

## 하중전이법의 간편 적용

이승현<sup>1</sup>, 이수형<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>선문대학교 토목공학과, <sup>2</sup>한국철도기술연구원 신교통연구본부

## Simplified Application of Load Transfer Method

Seung-Hyun Lee<sup>1</sup> and Su-Hyung Lee<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Dept. of Civil Engineering, Sunmoon University

<sup>2</sup>Korea Railroad Research Institute, New Transportation Research Div.

**요 약** 압축하중을 받는 말뚝의 하중-침하관계를 구하기 위한 하중전이법에서는 말뚝을 유한개의 요소로 분할하고 각각의 요소들에 대하여 말뚝주면변위와 주면 전이하중 그리고 말뚝선단변위와 선단저항력 사이의 적합조건으로부터 말뚝 요소의 단면력과 변위를 계산하게 된다. 통상적인 하중전이법에 의한 경우 모든 말뚝요소들에 대하여 하중-변위 사이의 적합조건을 만족하도록 반복계산을 수행해야 하므로 계산량이 과다한 단점이 있다. 본 연구에서는 압축하중을 받는 말뚝에 대한 미분방정식을 유한차분식으로 정식화하여 말뚝 바닥요소를 제외한 요소에 대해서는 반복계산 없이 직접 말뚝 단면력과 변위량을 계산할 수 있는 간편 계산법을 도입하였다. 간편 계산법에 의한 계산결과를 기존의 해석자료와 비교하여 보았는데 하중-침하관계와 말뚝 단면력 분포가 일치함을 알 수 있었다.

**Abstract** Finite number of pile elements are considered in load transfer method. And section force and movement of each pile element are computed by considering compatibilities between pile displacement and the load transfer along a pile and between displacement and resistance at the tip of the pile. For the conventional load transfer method, large amount of computations due to iterations are needed. Formulation of finite difference equation from the differential equation which depicts pile behavior under axial loading was accomplished in order to simplify the computation for obtaining pile section forces and displacements. By comparing the results between the simplified computation method and the reported data, there was no difference between the two results.

**Key words** : Load transfer method, Iterations, Formulation of finite difference equation, Simplified computation method

### 1. 서론

축방향 하중을 받는 말뚝의 하중-침하곡선을 얻기 위해 주로 두 가지 해석적 방법이 사용된다. 하나의 방법은 탄성론에 의한 것으로 Mindlin[4]의 탄성해에 근거한다. Mindlin의 탄성해는 반무한 등방 탄성지반내의 한 점에 가해진 하중에 의해 다른 점에서의 응력과 변형을 구하는 해법이다. 이 방법을 적용한 말뚝의 변위는 말뚝주면

과 말뚝선단에서의 하중전이를 중첩하여 구하게 된다. 탄성해법의 단점은 복잡다단한 실제지반을 단 두 개의 탄성정수 즉 탄성계수와 포아송비로 모사함으로써 너무 단순화시킨 것이다. 말뚝의 하중-침하량곡선을 얻는 다른 한가지 방법은 통상 t-z method로 알려진 하중전이법(load transfer method)이다. 하중전이법은 말뚝주면에서의 변위와 하중전이 사이의 적합조건과 말뚝선단에서의 변위와 저항력 사이의 적합조건을 유한차분법을 적용하

\*Corresponding Author : Su-Hyung Lee

Tel: +82-10-2985-3602 email: geonlee@krii.re.kr

접수일 12년 02월 02일

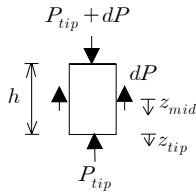
수정일 12년 04월 05일

게재확정일 12년 05월 10일

여 구현하는 방법이다. 이 방법은 Seed and Reese[5]에 의해 처음 사용된 이래 많은 연구자들에 의해 연구되었다[1-3]. t-z 방법에서는 Winkler 개념을 적용하고 있는데 특정 말뚝주면과 말뚝선단에서의 하중전이는 다른 곳에서의 말뚝변위와 무관하다는 가정이다. 이러한 가정에도 불구하고 t-z 방법에서는 변위와 전단력 사이의 비선형성을 갖는 복잡한 지층에서도 적용할 수 있으므로 여전히 실용적이고 강력한 방법이라 할 수 있다. 본 연구에서는 하중전이법을 적용함에 있어 기존에 알려져 있는 계산과정을 단순화할 수 있는 간편 계산법을 제안하고 이를 해석결과가 알려진 자료와 비교해 봄으로써 간편 계산법의 신뢰성을 검증하였다.

## 2. 하중전이법 개요

t-z 곡선과 q-z 곡선을 이용하는 하중전이법에서는 축력을 받는 말뚝을 지층의 조건 등에 따라 유한개의 요소로 나누어 해석을 수행하게 되는데 그림 1은 요소길이  $h$  인 말뚝 바닥요소에 작용하는 힘과 변위를 나타낸 것이다.



[그림 1] 말뚝 바닥요소에 작용하는 힘  
[Fig. 1] Forces on bottom element

하중전이법에서는 통상 선단변위( $z_{tip}$ )를 먼저 부여하여 q-z 곡선으로부터 선단저항력( $P_{tip}$ )을 구하고 바닥요소의 중앙에서의 말뚝변위( $z_{mid}$ )를 선단변위와 같다고 가정한다. 가정한  $z_{mid}$ 를 t-z 곡선에 적용하여 말뚝 바닥요소의 주면을 따르는 하중전이량( $dP$ )를 계산하고 그로부터 바닥요소의 상단부 단면력( $P_{tip} + dP$ )을 계산하게 된다. 상단부 단면력과 선단저항력을 평균하여 바닥 중앙 단면력을 계산하고 다시 바닥 중앙 단면력과 선단저항력을 평균한 평균단면력을 이용하여 탄성압축량을 구하고 선단변위량( $z_{tip}$ )을 더하여 새로운 바닥요소 중앙에서의 말뚝변위량을 계산하게 된다. 이렇게 구한 바닥요소 중앙에서의 말뚝변위량이 이전 단계에서 가정한 값과의 허용 오차범위내에 들 때까지 계산이 수행되게 된다. 말뚝 바닥요소의 중앙에 대한 말뚝변위량이 결정되면 말뚝 상단

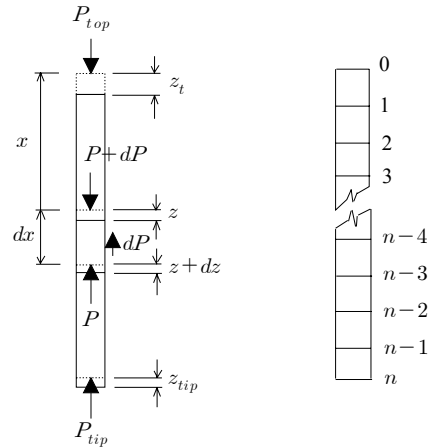
부 단면력과 선단저항력으로부터 말뚝바닥요소의 탄성압축량을 계산하게 되고 선단변위량을 더하여 바닥요소 상단부에서의 말뚝변위량을 결정하게 된다.

이상의 과정은 말뚝 바닥요소를 포함한 모든 말뚝요소에 대하여 동일하게 적용되는데 적용과정에 있어 많은 계산량이 필요함을 알 수 있다. 하중-침하곡선을 얻기 위해서는 다수의 선단변위량을 부여해야 하므로 계산량은 그만큼 더 많아진다.

본 논문에서는 말뚝 바닥요소를 제외한 나머지 요소들에 대하여 반복계산 없이 말뚝변위 및 단면력을 구하기 위해 압축하중을 받는 말뚝에 대한 미분방정식으로부터 차분식을 유도하여 간편계산을 통해 말뚝요소 각각에 대응하는 단면력과 변위량을 구하는 방법을 제시하고자 하였다.

## 3. 압축거동의 유한차분화

축하중을 받는 말뚝의 역학계(mechanical system)와 이산계(discretization system)는 그림 2와 같다.



(a) Mechanical system (b) Discretized system

[그림 2] 축방향하중을 받는 말뚝계  
[Fig. 2] Pile system under axial loading

그림 2a 에서  $z$ 는 말뚝의 연직변위량을 의미한다. 그림 2a 에서 단면력  $P$ 에 의해 미소요소길이  $dx$ 에 발생하는 변형률은 식 (1)과 같다( $dP$ 는 무시).

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{P}{EA} \tag{1}$$

식 (1)에서  $E$ 는 말뚝의 탄성계수를 나타내고  $A$ 는 말뚝 단면적을 나타낸다.

미소요소길이  $dx$ 를 따르는 하중전이는 식 (2)와 같이 표현된다.

$$dP = -\mu z l dx \quad (2)$$

식 (2)에서  $\mu$ 는 하중전이곡선의 기울기를 의미하고  $l$ 은 말뚝주면길이를 의미한다. 식 (1)과 식 (2)를 통해 식 (3)을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dx}(EA \frac{dz}{dx}) = \mu z l \quad (3)$$

말뚝선단 저항력은 말뚝선단변위-저항력곡선의 할선 계수(secant modulus),  $\nu$ 와 말뚝선단변위( $z_{tip}$ )의 곱으로 식 (4)와 같이 표현된다.

$$P_{tip} = \nu z_{tip} \quad (4)$$

식 (3)에 나타난 미분방정식의 해가 바로 축하중을 받는 말뚝의 해가 되는데 식 (3)을 차분형태로 나타내면 식 (5)와 같게 된다.

$$a_i z_{i+1} + b_i z_i + c_i z_{i-1} = 0 \quad (5)$$

$$a_i = \frac{(EA)_{i+1}}{4} + (EA)_i - \frac{(EA)_{i-1}}{4}$$

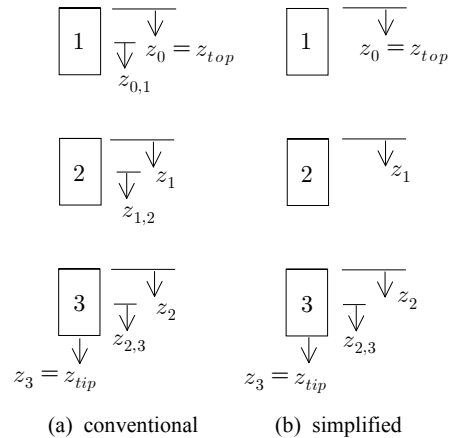
$$b_i = -\mu_i l h^2 - 2(EA)_i$$

$$c_i = \frac{(EA)_{i+1}}{4} + (EA)_i + \frac{(EA)_{i-1}}{4}$$

말뚝 압축강성이 말뚝길이에 따라 일정한 경우 식 (5)는 식 (6)과 같다.

$$EA z_{i+1} - (\mu_i l h^2 + 2EA) z_i + EA z_{i-1} = 0 \quad (6)$$

식 (5) 또는 식 (6)은 절점  $i+1$ 에서의 말뚝변위량과 절점  $i$ 에서의 말뚝변위량 및  $\mu$ 를 알 경우 절점  $i-1$ 에서의 말뚝변위량을 구할 수 있음을 의미한다. 이상에서 나타난 유도결과를 기존의 방법과 비교하여 나타내면 그림 3과 같다.



【그림 3】 통상적인 방법과의 비교

【Fig. 3】 Comparison with conventional method

그림 3에서 예를 들어  $z_{2,3}$ 은 절점 2와 3 사이의 가운데 부분에서의 말뚝변위량을 의미하는데 기존의 방법을 사용할 경우 각각의 말뚝요소에 대하여 요소 중앙에서의 말뚝변위량을 가정하고 시행착오 과정을 거쳐 절점에서의 변위량을 결정해야 하지만 간편법에 의한 경우 말뚝 최하단 요소에 대해서만 시행착오법을 적용하고 나머지 요소들에 대한 절점변위는 식 (5) 또는 식 (6)을 이용하여 결정할 수 있다. 이상에서 나타난 하중전이법을 이용한 해석과정을 코딩하여 해석 프로그램을 만들었으며 기존의 해석결과와 비교하여 계산법의 정확성을 검증하고자 하였다.

### 4. 간편 계산법의 검증

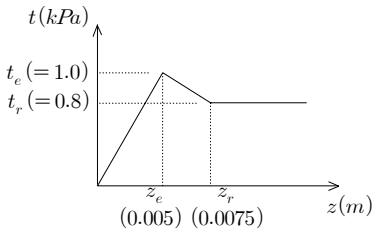
간편 계산법의 검증을 위해 해석내용 및 결과가 알려진 기존의 해석자료[6]와 비교하여 보았다. 표 1에는 기존자료에 의한 말뚝특성과 말뚝머리와 선단에서의 하중-침하자료가 나타나 있다.

【표 1】 말뚝특성 및 하중-침하량

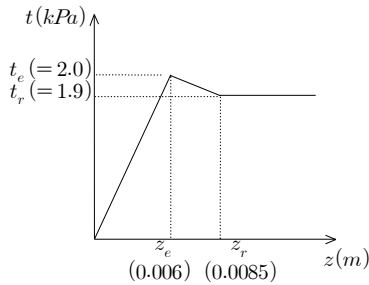
【Table 1】 Pile properties and load-displacement

Steel pile : Length=40m, Diameter=1.0m			
$A_{steel} = 0.1m^2, E_{steel} = 200000MPa$			
Top load (kN)	Top movement(m)	Tip load (kN)	Tip movement(m)
40.05	0.001049	6	0.001
80.10	0.002097	12	0.002
120.2	0.003146	18	0.003
160.2	0.004194	24	0.004
218.7	0.008290	48	0.008
259.6	0.015370	90	0.015
349.6	0.030550	180	0.030

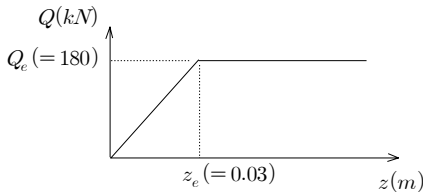
그림 4는 해석에 사용된 하중전이곡선을 나타내고 있는데 그림 4a 와 그림 4b 는 각각 말뚝머리와 말뚝선단위 치에서의 t-z 곡선을 나타내고 그림 4c는 선단저항력과 선단변위 관계를 나타내는 Q-z 곡선을 나타낸다.



(a) t-z curve for top of pile



(b) t-z curve for bottom of pile



(c) load-movement curve for end bearing

[그림 4] 하중전이곡선

[Fig. 4] Load transfer curves

표 1과 그림 4에 나타낸 자료에 근거하여 간편 계산법의 적용과정을 단계별로 나타내면 다음과 같다.

- 1) 말뚝을 10m 길이( $h = 10m$ )인 4개의 요소로 분할 ( $0 \leq i \leq 4$ )
- 2) 선단침하량( $z_4$ )을 부여하고 말뚝 바닥요소에 대하여 반복계산을 하여 바닥요소 상단( $i = 3$ )에서의 단면력( $P_3$ )과 변위량( $z_3$ ) 계산
- 3)  $z_3$ 으로부터 말뚝머리와 선단에서의 t-z 곡선으로부터

터 선형보간(interpolation)을 통해  $\mu_3$ 를 결정

- 4) 식 (6)을 참조하여 다음 식으로  $z_2$ 를 결정

$$z_2 = \frac{(\mu_3 h^2 + 2EA)z_3 - EAz_4}{EA}$$

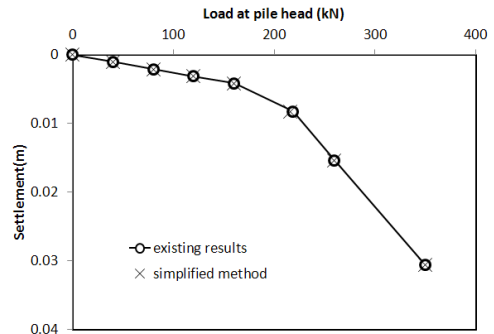
- 5) 말뚝요소의 탄성압축량, ( $z_2 - z_3$ )로부터 다음 식으로 단면력,  $P_2$ 를 계산

$$P_2 = \frac{2EA}{h}(z_2 - z_3) - P_3$$

- 6) 절점 1 및 0에 대해서도 3)~5)의 과정을 적용하여 단면력과 변위량을 계산

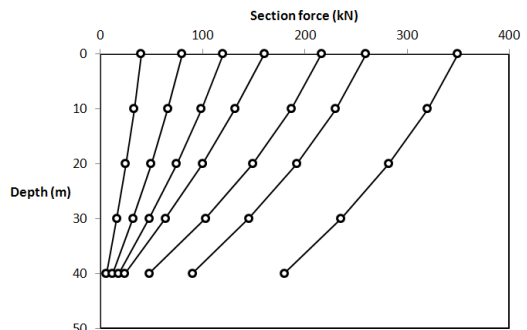
- 7) 새로운 선단침하량에 대하여 2)~6)의 과정을 적용하여 하중-침하관계 획득

이상에서 나타낸 간편계산법을 적용하여 구한 말뚝머리하중-침하곡선을 기존의 말뚝머리하중-침하곡선과 비교하여 나타내면 그림 5와 같고 간편계산법을 통해 구한 깊이에 따른 단면력분포는 그림 6에 나타나 있다.



[그림 5] 말뚝머리하중-침하곡선

[Fig. 5] Pile head force-settlement curve



[그림 6] 말뚝단면력 분포

[Fig. 6] Distribution of section forces

그림 5를 통해 알 수 있듯이 간편계산법을 통해 구한 하중-침하량곡선은 기존의 해석결과와 일치함을 알 수 있다. 또한 그림 6에 나타난 말뚝단면력분포 또한 기존의 해석결과와 같이 나타내지는 않았지만 기존 해석결과와 일치함을 알 수 있었다. 따라서 축방향 하중을 받는 말뚝에 대해 하중전이법을 적용함에 있어 말뚝분할요소 개개에 대하여 반복법을 적용하지 않고도 간편계산법을 써서 동등한 계산결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 축방향 하중을 받는 말뚝의 거동해석을 위한 하중전이법을 적용함에 있어 간편계산법을 통해 말뚝바닥요소를 제외한 말뚝요소들에 대해 축방향변위량과 단면력을 간단히 계산할 수 있음을 보이고자 하였다. 이를 위해 기존 문헌에 나타나 있는 해석결과와 간편계산법에 의한 결과를 비교하여 보았는데 두 가지 해석결과가 일치함을 알 수 있었다. 기존의 하중전이법에 의한 경우 개개의 말뚝요소에 대하여 반복계산과정을 적용함으로써 계산량이 많아지는 단점이 있으나 간편 계산법을 통한 경우 말뚝 바닥요소에 대해서만 반복계산을 수행하고 나머지 요소들에 대해서는 바닥요소에 대해 구한 단면력과 변위로부터 순차적으로 직접 나머지 말뚝요소들에 대한 단면력과 변위를 계산함으로써 계산과정을 대폭 감소시킬 수 있음을 알 수 있었다.

### References

[1] Coyle, H. M. and Reese, L. C. "Load transfer for axially loaded piles in clay," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Divison*, ASCE, Vol. 92, SM2, Paper No. 4702, March, pp. 1-26, 1966.

[2] Coyle, H. M. and Sulaiman, I. H., "Skin friction for steel piles in sand," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Divison*, ASCE, Vol. 93, SM6, Paper No. 5590, November, pp. 261-278, 1967.

[3] Kraft, L. M., Jr., Ray, R. P., and Kawaga, T., "Theoretical t-z curves," *Proceedings, ASCE*, Vol. 107, No. GT11, November, pp. 1543-1561, 1981.

[4] Mindlin, R. D., "Force at a point in the interior of a semi-infinite soild," *Physics*, Vol. 7, No. 5, May, pp. 195-202, 1936.

[5] Seed, H. B. and Reese, L. C. "The action of soft clay along friction piles," *Transactions*, ASCE, Vol. 122,

Paper No 2882, pp. 731-754, 1957.

[6] Reese, L. C., Isenhower, W. M., and Wang, S. T., *Shallow and deep foundations*, John Wiley & Sons Inc., pp. 430-435, 2006.

#### 이 승 현(Seung-Hyun Lee)

[정회원]

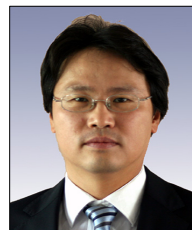


- 1988년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2000년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 교수

<관심분야>  
토질역학, 기초공학

#### 이 수 형(Su-Hyung Lee)

[정회원]



- 1994년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1996년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 2002년 2월 : 서울대학교 지구환경시스템공학부(공학박사)
- 2003년 12월 ~ 현재 : 한국철도기술연구원 선임연구원

<관심분야>  
지반공학, 철도공학