

## 콘크리트댐 하부에서의 침투특성

이승현<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>선문대학교 토목공학과

## Seepage Characteristics under Concrete Dam

Seung-Hyun Lee<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Dept. of Civil Engineering, Sunmoon University

**요 약** 콘크리트댐 하부지반에서의 침투시 유선망 특성을 파악하고자 다양한 흐름조건에 대하여 유한차분식을 정식화하고 해석에 적용하였다. 댐하부에 차수벽이 없는 경우 불균질 지반에서의 등수두선에 있어서는 투수계수가 상대적으로 큰 영역에서 등수두선의 경사가 크게 된다. 댐하부지반의 좌측에서 우측으로의 침투에 있어 차수벽을 댐의 중앙 하부와 좌측 끝단 하부에 설치하는 경우에 대하여 침투해석을 실시하였다. 해석결과를 통해 볼 때 하류측 차수벽면을 따르는 흐름에 있어 차수벽을 좌측에 설치한 경우의 유속이 차수벽을 중앙에 설치한 경우의 유속에 비하여 감소함을 알 수 있고 차수벽 우측지반내의 흐름에 있어서는 차수벽을 좌측에 설치한 경우의 유선이 상대적으로 수평선에 가깝다.

**Abstract** Formulation of finite difference method for analyzing seepage under concrete dam was carried out in order to find out characteristics of flow net. For the situation without curtain, slope of equipotential line of nonhomogeneous soil is greater in the region which has higher value of coefficient of permeability. By comparing analysis results between the situations with locating curtain at the center portion and left end, velocity of flow along with the face of the right hand side of the curtain for the situation with left end curtain is lower than that for the situation with center curtain. Considering flow in the region of the right of the curtain, streamline for the situation with left curtain gets horizontal relatively.

**Key Words** : Finite difference method, seepage under concrete dam, curtain, equipotential line

### 1. 서론

지반에 있어 라플라스 방정식을 만족하는 2차원 침투 문제의 궁극적 목적은 유선과 등수두선으로 구성되는 유선망(flow net)을 얻는 것이라 볼 수 있다. 통상 유선망의 작도는 주어진 침투문제에 대하여 부여되는 경계조건으로부터 유선망의 성질을 이용하여 시행착오법(trial and error)[3]의 과정을 거쳐 진행되게 된다. 이 경우 상호 의존적인 두 개의 값을 가정하면서 작도를 수행해야 하므로 숙련자가 아니면 작도에 어려움을 겪을 수 밖에 없다. 따라서 주어진 침투문제에 있어서 유선과 등수두선 중

하나를 미리 예측할 수 있다면 유선망의 작도는 한결 수월해 질 것이다. 본 연구에서는 콘크리트댐 하부에서의 침투문제를 가정하고 침투해석의 수단으로 유한차분법을 적용하여 다양한 침투조건에 따른 침투특성을 해석을 통해 구한 등수두선의 형상을 통해 살펴보고자 하였다.

### 2. 유한차분화

지반에서의 2차원 침투문제는 일반적으로 식 (1)과 같은 라플라스 방정식으로 표현된다.

\*Corresponding Author : Seung-Hyun Lee

Tel: +82-10-7278-1080 email: shlee02@sunmoon.ac.kr

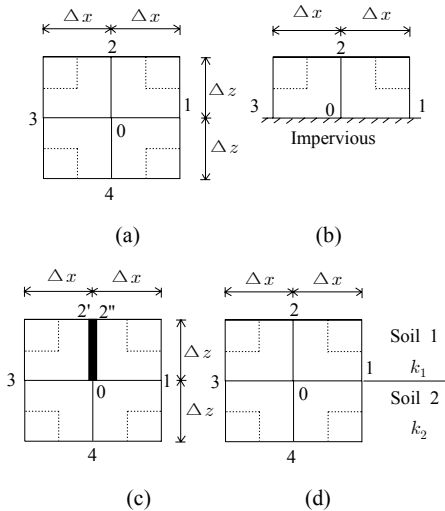
접수일 12년 03월 02일

수정일 12년 04월 02일

게재확정일 12년 06월 07일

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

식 (1)의 해를 구하기 위해 해석적 방법과 수치해석법을 고려할 수 있는데 다양한 경계조건에 대한 해를 구하기 위해서는 수치해석법이 유일한 방법이라 볼 수 있다. 유한차분법에 의해 식 (1)의 해를 구하기 위한 차분정식화(formulation of difference)에 있어서는 식 (1)에 나타낸 수두를 Taylor 전개[4]하여 구하는 방법도 있지만 비교적 적용이 간단한 방법은 Darcy의 법칙과 연속조건(continuity condition)을 이용하는 방법이라 할 수 있다. 유한차분 정식화를 위해 고려하는 다양한 흐름조건은 그림 1에서와 같다.



[그림 1] 다양한 흐름조건  
[Fig. 1] Various flow conditions

그림 1(a)는 균질지반에서의 흐름조건을 나타내는데 Darcy의 법칙에 의해 점 1에서 점 0으로의 유량은 식 (2)와 같게 된다.

$$q_{1-0} = k \frac{h_1 - h_0}{\Delta x} \Delta z \quad (2)$$

같은 방법으로 식 (3), (4) 그리고 (5)가 성립된다.

$$q_{0-3} = k \frac{h_0 - h_3}{\Delta x} \Delta z \quad (3)$$

$$q_{2-0} = k \frac{h_2 - h_0}{\Delta z} \Delta x \quad (4)$$

$$q_{0-4} = k \frac{h_0 - h_4}{\Delta z} \Delta x \quad (5)$$

따라서 연속조건에 의해 식 (6)이 성립된다.

$$q_{1-0} + q_{2-0} - (q_{0-3} + q_{0-4}) = 0 \quad (6)$$

식 (2),(3),(4) 그리고 (5)를 식 (6)에 대입하고  $\Delta x = \Delta z$ 이라 하면 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - 4h_0 = 0 \quad (7)$$

그림 1(b)는 불투수 경계면에서의 흐름을 나타내고 있는데 식 (7)의 유도와 같은 방법을 적용하면 식 (8)을 얻을 수 있다.

$$h_1 + 2h_2 + h_3 - 4h_0 = 0 \quad (8)$$

그림 1(c)에 나타낸 바와 같이 점 0이 널말뚝 끝단에 위치하는 경우의 연속조건은 식 (9)와 같다.

$$q_{1-0} + q_{4-0} - q_{0-3} - q_{0-2'} - q_{0-2''} = 0 \quad (9)$$

따라서 식 (9)로부터 식 (10)을 유도할 수 있다.

$$h_1 + \frac{1}{2}(h_{2'} + h_{2''}) + h_3 + h_4 - 4h_0 = 0 \quad (10)$$

그림 1(d)는 두 개의 불균질층으로 구성된 지반의 경계면에서의 흐름을 나타내고 있는데 흐름영역은 Soil 1과 Soil 2에 의해 2등분되고 있으므로  $x$ 방향으로의 등가 투수계수,  $k_x$ 를 식 (11)과 같이 정의할 수 있다.

$$k_x = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \quad (11)$$

그림 1(d)에 있어서 연직방향 투수계수로  $k_1$ 만을 사용하기 위해 Soil 2를 Soil 1로 대체하면 점 4에서의 수두는  $h_4$ 와는 다른 값  $h_{4'}$ 을 갖게 되는데  $h_{4'}$ 은 다음의 식 (12)를 만족시키는 값이 되어야 한다.

$$k_1 \frac{h_{4'} - h_0}{\Delta z} \Delta x = k_2 \frac{h_4 - h_0}{\Delta z} \Delta x \quad (12)$$

따라서  $h_4'$ 은 식 (13)과 같다.

$$h_4' = \frac{k_2}{k_1}(h_4 - h_0) + h_0 \quad (13)$$

이상의 관계를 식 (1)에 적용하면 식 (14)와 같다.

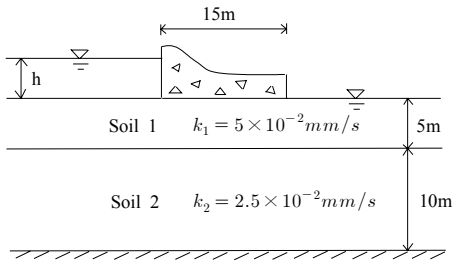
$$\frac{k_1 + k_2}{2} \frac{h_1 + h_3 - 2h_0}{(\Delta x)^2} + k_1 \frac{h_2 + h_4' - 2h_0}{(\Delta z)^2} = 0 \quad (14)$$

식 (13)을 식 (14)에 대입하고  $\Delta x = \Delta z$ 로 놓아 정리하면 식 (15)를 얻을 수 있다.

$$h_1 + \frac{2k_1}{k_1 + k_2}h_2 + h_3 + \frac{2k_2}{k_1 + k_2}h_4 - 4h_0 = 0 \quad (15)$$

### 3. 댐하부에서의 침투해석

이상에서 유도된 2차원 흐름장에 대한 차분해를 통하여 댐하부로의 침투해석을 수행하고자 그림 2와 같은 콘크리트댐과 하부지반조건을 고려하였다.



[그림 2] 해석대상  
[Fig. 2] Dam for analysis

해석시 불균질층의 투수계수에 따른 등수두선의 형상을 고찰하고자 그림 2에 나타낸 투수계수조건( $k_1 = 2k_2$ )과 더불어  $k_2 = 2k_1$ 인 조건에 대해서도 해석하였다. 그리고 길이 10m의 차수벽(curtain)을 댐의 중앙하부에 설치하는 경우와 댐의 좌측 끝단 하부에 설치하는 경우에 대한 해석을 하였다.

그림 2의 조건에 있어서 댐하부 지반에서의 침투는 댐 중앙을 통과하는 연직선에 대해 대칭이므로 해석시 좌측 반만 고려하면 되는데 해석시  $\Delta x = \Delta z = 1.25m$ 로 놓고 유한차분법을 적용하였다. 해석절차를 단계별로 나타내면 다음과 같다.

**단계 1)** 댐의 좌측끝단으로부터 좌측으로의 해석영역을 결정하는데 그 길이는 27.5m 이다.

**단계 2)** 경계조건을 고려하여 대략적으로 유선망을 작도한다.

**단계 3)** 유선망에 근거하여 다양한 격자점들에 대하여 그림 3과 같이 수두값을 가정하여 부여한다. 격자내의 수두값은 격자의 오른쪽 아래 점에 대응하는 값을 의미한다. 그림 3에는 가정한 수두값이 백분율로 나타나 있으며 댐 저부쪽의 반에 해당하는 영역이 음영으로 표시되어 있다.

**단계 4)** 초기 경계조건에 의해 수두가 변하지 않는 격자점들을 제외한 모든 격자점들에 대하여 그림 1을 통해 유도된 식들(식 (7),(8),(10),(15))을 흐름조건에 맞게 적용한다. 이때의 격자점,  $h_{(i,j)}$ 에 대한 계산결과는 처음에 가정한 수두에 대한 해가 될 수 없으므로 0이 될 수 없으며 잔차(residual),  $R$ 을 갖게 된다. 따라서 계산된  $R$ 을  $h_{(i,j)}$ 에 재분배시켜 차분식이 0이 되도록 한다. 예를 들어 식 (8)을 적용하여 계산된 잔차가  $R$ 인 경우  $h_0$ 의 계수가 4임을 고려하여  $h_0$ 에  $R/4$ 를 더한 값을 수정  $h_0$ 값으로 한다. 이상과 같이 모든 격자점들에 대하여 수정된 수두값을 계산한다. 그림 4는 1차 수정후의 수두를 보여주고 있다.

$\begin{matrix} j \\ i \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	84	68	61	57	54	50	
2	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	98	98	97	97	97	96	95	94	94	94	90	90	78	67	61	57	54	50
3	99	99	99	99	99	99	99	99	99	98	98	97	97	96	96	95	94	93	92	89	86	83	80	73	67	62	58	54	50
4	99	99	98	98	98	98	97	97	97	97	96	96	96	94	94	92	90	89	86	83	80	77	72	66	62	58	54	50	
5	99	99	98	98	97	97	96	96	95	95	94	94	93	93	92	90	88	86	83	81	77	74	70	60	62	58	54	50	
6	99	98	98	97	96	96	95	95	94	94	93	93	90	90	90	87	85	83	80	80	75	72	68	65	61	57	53	50	
7	99	98	97	97	96	96	95	95	94	94	93	92	89	89	86	84	82	80	78	74	73	70	66	64	60	57	53	50	
8	97	97	96	96	95	95	94	94	92	92	92	90	88	87	84	83	81	79	77	74	72	69	66	64	60	57	53	50	
9	96	95	94	94	93	93	92	92	91	91	89	88	86	84	83	81	80	77	75	73	70	68	66	64	60	57	53	50	
10	95	94	93	93	92	92	91	91	90	90	88	87	85	83	82	80	79	76	74	73	70	68	66	64	60	57	53	50	
11	95	94	93	93	92	92	91	91	90	90	88	86	85	83	82	80	78	76	74	73	70	68	66	64	60	57	53	50	
12	94	93	92	92	91	91	90	89	89	88	86	84	82	81	80	78	76	74	72	70	68	66	64	60	57	53	50		
13	94	93	92	92	91	91	90	89	89	88	86	84	82	80	79	78	76	74	72	70	68	66	64	60	57	53	50		

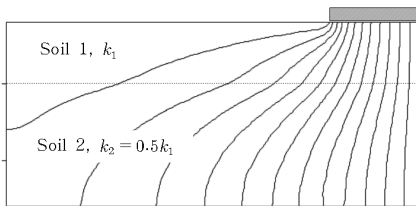
[그림 3] 반복계산을 위한 초기 가정  
[Fig. 3] Initial assumption for iteration

$i \setminus j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	81	69.8	61.8	57.3	53.8	50
2	99	99.3	99.3	99.3	99.3	99.3	99.3	99.3	99.3	98.8	98.5	98.0	97.8	97.5	97.0	96.5	95.8	95.3	94.3	92.5	91.8	87.0	78.5	68.5	61.8	57.5	53.8	50
3	99	99.0	98.8	98.8	98.8	98.8	98.5	98.3	98.3	97.8	97.3	96.8	96.5	95.5	95.3	94.0	92.8	91.3	89.5	87.3	84.0	80.8	74.3	67.0	62.0	57.8	54.0	50
4	99	98.8	98.5	98.3	98.0	97.8	97.5	97.3	96.8	96.5	96.0	95.8	94.8	94.8	93.3	92.0	90.5	88.5	86.0	83.3	80.0	76.5	71.5	65.3	62.0	58.0	54.0	50
5	99	98.6	98.3	97.6	97.4	96.9	96.4	95.9	95.8	95.3	94.8	94.3	93.8	92.6	92.1	90.2	88.2	86.3	83.8	81.0	77.9	74.4	68.8	65.8	60.3	57.8	53.8	50
6	99	98.5	97.5	97.3	96.5	96.0	95.5	95.0	94.5	94.0	93.5	92.3	91.3	90.5	88.8	87.3	85.0	82.8	81.0	70.0	75.5	71.8	68.3	63.3	61.0	57.3	53.5	50
7	99	97.8	97.3	96.5	96.0	95.5	95.0	94.5	93.8	93.3	92.8	91.3	89.8	88.0	86.8	84.5	82.5	80.5	70.3	76.3	65.3	70.0	67.0	63.8	60.5	56.8	53.3	50
8	97	96.5	96.0	95.5	95.0	94.5	94.0	93.3	92.8	92.3	91.0	90.0	88.0	86.3	84.8	82.5	81.0	78.8	76.5	66.5	71.5	69.0	66.3	63.5	60.3	56.8	53.3	50
9	96	95.3	94.5	94.0	93.5	93.0	92.5	92.0	91.3	90.5	89.8	88.0	86.3	84.8	82.8	81.5	79.5	77.5	75.3	73.0	70.8	68.3	66.0	63.5	60.3	56.8	53.3	50
10	95	94.3	93.5	93.0	92.5	92.0	91.5	91.0	90.5	89.8	88.5	86.8	85.3	83.5	82.0	80.5	78.5	76.5	74.5	72.5	70.3	68.0	66.0	63.5	60.3	56.8	53.3	50
11	95	93.8	93.0	92.5	92.0	91.5	91.0	90.5	90.0	89.3	88.0	86.5	84.5	83.0	81.5	80.0	78.3	76.0	74.3	72.3	70.3	68.0	66.0	63.5	60.3	56.8	53.3	50
12	94	93.3	92.5	92.0	91.5	91.0	90.5	90.0	89.5	89.0	87.3	86.0	84.3	82.5	81.0	79.5	78.0	76.0	74.0	72.3	70.0	68.0	66.0	63.5	60.3	56.8	53.3	50
13	94	93.0	92.3	91.8	91.3	90.8	90.3	89.8	89.3	88.3	87.8	85.5	84.0	82.0	80.8	79.5	77.8	76.0	74.0	72.0	70.0	68.0	66.0	63.5	60.3	56.8	53.3	50

[그림 4] 첫 번째 반복계산에 의한 수두  
[Fig. 4] Hydraulic head after first iteration

단계 5) 단계 4)에서 수정된 모든 격자점들에 대하여 동일한 계산과정을 반복하여 잔차의 절대값 중 최대값이 허용값 이내에 들 때까지 계산을 수행한다.

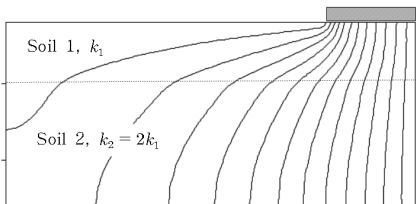
그림 2에 나타난 해석대상에 대하여 최종적으로 구한 등수두선은 그림 5와 같다.



[그림 5] 등수두선 ( $k_1 = 2k_2$ )  
[Fig. 5] Equipotential line ( $k_1 = 2k_2$ )

그림 4와 같은 최종계산결과를 그림 5와 같이 나타내기 위한 보간법(interpolation)으로는 크리깅 기법(kriging [1,2])을 적용하였다.

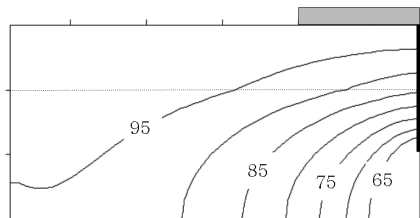
그림 6은 그림 2에서 하부층의 투수계수가 상부층에 비해 2배가 되는 경우에 대하여 해석을 통해 구한 등수두선을 보여주고 있다.



[그림 6] 등수두선 ( $k_1 = 0.5k_2$ )  
[Fig. 6] Equipotential line ( $k_1 = 0.5k_2$ )

그림 5와 그림 6을 비교해 볼 때 상하부층의 경계면에서의 등수두선의 형상에 있어 차이를 보이는데 두 개의

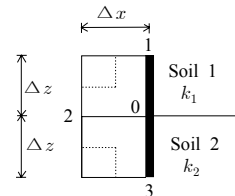
계산결과를 통해 볼 때 등수두선의 경사는 투수계수가 상대적으로 클 경우가 작은 경우에 비해 크게 됨을 알 수 있다. 그림 7은 댐 중앙 아래에 깊이 10m의 차수벽을 설치한 경우의 등수두선을 보여주고 있는데 차수벽을 중심으로 좌우대칭이다( $k_1 = 2k_2$ ).



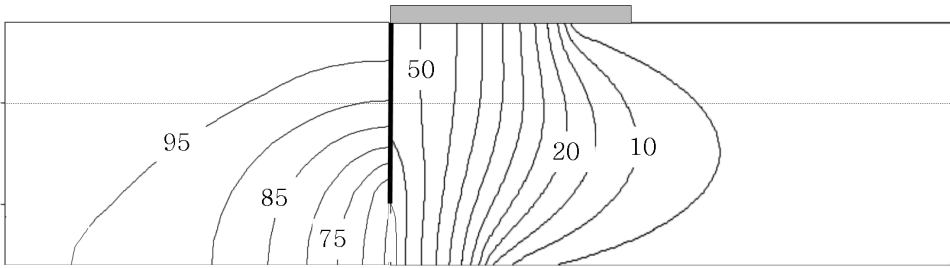
[그림 7] 중앙 차수벽 설치에 따른 등수두선  
[Fig. 7] Equipotential line due to central curtain

차수벽을 댐 중앙 하부에 설치하는 경우에 대한 침투 해석에 있어서는 차수벽과 2개의 지층 경계면으로 둘러싸인 격자에 대한 차분정식화가 추가적으로 필요하다. 그림 8은 차수벽과 2개의 지층 경계면으로 둘러싸인 경계조건에 대한 흐름조건을 나타내고 있다. 그림 8에 대하여 앞서 고려한 방법과 같은 방법을 통해 식 (16)을 얻을 수 있다.

$$\frac{k_1}{k_1 + k_2} h_1 + h_2 + \frac{k_2}{k_1 + k_2} h_3 - 2h_0 = 0 \quad (16)$$



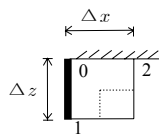
[그림 8] 복합 경계조건하에서의 흐름(차수벽, 불균질층)  
[Fig. 8] Flow under complex boundary condition (curtain, nonhomogeneous layers)



[그림 9] 좌측 차수벽 설치에 따른 등수두선  
 [Fig. 9] Equipotential line due to curtain at left

차수벽을 댐하부 중앙에 설치하는 경우에 대한 등수두선은 댐 중앙의 연직선에 대하여 좌우대칭이 되며 차수벽의 영향으로 차수벽이 없는 경우에 비해 등수두선의 형상이 변하게 되는데 이러한 사실은 그림 5와 그림 6을 그림 7과 비교함으로써 알 수 있다. 그림 9는 댐의 좌측 끝단 하부에 차수벽을 설치한 경우에 대하여 해석을 통해 구한 등수두선을 보여주고 있다( $k_1 = 2k_2$ ).

차수벽을 댐의 좌측 끝단 하부에 설치하는 경우에 있어서도 차수벽의 설치위치에 의해 등수두선의 형상은 차수벽을 댐의 정중앙 아래에 설치하는 경우에 비해 달라지게 된다. 그림 7과 그림 9의 비교를 통해 알 수 있는 바와 같이 차수벽을 댐의 좌측 하단 끝부분에 설치하는 경우에는 댐의 바닥면은 유선이 되며 이 경우 차수벽과 댐의 바닥면으로 둘러싸인 경계면에 대한 흐름조건을 그림 10과 같이 고려할 필요가 있다.



[그림 10] 복합 경계조건하에서의 흐름  
 (2개의 불투수경계면)  
 [Fig. 10] Flow under complex boundary condition  
 (boundaries for two impervious materials)

그림 10에 대해서도 앞서와 같은 방법을 이용하여 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$h_1 + h_2 - 2h_0 = 0 \quad (17)$$

그림 7과 그림 9에 나타난 등수두선을 비교해 볼 때 차수벽 좌측에서의 등수두선 형상에는 큰 차이가 없으나 차수벽 우측에서의 등수두선 형상에는 큰 차이가 있다.

특히 차수벽 우측면을 따르는 흐름을 고려해 보면 차수벽을 좌측에 설치한 경우의 등수두선의 간격이 중앙에 설치한 경우의 그것에 비하여 큼을 알 수 있다. 이로부터 차수벽을 좌측에 설치한 경우의 하류측 차수벽을 따르는 유속이 차수벽을 중앙에 설치한 경우의 그것에 비하여 작게 됨을 알 수 있다. 또한 차수벽 우측지반에서의 흐름에 있어서는 차수벽을 좌측에 설치한 경우의 유선이 상대적으로 수평선에 가까움을 알 수 있다. 이상의 해석결과를 종합적으로 고려해 볼 때 차수벽의 위치는 댐의 하부 좌측에 두는 것이 유리할 것으로 판단된다.

## 5. 결론

본 연구를 통해 유도된 결론은 다음과 같다.

- (1) 2차원 침투문제를 유한차분법을 이용하여 해석하고자 다양한 흐름조건에 대하여 차분식을 유도하고 콘크리트댐의 하부를 통하는 침투에 대한 해를 구해 보았다.
- (2) 불균질지반에서의 등수두선에 있어서는 투수계수가 상대적으로 큰 영역에서 등수두선의 경사가 크게 된다.
- (3) 차수벽의 설치로 인한 등수두선의 형상은 차수벽이 없는 경우에 비해 달라지게 되고 침투경로를 길게 하여 침투압을 감소시킬 수 있다.
- (4) 차수벽을 댐의 중앙에 설치하는 경우와 상류측 끝단 하부에 설치하는 경우의 등수두선을 비교해 볼 때 차수벽 좌측에서의 등수두선 형상에는 큰 차이가 없으나 차수벽 우측에서의 등수두선 형상에는 큰 차이가 있다. 특히 차수벽 우측면을 따르는 흐름을 고려해 보면 차수벽을 좌측에 설치한 경우의 등수두선의 간격이 중앙에 설치한 경우의 그것에

비하여 큼을 알 수 있다. 이로부터 차수벽을 좌측에 설치한 경우의 하류측 차수벽을 따르는 유속이 차수벽을 중앙에 설치한 경우의 그것에 비하여 작게 됨을 알 수 있다. 또한 차수벽 우측지반에서의 흐름에 있어서는 차수벽을 좌측에 설치한 경우의 유선이 상대적으로 수평선에 가까움을 알 수 있다.

## References

- [1] Abramowitz, M. and Stegun, I., Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, New York. 1972.
- [2] Chiles, J. P. and Delfiner, P., Geostatistics, Modeling Spatial uncertainty, Wiley Series in Probability and statistics, 1999.
- [3] Craig, R. F., Soil Mechanics, Van Nostrand Reinhold Co. Ltd., pp. 280-283, 1983.
- [4] Das, B. M., Advanced soil mechanics, McGraw Hill book company, 1983.

---

이 승 현(Seung-Hyun Lee)

[정회원]



- 1988년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2000년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 교수

<관심분야>

토질역학, 기초공학