

## UKF 기반한 동역학 시스템 파라미터의 추정

승지훈<sup>1</sup>, 정길도<sup>1\*</sup>  
<sup>1</sup>전북대학교 전자공학부

### Parameter Estimation of Dynamic System Based on UKF

Ji Hoon Seung<sup>1</sup> and Kil To Chong<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Electronics and Information Department, Chonbuk National University

**요약** 본 논문은 비선형 시스템의 상태 추정에 널리 사용 되는 Unscented Kalman Filter(UKF)를 활용하여 동역학 시스템의 상태를 추정함과 동시에 파라미터를 추정하였다. 파라미터의 추정은 시스템 제어, 모델링, 성능분석 및 예측 등 다양한 분야에서 매우 중요하다. 공학에서 다루는 대부분의 시스템은 비선형성과 잡음이 존재하므로 파라미터 추정이 매우 어렵다. 이러한 경우에 대하여 본 논문에서는 비선형 필터로서 잡음에 강한 UKF를 이용하여 상태와 파라미터를 추정하였다. 본 논문에서 제안한 파라미터 추정은 기존의 상태방정식에 파라미터 항을 추가하여 확장된 비선형 방정식을 사용하였으며, 진자와 슬라이드로 구성된 2-자유도 동역학 시스템에 적용하였으며, 시스템 운동방정식의 측정 잡음으로 가우시안 잡음을 추가하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였다. 시뮬레이션 결과 제안한 방법이 LSM보다 좋은 성능을 보였다. 추정 오차는 3%이내이며, 0.1sec 이내의 수렴하는 것을 확인하였다. 결과적으로 UKF는 상태나 측정 데이터에 잡음이 존재하더라도 시스템의 상태 및 파라미터 추정이 가능하다.

**Abstract** In this paper, the states and the parameters in the dynamic system are simultaneously estimated by applying the UKF(Unscented Kalman Filter), which is widely used for estimating the state of non-linear systems. Estimating the parameter is very important in various fields, such as system control, modeling, analysis of performance, and prediction. Most of the dynamic systems which are dealt with in engineering have non-linearity as well as some noise. Therefore, the parameter estimation is difficult. This paper estimates the states and the parameters applying to the UKF, which is a non-linear filter and has strong noise. The augmented equation is used by including the addition of the parameter factors to the original state equation of the system. Moreover, it is simulated by applying to a 2-DOF(Degree of Freedom) dynamic system composed of the pendulum and the slide. The measurement noise of the dynamic equation is assumed to be a Gaussian distribution. As the simulation results show, the proposed parameter estimation performs better than the LSM(Least Square Method). Furthermore, the estimation errors and convergence time are within three percent and 0.1 second, respectively. Consequentially, the UKF is able to estimate the system states and the parameters for the system, despite having measurement data with noise.

**Key Words** : Unscented Kalman Filter, Dynamic System, Parameter Estimation

### 1. 서론

동역학 시스템에서 시스템의 상태와 파라미터는 시스템의 제어, 모델링, 성능 분석 및 예측 관점에서 중요하다. 하지만 대부분의 동역학 시스템은 비선형성을 가지고 있으며 일반적으로 비선형성을 가진 시스템에 대한 상태 추정은 복잡하고 어렵다[1-3].

파라미터 값은 직접 측정할 수 없거나, 시스템의 노후화나 변화로 인해 변경 될 경우 이에 대한 정보를 얻을 수 없다. 이 경우 파라미터는 시스템의 제어 및 모니터링에 영향을 미치게 된다. 따라서 파라미터 추정은 매우 중요한 분야로써, 많은 연구가 이루어지고 있으며, 다양한 방법들이 제안되었다[4-7].

Saadettin Aksoy[6], V. Panuska[8], Emmanuel Blanchard[9]

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행한 연구임(No. 2011-0027689) and (No. 2011-0004905)

\*교신저자 : 정길도(kitchong@jbnu.ac.kr)

접수일 11년 11월 16일

수정일 12년 01월 13일

게재확정일 12년 02월 10일

는 시스템에 EKF(Extended Kalman Filter)를 적용하여 상태 및 파라미터 추정 방법을 제안 하였다. Hideki Nagatsuka[5]는 LSM(Least square method)을 적용하였고, Jeng-Ming Chen[10]는 LSM(Least square method)을 기반으로 IRLS(Iteratively Reweighted Least Squared Algorithm)를 이용하여 추정방법을 제안했다. 또한, Sahar Pirooz Azad[7]는 UKF(Unscented kalman filter)를 이용한 추정 방법을 소개했다. 위 논문에서 시스템 상태의 확장을 통하여 추정 시뮬레이션을 수행했지만 시스템의 파라미터 추정 성능을 향상시키기 위해 공분산 값을 임의로 조정함으로써, 실제 동역학 시스템의 파라미터 추정에는 적용할 수 없다. WANG Wan ping[11]는 Monte Carlo method 기반의 PF를 동역학 시스템에 적용하여 상태 추정연구를 수행하였지만, 파라미터 추정에 대한 연구가 수행되지 않았다. Jin-Woo Park[12]에서 UKF와 PF의 상태 추정 성능에 대한 비교 연구에서 PF가 UKF와 유사한 추정 성능을 구현할 수 있는 파티클의 개수를 설정하여 연구한 결과 UKF보다 많은 계산시간이 요구되며, 일반적으로 UKF가 PF 보다 우수함을 확인하였다. EKF는 시스템 행렬이 선형인 경우 적용가능 하며 이러한 특성으로 인해 선형화에 따른 오차가 발생한다. 이에 반해 UKF는 비선형 변환을 통해 선형화를 필요로 하지 않고 오차가 발생하지 않는다. LSM은 파라미터 추정에 많이 사용되는 방법이지만, 측정 데이터의 노이즈로 인한 영향을 받으므로 추정된 파라미터에 오차를 포함하게 된다. 제안한 알고리즘인 UKF는 시스템의 측정 노이즈를 제거하는 오차 공분산 업데이트 과정을 반복적으로 수행하여, 최적 값을 추정하고, 그에 따라 파라미터를 추정하므로, 파라미터 또한 최적으로 추정된다[13-14].

이와 같이 우수한 특성을 지닌 UKF는 멀티 센서 퓨전[15], 경로 추적[16], 신경회로망 학습[17], 등 다양한 분야에 널리 사용된다. 본 논문에서는 UKF를 동역학 시스템에 적용하여 상태 및 파라미터를 동시에 추정한다.

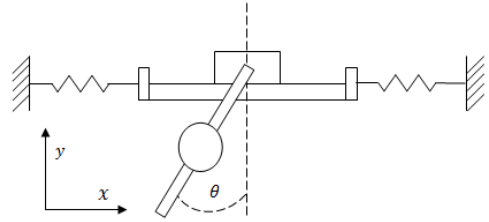
논문의 구성은 2장에서 연구에 사용된 2-DOF 동역학 모델을 소개하고, 3장과 4장에서는 추정 알고리즘인 UKF와 비교 알고리즘인 LSM을 소개한다. 동역학 시스템의 데이터를 구하는 것과 파라미터 추정 및 결과 분석은 5장에 기술하였다. 마지막으로 6장에서는 수행한 연구의 결론과 향후 연구 내용을 정리하였다.

## 2. 동역학 시스템

이 장에서는 본 논문에서 다룰 동역학 시스템인 2-DOF 시스템의 모델에 대해 소개한다.

### 2.1 2 자유도 동역학 시스템

진자 슬라이드 시스템은 그림 1과 같이 도식화 할 수 있으며, 관련된 요소로는 진자, 슬라이드 스프링, 그리고 댐퍼가 있다.



[그림 1] 2 자유도 동역학 시스템  
[Fig. 1] 2-DOF System

진자는 슬라이더에 고정되어 있고, 슬라이더의 운동은 진자와 스프링의 영향을 받는다. 파라미터 추정을 위해 시스템 방정식을 구하자. 여기에서는 운동에너지( $T$ )와 위치에너지( $V$ )를 이용하는 라그랑지 방법을 사용하였다 [18-19].

먼저 운동에너지( $T$ )에 관한 식은 다음과 같다.

$$T_m^* = \frac{1}{2} m \vec{v}_c \cdot \vec{v}_c + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1)$$

여기에서  $\omega$ 는 각속도,  $\vec{v}_c$ 는 무게중심점의 속도벡터이다.

진자의 운동을  $x, y$  방향 거리성분으로 구하고 미분하여 속도벡터로 나타내면 다음과 같다.

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = (\dot{x} - l \cos\theta \dot{\theta}) \vec{i} - l \sin\theta \dot{\theta} \vec{j} \quad (2)$$

위 식(2)을 식(1)에 대입하면 진자의 운동에너지를 구할 수 있다. 따라서 전체 운동에너지는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} T^* &= T_{m_1}^* + T_{m_2}^* \\ &= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l \cos\theta \dot{\theta} + l^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 \\ &\quad + l^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

위치에너지( $V$ )에 대해 고려해보면 슬라이드는 위치 에너지가 없기 때문에  $y$  성분만을 고려하면 다음과 같다.

$$V = -m_2 g l \cos\theta \quad (4)$$

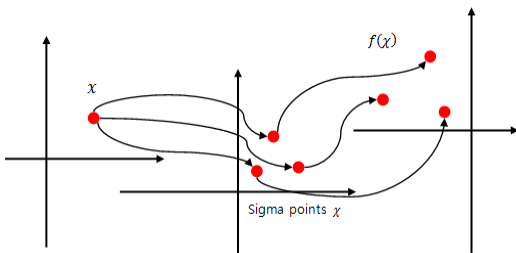
라그랑지 방정식에 앞서 구한 식(3),(4)를 대입하여 정리하면 최종적으로 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2l(\cos\theta + \mu\sin\theta)\ddot{\theta} + m_2l(\mu\cos\theta - \sin\theta)\dot{\theta}^2 \\ + \mu(m_1 + m_2)g + 2k(x - l_0) = U \\ -m_2l\cos\theta\ddot{x} + (I_c + m_1l^2)\ddot{\theta} + m_2gl\sin\theta = -M_0\dot{\theta} \end{aligned} \quad (5)$$

### 3. 언센티드 칼만 필터

UKF는 비선형 필터로서 Julier와 Uhlmann 에 의해 제안되었으며[13], 선형화에 따른 문제를 해결하기 위해 제안된 방법이다. EKF는 비선형 시스템의 선형화를 통해 최적 비선형 추정에 대한 1차 근사화를 제공한다. 이 근사화는 변환된 가우시안 랜덤 변수의 사후(Posterior) 평균 및 공분산을 구할 때 큰 오차를 포함 할 수도 있으며, 따라서 비선형 방정식의 선형화로 인해서 준 최적 필터라 불리고 있다. UKF는 비선형 방정식에 적용이 가능하며, 정상분포를 갖는 랜덤 변수에 대해 비선형 변환을 수행하는 과정을 거쳐 변환된 랜덤 변수의 평균과 분산을 추정하는 방법이다.

UKF는 유한 개수의 시그마 포인트를 사용하기 때문에 비선형 시스템에 적용 시킬 수 있다. 또한, UKF는 가우시안 분포에 대하여 프로세서 오차 및 측정 오차에서 대하여 Taylor 시리즈 확장에 의해 2차 근사화를 제공한다. UKF의 장점은 UT(Unscented Transformation)변환을 이용하기 때문에 선형화가 필요하지 않으며, 시그마 포인트를 통해 여러 샘플을 이용하여 평균과 공분산을 추정하므로 확률적으로 정확한 값을 추정할 수 있다.



[그림 2] UT 변환  
[Fig. 2] Unscented Transformation

UT변환은 비선형 변환을 이용하여 랜덤 변수의 통계적 특성을 계산하는 방법으로 UKF 알고리즘의 기초가 된다. 확률 분포를 근사화 하는 방법은 랜덤 변수  $x$ 가  $n$ -

차원인 경우  $2n+1$  시그마 포인트  $\chi_i$ 를 선택하여 다음 상태 변수  $x$ 의 평균과 공분산을 추정한다. UT변환은 그림 2과 같이 시간  $k$ 에서 추정 값  $\hat{x}_{k|k}$ 와 공분산  $P_{k|k}$ 를 이용하여 시그마 포인트  $\chi_{k|k}$   $2n+1$ 개를 계산한다. 계산된  $2n+1$ 개의 시그마 포인트  $\chi_{k|k}$ 를 각각 함수  $f(\chi_{k|k})$ 에 대입한 비선형 변환으로 설명할 수 있다.  
위 UT 알고리즘은 표 1과 같다.

[표 1] UT의 알고리즘  
[Table 1] The Algorithm of UT

$\chi_{k k}^0 = \hat{x}_{k k}$
$\chi_{k k}^i = \hat{x}_{k k} + (\sqrt{(n+\lambda)P_{k k}})_i$
$\chi_{k k}^{i+n} = \hat{x}_{k k} - (\sqrt{(n+\lambda)P_{k k}})_i$
$W_0^{(m)} = \lambda/(n+\lambda)$
$W_0^{(c)} = \lambda/(n+\lambda) + (1-\alpha^2 + \beta)$
$W_i^{(m)(c)} = 1/2(n+l)$

표 1에서,  $n$ 은 시스템의 차수를 나타내고,  $\alpha$ 는 시그마 포인트의 퍼짐을 계산하는 스케일 파라미터로서, 항상 작은 양의 값 ( $1 \leq \alpha \leq 10^{-3}$ )을 갖는다.  $\kappa$ 는 2차 스케일 파라미터이며 대부분 0으로 설정하고,  $\beta$ 는 랜덤 변수의 분포에 대한 사전지식을 포함한다. 가우시안 분포를 따를 경우 최적 값은  $\beta=2$ 이 된다.  $W_i^{(m)}$ ,  $W_i^{(c)}$ 는 가중치를 나타내며,  $(\sqrt{(n+\lambda)P_{k|k}})_i$ 는 Square root 행렬 (Lower triangular Cholesky factorization)의  $i$  번째 열이다.  $\lambda$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n \quad (6)$$

구해진  $(2n+1)$ 개의 시그마 포인트는 다음과 같이 시스템 상태 방정식을 이용하여  $x$ 의 상태와 공분산을 예측 할 수 있다.

$$Z_i = f(\chi_i) \quad i = 1, \dots, 2n \quad (7)$$

$$\bar{z} \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} Z_i \quad (8)$$

$$P_z \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} Z_i - \bar{z}\bar{z}^T \quad (9)$$

위의 UT 알고리즘을 칼만 필터에 적용한 방식이 UKF이며, 알고리즘은 표 2와 같다.

## 4. 최소자승법

최소자승법(LSM)은 회귀분석의 방법으로 본 논문에서는 미지 파라미터에 대해 최적의 값을 찾아내는 방법으로 사용되었다.

[표 2] UKF의 알고리즘

[Table 2] The Algorithm of UKF

### 1. Initialize with

$$\hat{x}_0 = E[x_0]$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$$

For  $k=1, \dots, \infty$

### 2. Calculate sigma points:

$$\chi_{k-i}^j = [\hat{x}_{k-1}, \hat{x}_{k-1} \pm \sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}}]$$

### 3. Time update

$$\chi_{k|k-1}^j = F(\chi_{k-1}^j)$$

$$\hat{x}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \chi_{k|k-1}^j$$

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (\chi_{k|k-1}^j - \hat{x}_{k|k-1})(\chi_{k|k-1}^j - \hat{x}_{k|k-1})^T$$

$$Z_{k|k-1}^j = H(\chi_{k|k-1}^j)$$

$$\hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} Z_{k|k-1}^j$$

### 4. Measurement update equations:

$$P_{k|k-1}^{zz} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (Z_{k|k-1}^j - \hat{z}_{k|k-1})(Z_{k|k-1}^j - \hat{z}_{k|k-1})^T$$

$$P_{k|k-1}^{xz} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (X_{k|k-1}^j - \hat{x}_{k|k-1})(Z_{k|k-1}^j - \hat{z}_{k|k-1})^T$$

$$K = P_{k|k-1}^{xz} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1}$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K(z_k - \hat{z}_{k|k-1})$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K(P_{k|k-1}^{zz})K^T$$

여기에서,  $P_k$ 는 상태 오차 공분산,  $P_k^{zz}$ 는 상관 오차 공분산,  $W_i^{(m)}$ ,  $W_i^{(c)}$ 는 위 UT알고리즘에서 계산된 가중치이다.

### 4.1 최소자승법 알고리즘

동역학 시스템에서 실험 데이터에는 대부분 오차가 포함되어 있다. 따라서 동역학 시스템의 분석적 모델을 통해 구한 데이터와는 일반적으로 일치하지 않게 된다. 수식과 데이터 사이의 오차를 최소화하는 방법이 최소자승법의 원리이다. 다음 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} y_k &= H_k x_k \\ \hat{y}_k &= H_k \hat{x}_k + v_k \end{aligned} \quad (10)$$

여기에서,  $y_k$ 는 수식을 통해 얻은 데이터이며,  $\hat{y}_k$ 는 측정 데이터,  $v_k$ 는 측정 오차이다.  $H$ 는 시스템 모델이며 다음과 같이 표시된다.

$$H_k = [H_1 H_2 \dots H_m]^T \quad (11)$$

측정 데이터와 수식을 통해 얻은 데이터의 오차는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$e_k = y_k - \hat{y}_k = \Delta y \quad (12)$$

여기에서, 계산된  $e_k$ 를 최소로 만드는  $x_k$ 를 찾는 것이 최소자승법이다. 최소자승법의 해는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x_k = (H^T H)^{-1} A^T y_k \quad (13)$$

## 5. 시뮬레이션

이 장에서는 시스템 예제인 2자유도 동역학 시스템의 시뮬레이션을 위한 상태방정식을 구하고 잡음이 없는 데이터를 이용하여 상태 및 파라미터 추정하며, 결과를 이용하여 성능을 분석한다.

### 5.1 시스템 상태 방정식

시스템의 방정식 형태를 UKF에 적용하기 위해 다음과 같은 행렬화 과정이 필요하다. 먼저 2장에서 구한 시스템에 대한 방정식을 다시 기술하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2 l(\cos\theta + \mu\sin\theta)\ddot{\theta} + m_2 l(\mu\cos\theta - \sin\theta)\dot{\theta}^2 \\ + \mu(m_1 + m_2)g + 2k(x - l_0) = U \\ - m_2 l \cos\theta \ddot{x} + (I_c + m_1 l^2)\ddot{\theta} + m_2 g l \sin\theta = -M_0 \dot{\theta} \end{aligned}$$

위 비선형 방정식을 행렬식으로 표현하기 위해 다음과 같이 상태변수를 정의 하자.

$$\begin{aligned} X_1 = x, X_2 = \dot{x}, X_3 = \theta, X_4 = \dot{\theta} \\ \dot{X}_1 = X_2, \dot{X}_3 = X_4 \end{aligned} \quad (14)$$

정의된 변수를 이용하면 다음과 같은 행렬을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1+m_2 & 0 & -m_2l(\cos X_3 - \mu \sin X_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -m_2l \cos X_3 & 0 & I_c + m_1 l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ m_2l(\sin X_3 - \mu \cos X_3)X_4^2 - \mu(m_1+m_2)g - 2k(X_1 - l_0) + U \\ X_4 \\ -M_0X_4 - m_2gl \sin X_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

위의 시스템 상태 방정식을  $G\dot{X}=F$ 라 정의하면,  $\dot{X}=G^{-1}F$ 를 얻을 수 있다.

여기에 미지 파라미터( $a, b$ )를 포함하면 전체 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{a} \\ \dot{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{-1}F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

시뮬레이션에 사용한 파라미터는 표 3에 작성하였다.

[표 3] 2-자유도 시스템의 파라미터 값  
[Table 3] Parameter values of 2-DOF system

설명	기호	값	단위
슬라이더 질량	$m_1$	0.654	kg
진자 질량	$m_2$	0.7925	kg
스프링 상수	$k$	100	N/m
진자 길이	$l$	0.2	m
스프링의 초기 길이	$l_0$	0.025	m
중력	$g$	9.8	m/s <sup>2</sup>
관성모멘트	$I_c$	0.0014	kgm <sup>2</sup>
진자 마찰계수	$M_0$	0.2	mdeg/s <sup>2</sup>
마찰계수	$\mu$	0.2	

### 5.2 컴퓨터 시뮬레이션

앞 절에서 구한 시스템의 상태식을 이용하여 데이터를 수집하였으며, UKF를 이용하여 상태 및 파라미터를 추정하였다. 측정 데이터의 오차는 백색잡음으로 가정하였으며, 추정 시뮬레이션을 위해 설정한 상태 오차공분산(Q)과 측정 오차 공분산(R)은 다음과 같다.

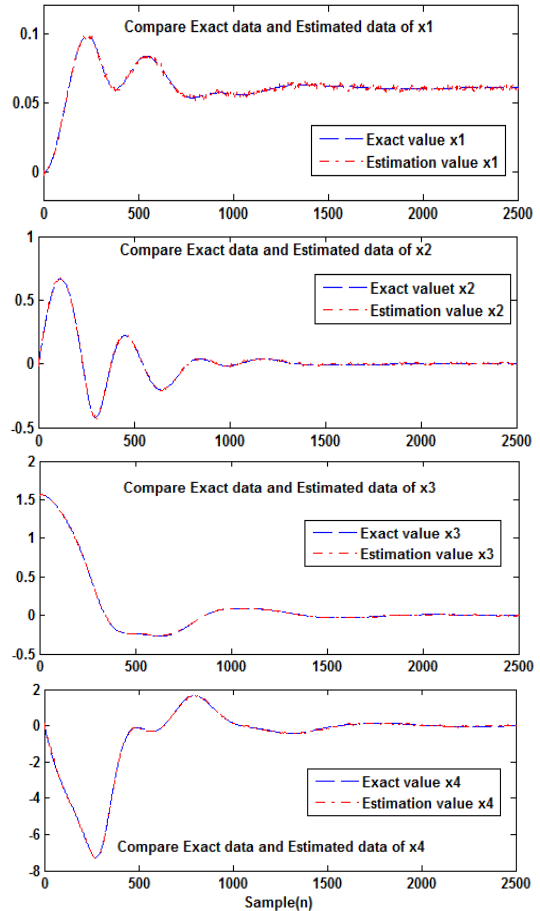
$$Q = [1, 1, 1, 1]^T \times 10^{-6} \quad (17)$$

$$R = ([0.003, 0.03, 0.03, 0.3]^2)^T \quad (18)$$

초기 상태 추정 오차 공분산은 다음과 같이 설정한다.

$$P(0) = \begin{bmatrix} I_{4 \times 4} & 0 \\ 0 & I_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

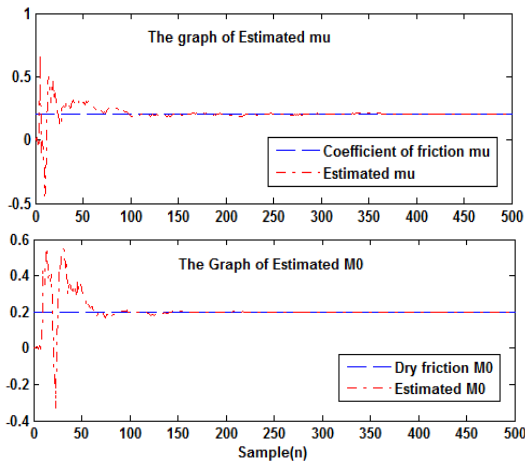
그림 3은 UKF를 이용하여 상태와 파라미터를 추정한 결과이다.



[그림 3] UKF 상태 추정 그래프  
[Fig. 3] The Graph of Estimated state

첫 번째 그래프는  $x_1$ 의 정확한 값과 UKF 추정 값을 나타내며, 다음 그래프는 차례대로  $x_2, x_3, x_4$ 의 Exact 값과 추정 값을 나타낸다. 점선은 잡음이 없는 정확한 데이터이며 점-실선은 상태 추정 그래프이다. UKF의 초기 값은  $x_0 = [0_{1 \times 6}]$ 로 설정하였고 시스템의 운동을 주는 마찰계수  $\mu$ 와 진자 마찰 계수  $M_0$ 를 추정하고자 하는 미지의 파라미터로 설정하였다.

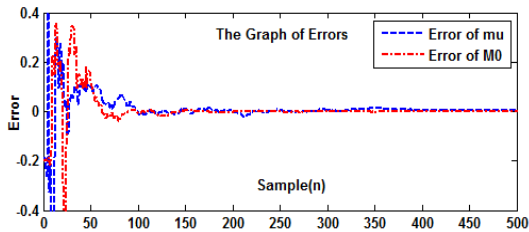
그림 4는 파라미터가 정확히 추정되는 결과를 보여준다. 수렴하기 전까지 파라미터  $\mu$ 와  $M_0$ 에 오차가 존재하지만 100sample (0.1 sec) 전에 실제 파라미터 값에 추종하는 것을 볼 수 있다. 점선은 실제 파라미터 값을 나타내며, 점-실선은 파라미터 추정 값을 나타낸다.



[그림 4] 파라미터  $\mu$ ,  $M_0$ 의 추정 그래프  
 [Fig. 4] The Graph of Estimated  $\mu, M_0$

추정한 파라미터의 오차는 그림 5와 같다. 초기에 오차 값이 불안정한 값을 보이지만 데이터의 공분산 업데이트를 통해 작은 값으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

UKF의 상태 추정 오차와 파라미터 추정 오차가 표 4와 표 5에 각각 나열되었다. 파라미터 추정 성능은 LSM과의 비교를 통해 검증 하였다. 시뮬레이션에서 UKF를 이용한 상태와 파라미터 추정이 우수하며, 최소자승법의 파라미터 추정결과와 비교할 때 매우 우수함을 확인할 수 있다.



[그림 5] 파라미터 추정 오차  
 [Fig. 5] The errors of estimated parameters

[표 4] 상태 추정 성능 분석  
 [Table 4] Analysis for performances of state estimation

상태	기호	측정오차 (RMSE)	추정오차 (RMSE)
슬라이더 위치	$x_1$	0.003	0.0010
슬라이더 속도	$x_2$	0.0302	0.0063
진자 각도	$x_3$	0.0294	0.0040
진자 각속도	$x_4$	0.3008	0.0361

[표 5] 파라미터 추정 성능 비교  
 [Table 5] Compare performances of UKF to LSM

파라미터	기호	추정 오차	
		UKF(RMSE)	LSM
마찰계수	$\mu$	0.0044	-0.0119
진자 마찰계수	$M_0$	0.0010	-0.7251

### 5. 결론

본 논문에서는 동역학 시스템인 2자유도 시스템을 모델링하고, 2차 비선형 미분 방정식을 UKF에 적용하기 위해 상태 행렬로 구성하였다. 그리고 센서 잡음이 존재하는 비선형 시스템의 상태 추정에 적합한 UKF에 대해 파라미터 추정을 위해 알고리즘을 정리하였다. 동역학 시스템의 제어 및 모니터링에 필수적인 파라미터를 UKF를 이용하여 추정하였다. 특히 실험적으로 구하기 어려운 마찰계수  $\mu$ 와 진자 마찰계수  $M_0$ 를 동시에 추정하였다. UKF 알고리즘의 파라미터 추정 성능을 비교하기 위해 최소자승법의 알고리즘 정리하고 시뮬레이션을 통해 성능을 비교하였다.

시뮬레이션 결과를 통해 제안한 UKF 알고리즘이 파라미터의 추정에 적합하며 최소자승법 보다 우수함을 확인하였다. 또한, 추정된 파라미터는 3% 미만의 추정 오차를 갖고 있으며, 0.1sec 이내로 수렴하는 결과를 얻었다.

### References

- [1] K. V. Fernando and H. Nicholson, "Identification of linear systems with input and output noise: The Koopmans - Levin method," Proc. Inst. Elect. Eng. D, vol.132, pp. 30 - 36, 1985.
- [2] Pintelon, R., Schoukens, J., "Identification of stochastic linear systems in the presence of Nonlinear Distortion", Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2000. IMTC 2000. Proceedings of the 17th IEEE, Vol.2, 879-884, 2000.
- [3] Sohns, B., Allison, J., Fathy, H. K., Stein, J. L., "Efficient Parameterization of LargeScale Dynamic Models Through the Use of Activity Analysis", Proceedings of the ASME IMECE 2006, IMECE2006, Nov 5-10, 2006.
- [4] Hurtig, J., Yurkovich, S., "Parameter set estimation for nonlinear systems", System Theory, 2001. Proceedings

of the 33rd Southeastern Symposium on, 275-280, Mar 2001.

[5] Nagatsuka, H., "A Study of Estimation for the Three-Parameter Weibull Distribution Based On Doubly Type-II Censored Data Using a Least Squares Method", Secure System Integration and Reliability Improvement, 2008. SSIRI '08. Second International Conference on, 158-165, 2008.

[6] Aksoy, S., Muhurcu, A., Kizmaz, H., "State and Parameter Estimation in Induction Motor Using the Extended Kalman Filtering Algorithm", Modern Electric Power Systems (MEPS), 2010 Proceedings of the International Symposium, 2010.

[7] Sahar Pirooz Azad, Joseph Euzebe Tate, "Parameter Estimation of Doubly Fed Induction Generator Driven by Wind Turbine", Power Systems Conference and Exposition (PSCE), 2011 IEEE/PE, March 2011.

[8] Panuska, V. "A new form of the extended Kalman filter for parameter estimation in linear systems with correlated noise", Automatic Control, IEEE Transactions on, Vol.25, 229-235, Apr 1980.

[9] Emmanuel Blanchard, Adrian Sandu, Corina Sandu, "Parameter Estimation Method using an Extended Kalman Filter", Proceedings of the Joint North America, Asia-Pacific ISTVS Conference and Annual Meeting of Japanese Society for Terramechanics 2007.

[10] Jeng-Ming Chen, Bor-Sen Chen, "System Parameter Estimation with Input/Output Noisy Data and Missing Measurements", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 48, No. 6, June 2000.

[11] Wang Wan-ping, Liao Sheng, Xing Ting-wen, "Particle Filter for State and Parameter Estimation in Passive Ranging", Intelligent Computing and Intelligent Systems, 2009. ICIS 2009. IEEE International Conference on, Vol.3, 257-261, Nov. 2009.

[12] Jin-Woo Park, Cheol-Kwan Yang, Duk-Sun Shim, "Particle Filter Performance for Ultra-tightly GPS/INS integration", Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, Vol. 14, No. 8, August 2008.

[13] S. Julier, J. Uhlmann, "A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems", in: Proceedings of the 1997 SPIE AeroSense Symposium, SPIE, 21 - 24, April 1997.

[14] Julier. S. J, "The Scaled Unscented Transformation", Proceeding of the American Control Conference, Anchorage, AK, Vol.6 4555 - 4559, May 2002.

[15] Joongsup Yun, Chang-Kyung Ryoo, Taek-Lyul Song, "Guidance Filter Design Based on Strapdown Seeker and MEMS Sensors", Journal of the Korean Society for

Aeronautical & Space Sciences, vol .37, no. 10, 1002-1009, 2009.

[16] Young-Seok Cho, Duk-Sun Shim, Chel-Kwan Yang, Jin-Woo Park, "Performance Investigation of the Unscented Kalman Filter for Ultra-tightly GPS/INS Integration", Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, vol. 13, no. 8, 817-823, 2007.

[17] Oh Shin Kwon, "Parameter Estimation of Recurrent Neural Networks Using A Unscented Kalman Filter Training Algorithm and Its Applications to Nonlinear Channel Equalization", Journal of Korean Institute of Intelligent Systems, vol. 15, no. 5, 552-559, 2005.

[18] K. T. Chong, J. H. Park, A. G. Parlos, "Control-Relevant Discretization of Nonlinear Systems With Time-Delay Using Taylor-Lie Series," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.127, 153-159, 2005.

[19] Andrew K. Stimać, "Standup and Stabilization of the Inverted Pendulum," MIT, master thesis, 1999.

**승 지 훈(Ji Hoon Seung)**

**[준회원]**



- 2010년 2월 : 전북대학교 전자공학과 (공학사)
- 2010년 3월 ~ 현재 : 전북대학교 대학원 전자정보공학부 석사과정

<관심분야>

Parameter Estimation, Navigation, Filtering,

**정 길 도(Kil To Chong)**

**[정회원]**



- 1984년 7월 : Oregon State University 기계공학 (공학사)
- 1986년 7월 : Georgia Institute of Technology 기계공학 (공학석사)
- 1992년 7월 : Texas A&M University 기계공학 (공학박사)
- 1992년 8월 ~ 현재 : 전북대학교 전자정보공학부 교수

<관심분야>

시스템 모델링, Marine Navigation, Time-Delay, Robotics, 인공지능