

## 축소시스템 기반 비행체 날개 최적화 연구

김현기\*, 최인호<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>한국항공우주연구원

### Wing Optimization based on a Reduced System

Hyun-Gi Kim<sup>1\*</sup> and In-Ho Choi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Korea Aerospace Research Institute

**요약** 본 연구에서는 축소모델을 기반으로 비행체 날개를 최적화하는 기법을 제안한다. 잘 구축된 축소모델은 고유치 문제나 동적 해석 시 정확한 해석결과를 제공하며, 최적화 과정에서 필요한 민감도 계산에서도 정확한 결과를 제공할 수 있다. 이러한 축소모델은 모드기반으로 구축되는 축소차수모델(Reduce Order Model)과 자유도기반으로 구축되는 축소시스템(Reduced System)으로 구분되는데, 본 연구에서 사용하는 자유도 기반 축소시스템은 구조물의 거동에 지배적인 자유도를 적절히 선정하는 것이 중요하므로, 이를 위하여 기존 연구에서 신뢰성이 검증된 2단계 축소방법을 사용하였고, IRS(Improved Reduced System)에 의해 최종시스템을 구축하였다. 수치예제에서 최적화 과정에서 계산되는 등가응력, 고유치 및 설계민감도는 모두 축소시스템 기반으로 구해지며, 축소시스템을 통해 구속조건을 잘 만족하면서 목적함수에 대한 최적 결과를 얻을 수 있음을 보인다.

**Abstract** The present study proposes the optimization of wing structure base on reduced model which assures the solution accuracy and computational efficiency. Well-constructed reduced model assures the accurate result in the eigenvalue problem, dynamic analysis or sensitivity of design optimization. Reduced system is classified into the reduce-order model based on structural modes and the reduced system based on degrees of freedom. Because this study uses the reduced system based on degrees of freedom, it is important to select the dominant degrees of freedom properly. For this work, robust selection method, two-level selection scheme, is employed and IRS(Improved Reduced System) is applied to construct the final reduced system. In the optimization process based on the reduced system, all of the equivalent stress, eigenvalue and design sensitivities are calculated from the reduced system. Through a numerical example, it is shown that the present optimization methodology based on the reduction method can provide an optimal results for objective function satisfying constraint condition.

**Key Words** : Reduced System(RS), Reduce Order Model(ROM), Sensitivity, Improved Reduced System(IRS), Two-level condensation scheme(TLCS)

### 1. 서론

컴퓨터 성능의 획기적인 발전과 더불어 해석이 수행되는 구조물의 규모도 대형화되고 형상이 복잡해지며, 다양한 기능을 충족시켜야 하는 등 고려해야 할 조건과 설계를 위한 설계변수 등이 증가되고 있는 추세다. 특히, 최적화 문제 또는 동적해석 등은 충분한 전산자원과 많은 연산시간을 요구하기 때문에 해석을 수행하는데 있어서 여

전히 많은 제약이 따르고 있다. 이런 문제 때문에 구조물의 신뢰성을 유지하면서, 시간과 전산자원 등의 효율성 문제를 개선하고자 하는 연구들이 과거부터 많이 진행되어 왔다. 이런 기법 중에서 널리 제안 되어온 것이 축소모델을 구성하는 방법이다[1-4]. 자유도 기반으로 구축되는 축소시스템의 정확성은 적절한 주자유도 선정을 통해 가능하며, 이를 위해서 기존 연구를 통해 신뢰성이 충분히 검증된 2단계 주자유도 선정기법을 사용한다[5]. 주자

\*Corresponding Author : Hyun-Gi Kim

Tel: +82-10-5633-3864 email: shotgun1@kari.re.kr

접수일 12년 08월 01일

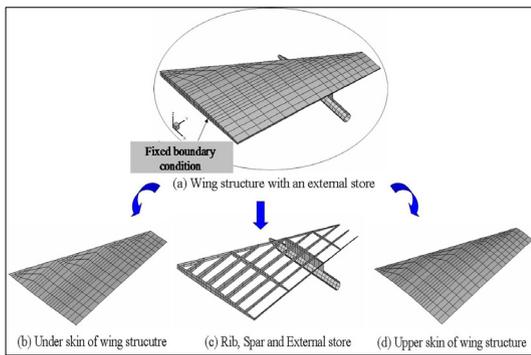
수정일 (1차 12년 08월 30일, 2차 12년 09월 05일)

계재확정일 12년 10월 11일

유도 선정 후에는 축소과정에서 고유치의 1차항 까지를 포함하는 IRS(Improved Reduced System)를 이용하여 최종적인 축소시스템을 구축하며[3], 구축된 축소시스템 기반으로 날개 구조물 최적화를 수행한다. 최적화 과정에서 구속조건으로 부과되는 등가응력과 고유치들은 모두 축소시스템을 사용하여 계산되었다.

본 연구에서는 축소시스템 기반으로 제한조건을 만족하면서 수립된 목적함수를 얻을 수 있음을 보임으로써 축소시스템 기반 최적화 기법의 가능성을 타진하는데 그 목적이 있다.

## 2. 축소모델 구축



[그림 1] 비행체 날개형상(날개폭: 4.53m, 날개길이: 5.08m)

[Fig. 1] Configuration of aircraft wing(wing width: 4.53m, wing length: 5.08 m)

Fig.1 (a)는 비행체의 날개형상으로, 크게 날개표면(skin), 세로보(rib), 날개보(spar)로 구분된다. Fig.1 (b)~(d)는 하부표면, 세로보, 날개보, 외부장착물 그리고 상부표면의 형상이다. 각 부품별 물성치는 Table 1에 주어졌다.

[표 1] 각 부품별 물성치

[Table 1] Material property of skin, rib, spar, external store

| 물성값                     | 상/하부 표면            | 세로보 날개보            | 외부 장착물             |
|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| E(Pa)                   | $1.51 \times 10^9$ | $1.47 \times 10^9$ | $9.90 \times 10^9$ |
| 포아송비                    | 0.33               | 0.33               | 0.15               |
| 밀도 (kg/m <sup>3</sup> ) | 172.8              | 174.5              | 174.5              |

축소시스템 기반 최적화 수행을 위해서는 축소모델 구

축이 선행되어야 하는데, 축소모델은 정적축소법과 동적 축소법으로 구분된다.

정적축소법은 정적해석식  $[K]\{u\} = \{F\}$ 를 축소하는 것으로 축소과정에서 근사식이 사용되지 않는다. 따라서, 변위 또는 응력의 해석결과가 주자유도 위치에 영향을 받지 않으며, 축소시스템의 계산결과가 전체시스템 계산 결과와 비교하여 차이가 없다. 동적축소법은 고유치문제  $[K]\{u\} = \lambda[M]\{u\}$ 를 축소하는 것으로 축소과정에서 고유치를 포함하는 식에 대해 급수전개를 통한 근사화 과정이 포함되므로, 전체시스템과 일치하는 결과를 얻을 수 없으며, 해당시스템의 정확도는 선정된 주자유도 위치에 큰 영향을 받게 된다. 이와 관련된 정적 축소모델과 동적 축소모델 구축과정을 간단히 소개하고자 한다.

### 2.1 정적 축소모델

식 (1)은 정적 축소모델을 구축하기 위해 정적 방정식을 주자유도와 부자유도로 분리하여 재구성한 식이다.

$$\begin{bmatrix} K_{pp} & K_{ps} \\ K_{sp} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_p \\ F_s \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서,  $p$ 와  $s$ 는 각각 주자유도와 부자유도를 의미한다. 식 (1)의 두 번째 행으로부터 식 (2)와 같이 부자유도를 주자유도로 표현할 수 있다.

$$\{u_s\} = K_{ss}^{-1}(F_s - K_{sp}u_p) \quad (2)$$

위 식을 식 (1)의 첫 번째 행에 대입하면 식 (3)의 정적 축소식이 구성된다.

$$[K_R]\{u_p\} = \{F_R\} \quad (3)$$

여기서,

$$K_R = (K_{pp} - K_{ps}K_{ss}^{-1}K_{sp}), F_R = (F_p - K_{ps}K_{ss}^{-1}F_s)$$

식(3)으로부터 주자유도  $\{u_p\}$ 에 해당하는 변위값을 구할 수가 있으며, 이 값을 식 (2)에 대입하여 부자유도  $u_s$ 를 복원할 수 있다. 정적 축소 과정에서는 근사화 되는 과정이 없기 때문에 구해진 값은 전체 시스템의 결과와 일치한 결과를 제공한다.

### 2.2 동적 축소모델

식 (4)와 같이 맴핑이 없는 고유치 문제에서 주자유도와

부자유도를 분리하여 식을 재구성하면 식 (5)와 같다.

$$[K] \{u\} = \lambda [M] \{u\} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} K_{pp} & K_{ps} \\ K_{sp} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_s \end{Bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} M_{pp} & M_{ps} \\ M_{sp} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_s \end{Bmatrix} \quad (5)$$

정적 축소법과 유사하게 식 (5)의 두 번째 행으로부터 식 (6)과 같은 주자유도와 부자유도 관계식을 얻을 수 있다.

$$u_s = -(K_{ss} - \lambda M_{ss})^{-1} (K_{sp} - \lambda M_{sp}) u_p \quad (6)$$

식 (6)을 고유치 1차 항을 포함하는 식으로 근사화 시키면 식 (7)과 같이 주어진다.

$$u_s = -[K_{ss}^{-1}]^{-1} [K_{sp} - (M_{sp} - M_{ss} K_{ss}^{-1} K_{sp}) \lambda] u_p \quad (7)$$

여기서,  $\lambda$ 는  $M_G^{-1} K_G$  으로 대체될 수 있다. 따라서, 최종적인 축소시스템의 고유벡터 성분은 부자유도 성분이 제거되고, 식 (8)과 같이 주자유도 성분과 변환관계로 나타낼 수 있다.

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_p \\ u_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ T_{sp} \end{bmatrix} \{u_p\} = T_{IRS} \{u_p\} \quad (8)$$

$$T_{sp} = T_s + K_{ss}^{-1} (M_{sp} + M_{ss} T_s) M_G^{-1} K_G, \quad T_s = -K_{ss}^{-1} K_{sp}$$

$$K_G = K_{pp} - K_{ps} K_{ss}^{-1} K_{sp}$$

$$M_G = M_{pp} + M_{ps} T_s + T_s^T M_{sp} + T_s^T M_{ss} T_s$$

식 (8)의 변환관계에 의해 식 (9)와 같은 강성 및 질량 축소모델을 재구성하여 최종적인 동적 축소시스템이 구축된다. 정적축소식과 유사하게 식 (9)에서 주자유도  $u_p$ 에 해당하는 고유벡터 데이터가 구해진다. 이 값을 식 (8)에 대입하여 부자유도  $u_s$  를 복원할 수 있다.

$$K_R = T_{IRS}^T K T_{IRS} \Rightarrow K_R \{u_p\} = \lambda M_R \{u_p\} \quad (9)$$

$$M_R = T_{IRS}^T M T_{IRS}$$

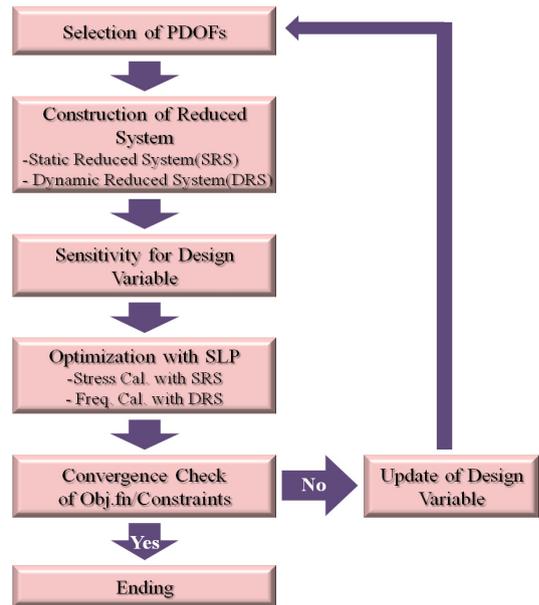
여기서,  $K_R = [I \ T_{ps}] \begin{bmatrix} K_{pp} & K_{ps} \\ K_{sp} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ T_{sp} \end{bmatrix}$

$$M_R = [I \ T_{ps}] \begin{bmatrix} M_{pp} & M_{ps} \\ M_{sp} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ T_{sp} \end{bmatrix}$$

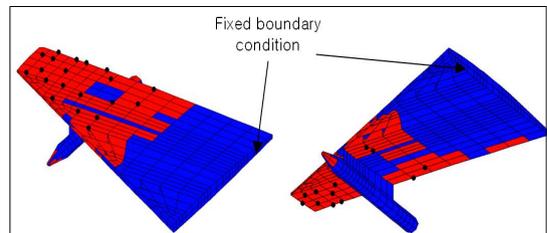
### 2.3 축소시스템 기반 최적화 과정

Fig.2는 축소시스템을 기반으로 하는 최적화 과정을

보여주고 있다. 먼저, 축소시스템 구축을 위한 주자유도를 선정한다. Fig.3은 2단계 주자유도 선정방법에 의해 선별된 후보영역(적색)과 여기에 순차적소거법을 적용하여 선정된 주자유도(흑색)를 나타내고 있다. 이와 관련한 주자유도 선정방법은 참고문헌[5]에 자세히 나와 있다. 선정된 주자유도를 가지고 2.1장과 2.2장에서 설명한 정적 및 동적 축소시스템을 구축한 후, 정적 축소시스템을 사용하여 응력 및 응력민감도를 계산하고, 동적 축소시스템은 고유치와 고유치 민감도 해석에 사용된다. 이후, 계산된 민감도, 등가응력, 고유값은 SLP(sequential linear program)에 입력되어 최적변수 값을 찾는데 사용된다.



[그림 2] 축소시스템 기반 최적화 과정  
[Fig. 2] Procedure of Optimization based on Reduced System

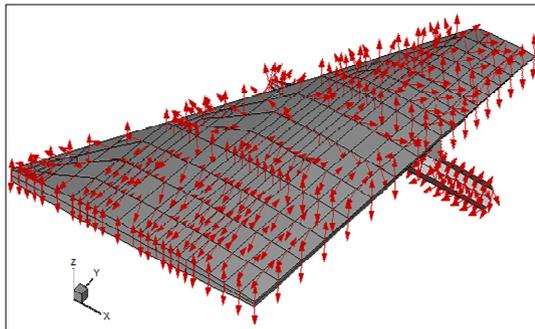


[그림 3] 축소시스템 구축을 위한 후보영역(적색) 및 주자유도(흑색) 선정결과  
[Fig. 3] Candidate area(red area) and the selected PDF(black dots) for a reduced system

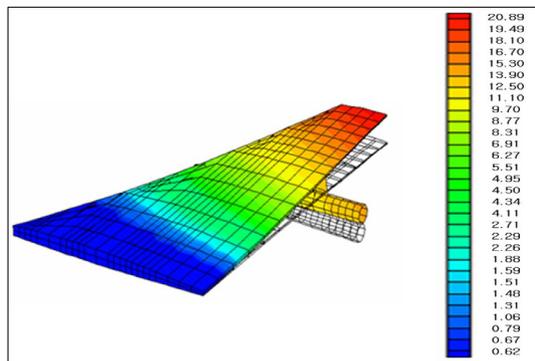
### 3. 축소모델 기반 최적화 결과

#### 3.1 축소시스템 기반 구조해석

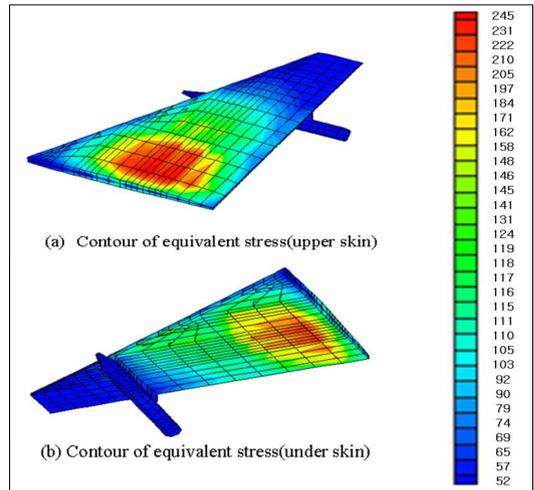
Fig.4는 일반적인 운용속도에서 받음각(Angle of Attack, AOA)이 2°일 경우, 날개 표면에 작용하는 하중벡터를 보여주고 있다. 해당 하중벡터는 공력해석을 통해 얻은 압력 값을 구조해석을 위해 하중으로 변환한 결과이다. 고정 경계 조건을 부과하고, Fig.4의 하중벡터와 정적 축소시스템을 사용하여 해석한 비행체 날개의 변형결과가 Fig.5에 주어지고 있다. 변형형상은 식(1) ~ 식(3)에서 주어진 정적 축소식을 통해 변위값을 구한 후, 후처리 과정을 통해 응력을 계산한다. 가장 큰 처짐은 날개 끝단에서 20.89mm 정도로 나타나고 있으며, 날개의 후미부가 들리는 형태의 변형을 보여준다. Fig.6은 등가응력(von Mises) 분포를 보여주고 있는데, 전체적으로 약 120 kPa ~ 240 kPa 수준의 응력분포를 나타내고 있다. 최적화 과정에서는 전체영역으로부터 최대응력 값을 선정한 후, 모든 요소에서 해당응력 값보다 적은 응력 값을 갖도록 구속조건을 부과하였다.



[그림 4] 날개표면 하중벡터  
[Fig. 4] Force vector of wing surface



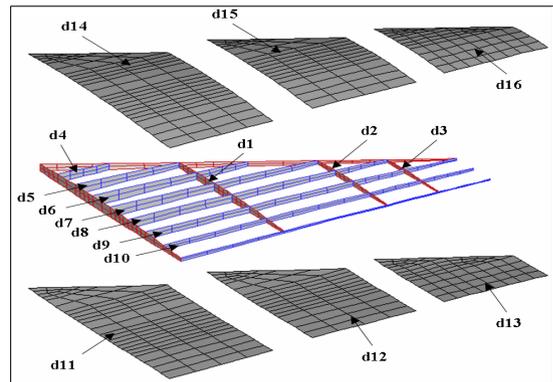
[그림 5] 날개구조물 변형형상(단위 :mm)  
[Fig. 5] Deformed shape of wing(unit: mm)



[그림 6] 상/하면 등가응력 분포(단위: kPa)  
[Fig. 6] Equivalent Stress of upper/under skin(unit: kPa)

#### 3.2 최적화 조건

Fig.7은 비행체 날개의 치수 최적화를 수행하기 위해 분리한 설계 영역들이다. 여기서 'd'는 설계변수를 의미하는 의미이다. 설계변수  $d_1 \sim d_3$ 은 세로보,  $d_4 \sim d_{10}$ 은 날개보,  $d_{11} \sim d_{16}$ 은 날개 표면 영역으로, 총 16개의 설계 영역을 설정하였다.



[그림 7] 설계변수 영역( $d_1 \sim d_3$ : 세로보,  $d_4 \sim d_{10}$ : 날개보,  $d_{11} \sim d_{16}$ : 표면)  
[Fig. 7] Design variable for optimization

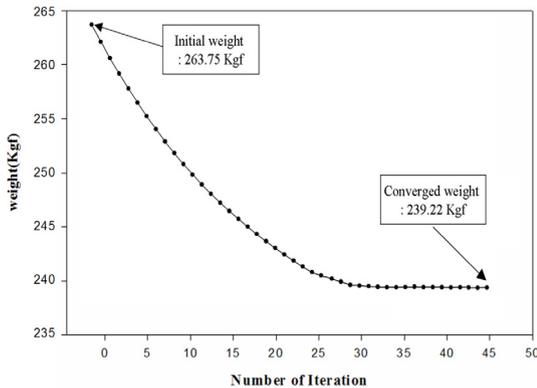
최적화 목표는 Fig. 4의 하중벡터 조건에 대해 중량을 최소화하면서, 최적화가 수행되는 각 단계마다 이전 단계의 최대 등가응력보다 적은 값을 갖도록 하는 것이다. 또한, 매 단계에서 1차 고유치가 3.0Hz 이상, 5.3Hz 이하가 되도록 구속조건을 부과하였으며, 초기 두께는 모든 설계 영역에서 15mm로 설정하였다. 매 단계의 설계변수 범위는 해당 단계

설계변수 값의 ±2.5% 이내로 설정하였다. 응력 민감도는 유한 차분법, 고유치 민감도는 주자유도로부터 부자유도 데이터를 복원하여 전체 고유벡터 시스템을 구축한 후 준해석적 방법을 통해 구하였다. 민감도 계산을 위한 증분 (perturbation) 값은  $10^{-5}$ 로 설정하였고, 최적화 수행을 위해 SLP를 사용하였다. Table 2는 최적화 수행을 위한 조건이다.

[표 2] 비행체 날개 최적화 수행 조건  
[Table 2] Condition of optimization

| 항목       | 내용   |
|----------|--|
| 목적함수     | 중량(최소화)  |
| 구속조건     | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\sigma_{eq}^i \leq \sigma_{eq}^{i-1}  _{\max}</math> (<math>i</math> : num of iter.)</li> <li><math>3Hz \leq \lambda_1 \leq 5.3Hz</math></li> </ul> |
| 설계변수 초기값 | $t1 \sim t16$ : 15mm   |
| 적용방법     | SLP(perturbation value : 2.5%)   |
| 수렴수준     | 0.01%  |

3.3 최적화 결과



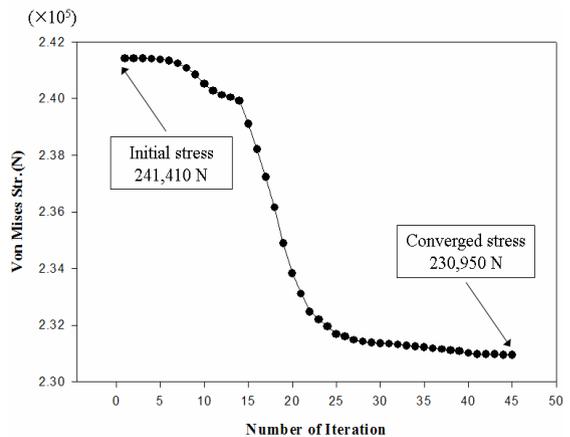
[그림 8] 목적함수(중량) 수렴결과  
[Fig. 8] Converged result of objective function

Fig.8은 목적함수(중량)의 수렴결과이다. 45회의 반복 계산 후 초기 중량 263.75kg에서 239.22kg으로 약 9.3%의 중량이 감소하였다 Fig.9는 구속조건으로 부과된 최대 등가응력의 결과를 보여주고 있다. 초기모델의 최대응력 수준은 241kPa, 최적형상에서는 230kPa로 계산되어 부과된 구속조건을 잘 만족하면서 최적화가 진행되었음을 알 수 있다. Fig.10은 최적화 단계마다 1차와 2차 고유치 변화 추이를 보여주고 있다. Fig.10(a)에서 1차 주파수(5.30Hz)는 최종적으로 5.20Hz 으로 감소하여 구속조건 범위를 잘 만족하였고, 구속조건으로 부과되지 않았지만, 1차 주파수 감소의 영향으로 Fig.10(b)의 2차 고유치는 8.74Hz

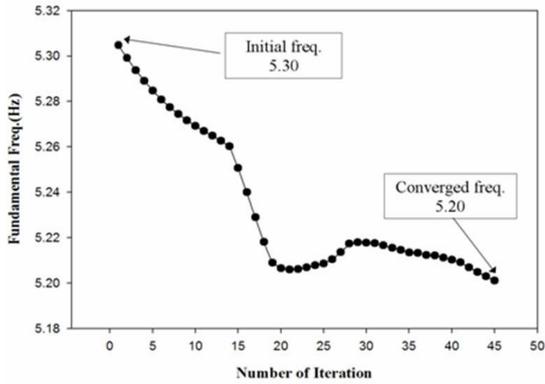
에서 8.48Hz 로 낮아졌다.

Fig.11~Fig.13는 각 영역별 설계변수들의 수렴결과이다. 세로보의 설계변수 수렴결과에서 d2는 초기값 대비 약 27mm 로 증가하였고, d1과 d3은 각각 6.6mm 와 5.0mm 로 감소하는 결과를 보여준다. 날개보의 설계변수 d4, d5, d6, d10은 증가하고, 설계변수 d7, d8, d9는 감소하고 있음을 알 수 있다. 날개표면의 설계변수는 전체적으로 감소하는 경향을 보여주고 있는데, 날개의 끝단으로 가면서 설계변수의 두께가 점점 줄어드는 것을 알 수 있다. 전체적인 설계변수 수렴결과로부터, 날개의 끝단(tip)에 가까이 위치하는 설계변수들은 감소하는 경향이 크고, 경계조건에 가까운(끝단 반대면) 영역의 설계변수들은 증가하는 경향을 보여주고 있으며, 감소하더라도 그 감소 수준은 상대적으로 적음을 보여준다. 또한, 날개의 전방부와 후방부의 설계변수들은 초기 조건보다 강건한 방향으로 최적화가 진행됨을 알 수 있다. Table 3은 각 설계변수들의 초기값과 최종적인 수렴값을 정리한 것이다.

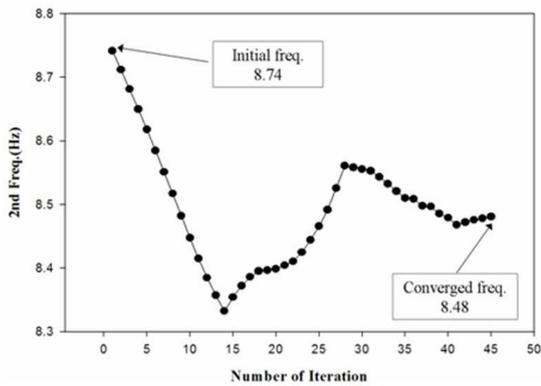
최적화를 수행하기 위해서는 목적함수와 구속조건 그리고 각각에 대한 민감도가 계산되어야 한다. 본 논문에서는 이 과정에서 필요한 수치들을 축소시스템에서 계산하여 최적화를 수행하는 방법을 제안하였다. 목적함수(중량)는 축소시스템 여부와는 무관한 값이고, 정적해석을 통해 계산되는 응력은 축소과정에서 근사화 과정이 없기 때문에 전체시스템과 일치하는 결과를 얻게 된다. 저차모드의 고유값은 전체시스템과 비교하여 일반적으로 오차 1.0% 이하로 거의 동일한 값으로 계산되는데 본 논문에서 사용하는 IRS 방법은 그 정확도가 더욱 높은 것으로 평가되고 있다. 또한, 고유치 민감도 결과도 저차모드에서 오차 1.0% 이하로 구해지기 때문에 전체시스템을 사용한 최적화 결과는 동일하게 얻어진다.



[그림 9] 응력 구속조건(등가응력) 수렴 결과  
[Fig. 9] Converged stress constraints

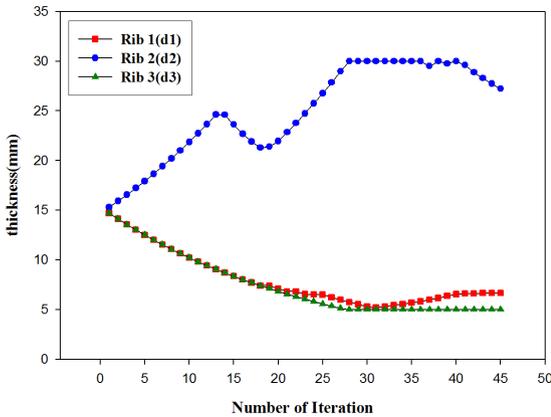


(a) Convergence of 1<sup>st</sup> eigenvalue

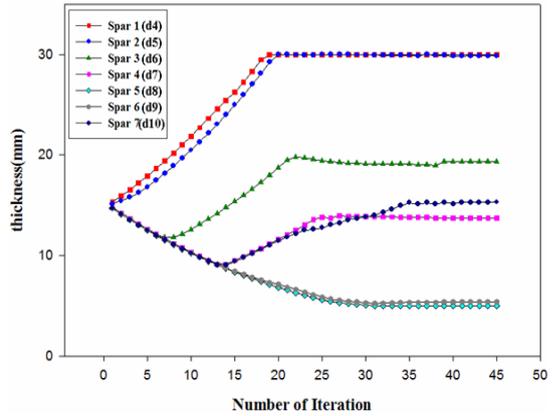


(b) Convergence of 2<sup>nd</sup> eigenvalue

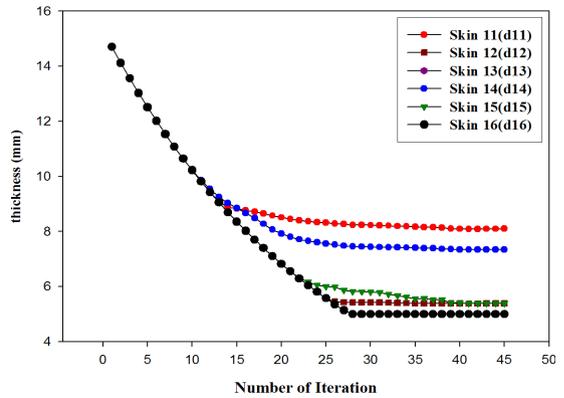
[그림 10] 주파수 구속조건 수렴 결과  
[Fig. 10] Converged frequency constraints



[그림 11] 설계변수 수렴결과 ( $d_1 \sim d_3$ )  
[Fig. 11] Converged design variables ( $d_1 \sim d_3$ )



[그림 12] 설계변수 수렴결과( $d_4 \sim d_{10}$ )  
[Fig. 12] Converged design variables ( $d_4 \sim d_{10}$ )



[그림 13] 설계변수 수렴결과 ( $d_{11} \sim d_{16}$ )  
[Fig. 13] Converged design variables ( $d_{11} \sim d_{16}$ )

[표 3] 설계변수 수렴 결과(단위: mm)  
[Table 3] Converged design variables(unit: mm)

| 설계 변수 | 초기 | 수렴    | 설계 변수 | 초기 | 수렴    |
|-------|----|-------|-------|----|-------|
| d1    | 15 | 6.67  | d9    | 15 | 5.38  |
| d2    | 15 | 27.22 | d10   | 15 | 15.31 |
| d3    | 15 | 5.00  | d11   | 15 | 8.09  |
| d4    | 15 | 30.00 | d12   | 15 | 5.38  |
| d5    | 15 | 29.89 | d13   | 15 | 5.00  |
| d6    | 15 | 19.32 | d14   | 15 | 7.34  |
| d7    | 15 | 13.71 | d15   | 15 | 5.39  |
| d8    | 15 | 5.00  | d16   | 15 | 5.00  |

## 4. 결론

본 연구에서는 축소시스템을 기반으로 하는 최적화 기법을 제안하였고, 수치예제를 통하여 제안하고 있는 방법의 신뢰성을 검증하였다.

상당한 반복계산이 요구되는 최적화 과정에서 축소시스템 적용은 전산자원과 계산시간을 획기적으로 감소시킬 수 있는 방법이다. 또한, 잘 선정된 주자유도로 구성된 축소시스템은 정확한 민감도 결과를 제공할 수 있으며 최적화 결과도 매우 신뢰할 만하다. 본 연구에서는 최적화 과정에서 동일한 주자유도를 사용하는 정적 및 동적 축소시스템을 구축하여 구속조건인 등가하중과 고유치를 계산하였으며, 구속조건을 잘 만족하면서 목적함수에 대한 최적의 결과를 얻을 수 있었다.

## References

- [1] Guyan, R.J., "Reduction of stiffness and mass matrices", *AIAA Journal*, Vol.3, No.2, p.380, 1965.
- [2] Shah, V.N., Raymund, M., "Analytical selection of masters for the reduced eigenvalue problem", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.18, pp.89-98, 1982.
- [3] O'Callahan, J, "A procedure for an improved reduced system(IRS) model", *Proceedings of the 7th international modal analysis conference*, Union college, Schenectady. NY. pp. 17-21, 1989.
- [4] M.Cho, H.Kim, "Element-based node selection method for reduction of eigenvalue problems", *AIAA Journal*, Vol.42, No.8, pp. 1677-1684, 2004.
- [5] H.Kim, M.Cho, "Two-level scheme for selection of degrees of freedom and semi-analytic sensitivity based on the reduced system", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.195/33-36, pp.4244-4268, 2006.

### 김 현 기(Hyun-Gi Kim)

[정회원]



- 2000년 2월 : 서울대학교 기계항공공학부(학사)
- 2002년 2월 : 서울대학교 기계항공공학부(석사)
- 2006년 2월 : 서울대학교 기계항공공학부(박사)
- 2006년 2월 ~ 2007년 12월 : 현대중공업 구조연구실 선임연구원
- 2007년 12월 ~ 현재 : 한국항공우주연구원 항공계통팀 선임연구원

<관심분야>

항공기 구조해석, 구조최적화, 축소모델

### 최 인 호(In-Ho Choi)

[정회원]



- 1996년 2월 : 전북대학교 전자공학과 (공학석사)
- 2012년 2월 : 한국과학기술원 항공우주공학전공 (공학박사)
- 1996년 3월 ~ 현재 : 한국항공우주연구원 선임연구원

<관심분야>

제어, 전자, 항공