''} = A^{p'} - R$

단계 2 운송계획
단계 2-1 마디집합과 $\{s^*, t^*, as^*\}$ 와 호집합을 구한다. - 마디집합 : * 초시점( $s^*$ ) : 화물출발마디의 복제마디로 연결되는 마디 * 초종점( $t^*$ ) : 화물도착마디의 복제마디에서 연결되는 마디 * 인공시점( $as^*$ ) : 초시점으로 연결되는 마디 - 호집합 : $AA = \{(as^*, s^*), (s^*, s^* \text{의 복제마디}), (t \text{의 복제마디}, t^*)\}$ * $(as^*, s^*)$ 호의 용량상한 : 화물출발마디의 여유 공화차 대수 * $(s^*, s^* \text{의 복제마디})$ 호의 용량상한 : 무한대 * $(t \text{의 복제마디}, t^*)$ 호의 용량상한 : 무한대  단계 2-2 현재의 $G^p=(N^p + \{s^*, t^*, as^*\}, A^{p''} + AA)$ 를 이용하여 인공시점( $as^*$ )에서 초종점( $t^*$ )까지의 최대유통문제를 푼다. 단계 2-3 최대유통문제의 최적해를 이용하여 운행호집합( $B'$ )과 폐색호 집합의 갱신 ( $R'$ ) 단계 2-4 추가된 운행호집합과 폐색호집합을 제거. $A^{p''''} = A^{p''} - B' - R'$

단계 3 공화차 회송계획
단계 3-1 마디집합과 $\{s^*, t^*, as^*\}$ 와 호집합을 구한다. - 마디집합 * 초시점( $s^*$ ) : 공화차가 있는 원 네트워크의 마디마다 하나씩의 초시점을 둬

\*초종점( $t^*$ ): 공화차의 수요지들(화물출발마디의 복제마디)의 초종점  
 \*인공시점( $as^*$ ): 초시점이 1개 이상일 경우의 시점을 하나로 하기 위한 마디.  
 - 호집합 :  $AB = \{(as^*, s^*), (s^*, s^* \text{의 복제마디}), (t \text{의 복제마디}, t^*)\}$   
 \* ( $as^*, s^*$ )호의 용량상한 : 공화차를 가진 s마디의 가용 공화차 대수.  
 \* ( $s^*, s^*$ 의 복제마디)호의 용량상한 : 무한대  
 \* ( $t \text{의 복제마디}, t^*$ )호의 용량상한 : 무한

단계 3-2 현재의  $G^p = (N^p + \{s^*, t^*, as^*\}, Ap^{***} + AB)$ 를 이용하여 인공시점( $as^*$ )에서 초종점( $t^*$ )까지의 최대유통문제를 푼다.  
 단계 3-3 최대유통문제의 최적해를 이용하여 공화차 운행호집합( $B''$ )과 폐색호 집합의 갱신( $R''$ )  
 단계 3-4 추가된 운행호집합과 폐색호집합을 제거  $A^{p****} = A^{p***} - B'' - R''$

**단계 4 공화차 회수 후의 추가운송계획**

단계 4-1 마디집합과  $\{s^*, t^*, as^*\}$ 와 호집합을 구한다.  
 - 마디집합  
 \* 초시점( $s^*$ ): 화물출발마디의 복제마디로 연결되는 마디  
 \* 초종점( $t^*$ ): 화물도착마디의 복제마디에서 연결되는 마디  
 \* 인공시점( $as^*$ ): 초시점으로 연결되는 마디  
 - 호집합 :  $AC = \{(as^*, s^*), (s^*, s^* \text{의 복제마디}), (t \text{의 복제마디}, t^*)\}$   
 \* ( $as^*, s^*$ )호의 용량상한 : 회수된 공화차 대수  
 \* ( $s^*, s^*$ 의 복제마디)호의 용량상한 : 단계 3-3의 최적해가 있는 복제마디의 경우는 용량상한은 최적해, 아닌 경우는 용량상한은 0  
 \* ( $t \text{의 복제마디}, t^*$ )호의 용량상한 : 무한

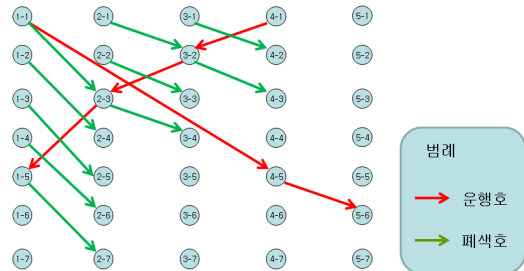
단계 4-2 현재의  $G^p = (N^p + \{s^*, t^*, as^*\}, A^{p****} + AC)$ 를 이용하여 인공시점( $as^*$ )에서 초종점( $t^*$ )까지의 최대유통문제를 푼다.

**출력**

주어진 시간대의 최대수송량 및 열차운행계획

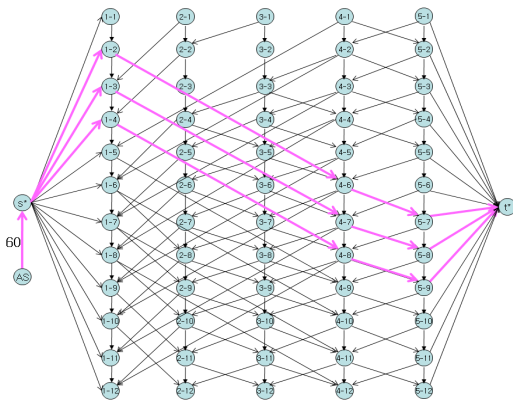
**[그림 5]** 기존 열차시각표를 고려한 추가화물의 최대용량과 일정을 구하는 해법의 절차  
**[Fig. 5]** Solution Procedure for finding maximal capacity and schedule of extra freight honoring timetable

이를 예제 시간전개형 네트워크에 적용하면 다음의 그림과 같다. 아래의 그림 6에서 붉은색이 그림 5의 step 1-2-1에서 제거되는 호집합을 의미하며, 연두색이 그림 5의 step 1-2-2에서 제거되는 폐색호집합을 의미한다. 이와 같은 운행호의 제거와 폐색호의 제거는 단계 2, 단계 3에서 새로운 운행계획(단계2의 경우는 화물수송 운송계획, 단계3의 경우는 공화차 회수 운송계획)이 추가될 때마다 갱신하여 검토한다.



**[그림 6]** 전처리과정의 호집합  
**[Fig. 6]** Set of arc when preprocessing

이를 통해 주어진 네트워크  $G = (N^p, A^p - B - R)$ 에서 정적 최대유통문제를 풀면 다음의 그림 7과 같다.

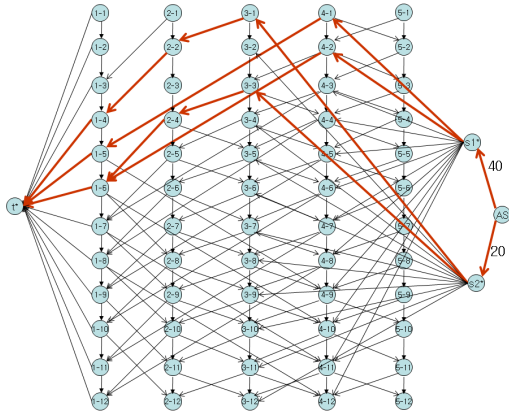


**[그림 7]** 단계 2-2의 결과  
**[Fig. 7]** Result of Step 2-2

이 결과는 주어진 열차운행계획을 고려한 화물출발마디에서 화물도착마디까지의 최대유통량과 경로를 구하는 문제이다. 이 경우 그림 4의 열차운행계획을 고려하고, 화물의 출발마디가 ①의 공화차 60량을 이용하여 화물을 화물도착마디인 ⑤까지 수송할 수 있는 열차운행계획을 의미한다.

초기 열차운행계획과 단계 2의 열차운행계획을 구한 이후, 공화차(③마디에 20량, ④마디의 40량)를 화물출발

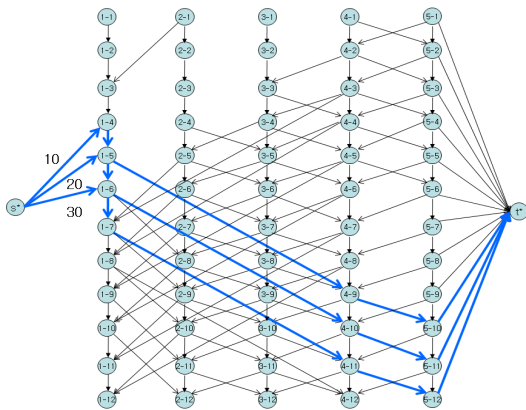
마디인 ①로 회송하는 공화차 회송계획을 구하려고 한다. 회송에 대한 결과는 다음의 그림 8과 같다.



[그림 8] 단계 3-2의 결과  
[Fig. 8] Result of Step 3-2

이를 해석하여 마디 ③에서는 1시간에 10량을 ②마디로 그리고 ②마디에서 2시간에 ①마디로 회송하고, ③마디의 3시간에 10량을 ②마디로 그리고 ②마디에서 4시간에 ①마디로 회송하는 계획을 의미한다. 같은 방식으로 마디 ④에서의 회송은 1시간과 2시간에 ①마디로 각각 20량씩을 회송하는 계획을 의미한다.

단계3에서는 공화차 회송계획의 결과로 주어진 여유분의 화차를 이용하여 화물출발마디에서 화물도착마디까지의 추가운송계획을 구한 결과는 그림 9와 같다.



[그림 9] 단계 4-2의 결과  
[Fig. 9] Result of Step 4-2

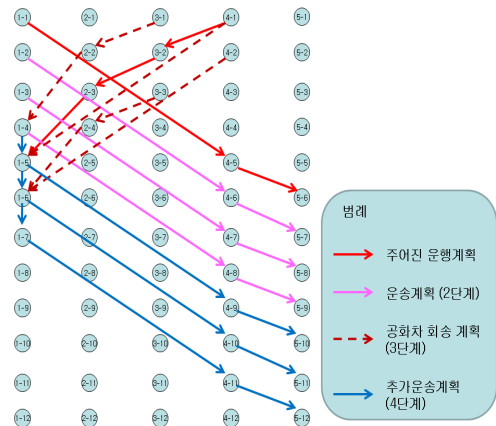
이를 통해 추가화차 60량의 운송계획이 가능함을 볼 수 있다. 다음의 그림 10은 단계 1에서 입력받은 열차운

행계획, 단계 2-2에서 구한 초기운송계획, 단계 3-2에서 구한 공화차 회송계획, 그리고 마지막으로 추가적인 운송계획을 구분하여 보여주고 있다.

즉, 다음의 표 2에서 볼 수 있듯이  $t_3 \sim t_5$ 과  $t_{10} \sim t_{13}$ 까지의 총 120량의 운행계획의 추가가 가능하며, 이를 위해서는  $t_6 \sim t_9$ 의 60량의 회송계획의 시행 또한 필요한 것으로 나타났다.

[표 2] 주어진 운행계획과 추가 운행계획  
[Table 2] Given Timetable and extra timetable

열차편	출발 마디/시간	경유 마디/시간	도착 마디/시간	화물량	비고
$t_1$	(①, 1)	(④, 5)	(⑤, 6)	20	기존
$t_2$	(④, 1)	(③, 2), (②,3)	(①, 5)	10	기존
$t_3$	(①, 2)	(④, 6)	(⑤, 7)	20	운송
$t_4$	(①, 3)	(④, 7)	(⑤, 8)	20	운송
$t_5$	(①, 4)	(④, 8)	(⑤, 9)	20	운송
$t_6$	(③, 1)	(②, 2)	(①, 4)	10	회송
$t_7$	(③, 3)	(②, 4)	(①, 6)	10	회송
$t_8$	(④, 1)	-	(①, 5)	20	회송
$t_9$	(④, 2)	-	(①, 6)	20	회송
$t_{10}$	(①, 4)	(①, 5), (①, 6), (④, 10)	(⑤, 11)	10	추가 운송
$t_{11}$	(①, 5)	(④, 9)	(⑤, 10)	20	추가 운송
$t_{12}$	(①, 6)	(④, 10)	(⑤, 11)	10	추가 운송
$t_{13}$	(①, 6)	(①, 7), (④, 11)	(⑤, 12)	20	추가 운송



[그림 10] 주어진 운행계획과 추가운행계획  
[Fig. 10] Given Timetable and extra timetable

또한, 열차시각표 상의 화물열차의 여유화차 정보(AFT)에 화물출발마디에서 화물도착마디로 가는 여유화차가 있을 경우, 이 화차수량과 운행일정을 최대운송량과 일정에 추가(출력에 반영)하여 최종적인 최대운송량과 열차운행계획에 추가한다.

## 4. 해법에 복잡도에 대한 분석

### 4.1 계산복잡도에 대한 분석

위의 그림 5으로 주어진 해법의 계산량을 주요 부분별로 구분하여 고려하면 다음의 표 3과 같다. 원네트워크의 마디의 수와 호의 수가 각각  $n$ 과  $m$ 이며, 구분가능한 시간대의 갯수가  $p$ 일 경우 시간전개형 네트워크의 마디의 수와 호의 수의 최대 수는 각각  $np$ 와  $nmp$ 가 된다.

[표 3] 해법의 복잡도 분석

[Table 3] Analysis of the algorithm complexity

구분		계산 복잡도
입력부분		$O(m)$
		$O(mp)$
시간전개형 네트워크로의 변환		$O(mp)$
전처리 부분	운행호 집합(B) 제거	$O(n^2 m^2 p^2)$
	폐색호 집합(R) 제거	$O(n^2 m^2 p^2)$
해법 적용 부분	정적 최대 유통 문제 풀이	$O(n^2 mp^2 U)$ 또는 $O(n^3 p^3)$
출력부분		$O(mp)$

전체 해법과정은 1회의 입력, 1회의 시간전개형 네트워크로의 변환, 3회(단계 1-2, 단계 2-4, 단계 3-4)의 전처리, 3회의 해법적용(단계 2-3, 단계 3-2, 단계 4-2)과 출력으로 이루어져 있다. 그러므로 계산의 복잡도는 정적최대 유통문제를 푸는 복잡도와 같으며 이는 FIFO preflow-push 알고리즘을 적용한 해법을 사용할 경우 다항시간대인  $O(n^3 p^3)$ 의 계산의 복잡도를 가진다고 볼 수 있다. 이때  $n$ 은 원네트워크의 마디의 갯수이며,  $p$ 는 구분가능한 시간대이다. 꼬리표법을 적용할 경우는  $O(n^2 mp^2 U)$ 의 계산복잡도를 가질 수 있다.

그러나 실제 철도노선의 경우 원네트워크에서 한 마디에서 나가는 호가 대부분 하나인 경우가 많으며, 폐색구간의 경우는 둘이 되며 접속구간의 마디의 경우 접속된 몇 개로 이루어지게 되므로 전처리 부분의 계산의 복잡도는 최악의 경우일 뿐 실제로는 원 네트워크의 마디의 갯

수와 시간대의 갯수에 영향을 받게 될 것으로 판단된다.

화차 운용현황에 대한 일부 문헌을 보면, 국내 철도 네트워크에는 19개의 컨테이너 역이 있고 이중 8개 역이 연결성이 1, 6개는 연결성이 2, 4개역이 연결성이 3, 그리고 마지막으로 1개 역이 연결성이 4로 나타나 있다[4].

### 4.2 공간소요에 대한 분석

전체 해법과정의 메모리소요를 분석하면 시간전개형 네트워크를 저장하기 위한 부분과 해법의 적용부분에서 사용될 공간소요의 최대치는 시간전개형 네트워크에서의 호집합의 갯수의 크기에 영향을 받는다. 즉, 공간소요의 최악의 경우의 공간소요는  $O(nmp)$ 로 다항식의 증가를 보인다.

## 5. 결론

이 연구는 주어진 시간 내에 현재의 열차운행계획을 바꾸지 않고 추가적으로 수송할 수 있는 화물의 최대량과 수송 일정을 구할 수 있는 해법을 구하고자 하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 본 연구는 배운요구량이 많은 화주의 일시적(ad-hoc)인 대량수송요구에 관할사령이 대처하는 단계에서 필요한 일련의 활동인 공화차의 조회 활동, 공화차 회송계획의 수립, 그리고 화물운송 계획의 수립을 통합하여 지원할 수 있는 절차를 제공하였다.
- (2) 본 연구는 시공간도의 일종인 시간전개형 네트워크를 이용하여, 열차시각표와 추가적 화물의 최대 수송량을 찾는 문제의 네트워크가 동일하게 표현될 수 있음을 보이고 있다.
- (3) 본 연구는 이미 계획된 열차시각표에 있는 어떤 열차가 어느 시각에 어느 역(또는 구간)에 있다는 정보를 이용하여 시간전개형 네트워크의 호집합의 원소를 줄여가는 방법으로 전처리를 시행하는 절차를 가지고 있다. 이와 같은 전처리는 계산부하가 크지 않은 것으로 보인다.
- (4) 주어진 문제 네트워크를 전처리와 최대유통문제해법을 반복 적용하여 해를 구하는 절차를 가지고 있으며, 계산의 복잡도가 높지 않은 해법이다.

## References

- [1] Jae-hak Lee, "A Study on the Improvement Strategy



- of Rail Freight Transport in Korean”, Korea Logistics Reivew Vol 16. No 4. pp 89 ~ 114, December 2006.
- [2] Hag-Lae Rho, Yong-Sang Lee, Na-Na Choi, "Customer Needs Survey and Implementation Framework for Rail Freight Transport", 2000 Fall Conference of the Korean Society for Railway, 2000.
- [3] Geukro Yoon, Jipyo Gim, Daeseop Moon, "A Study on the Vitalization of Rail Freight Transportation", 2004 Fall Conference of the Korean Society for Railway, 2004.
- [4] Bum Hwan Park, "An Optimization Based Approach to routing and Estimation of Necessary Freight Cars", Korea National Railroad College University Theses Collection Vol. 22, pp 77-89, 2007.
- [5] Cacchiani V., A. Caprara, P. Toth, "Scheduling extra freight trains on railway network", Transportation Research Part B, 44, pp. 215-231, 2010.
- [6] Soondal Park, Operations Research 3rd edition, Minyongsa, 1992.
- [7] Ford, L. R., and D. R. Fulkerson, Flows in Networks, Princeton University Press, Princeton, NL. 1962.
- [8] Dinic, E. A., "Algorithm for Solution of a Problem of Maximum Flow in Networks with Power Estimation", Soviet Mathematics Doklady, 11, pp.1277-1280, 1970.
- [9] Ahuja, R. K., T. L. Magnanti, and J. B. Orlin, Network Flows - Theory, Algorithms and Applications, Prentice-Hall. 1993.
- [10] Maengkyu Kang, Networks and Algorithms, Bakyongsa, 1991.
- [11] Fleischer L., E. Tardos, "Efficient continuous-time dynamic network flow algorithms", Operations Research Letters, Vol.23, pp.71-80, 1998.
- [12] Kihyon Kim, "Planning of Train Operation with Different Objectives Utilizing Mixed-Integer Nonlinear Programming Models", Master Thesis of Hanyong University, 2002.
- [13] Fukasawa, R., M. V. P. de Aragao, O. Porto and E. Uchoa, "Solving the Freight Car Flow Problem to Optimality", Electronic Notes in Theoretical Computer Science Vol. 66 No. 6, pp. 42-52, 2002.

안 재 근(Jae-Geun Ahn)

[정회원]



- 1991년 8월 : 서울대학교 공과대학 산업공학과 (공학사)
- 1994년 2월 : 서울대학교 대학원 산업공학과 (공학석사)
- 1997년 8월 : 서울대학교 대학원 산업공학과 (공학박사)
- 1997년 9월 ~ 현재 : 한경대학교 컴퓨터공학과 부교수

<관심분야>

최적화, MIS, SaaS, ASP, BI