

## 3차원 균열을 갖는 구조물에 대한 건전성 평가(I)

이준성<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>경기대학교 기계시스템공학과

## Integrity Evaluation for 3D Cracked Structures(I)

Joon-Seong Lee<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical System Engineering, Kyonggi University

**요 약** 3차원 유한요소법은 구조물에 존재하는 표면균열과 내재균열들의 응력확대계수를 구하는데 이용되어 진다. 기하모델, 즉 솔리드모델은 3차원 균열들을 포함하고 있다. 국부적인 절점밀도가 선택되어 지면 자동적으로 기하모델 영역에 중첩되어 지며 절점은 버블패킹 방법에 의해 생성되어지고 10절점 사면형 솔리드요소는 데라우니 삼각화 기술에 의해 생성하였다. 시스템의 정확도와 효율성을 체크하기 위해 인장하중을 받는 평판에 하나의 균열이 존재하는 경우의 응력확대계수를 구해 Raju-Newnam식과 비교하여 5%이내의 차이를 보였다. 또한, 인장하중을 받는 평판에 두 개 균열이 존재하는 경우의 해석을 통해 상호 간섭 효과를 분석하였다.

**Abstract** Three Dimensional finite element method (FEM) was used to obtain the stress intensity factor for subsurface cracks and surface cracks existing in inhomogeneous materials. A geometry model, i.e. a solid containing one or several 3D cracks is defined. Several distributions of local node density are chosen, and then automatically superposed on one another over the geometry model. Nodes are generated by the bubble packing, and ten-noded quadratic tetrahedral solid elements are generated by the Delaunay triangulation techniques. To examine accuracy and efficiency of the present system, the stress intensity factor for a semi-elliptical surface crack in a plate subjected to uniform tension is calculated, and compared with Raju-Newman's solutions. Then the system is applied to analyze interaction effects of two dissimilar semi-elliptical cracks in a plate subjected to uniform tension.

**Key Words** : Stress Intensity Factor, Finite Element Analysis, Surface Crack, Inhomogeneous Materials

### 1. 서론

결함이 존재하는 구조물에 대한 강도평가를 위해 3차원 균열해석이 필수불가결의 요건이 되었다. 이를 위해 유한요소법[1], 체적력[2], 반복교대입법[3] 등 여러 가지 해석수법이 개발되어 왔다. 이러한 수법가운데 효율성과 범용성의 관점에서 유한요소법이 가장 널리 이용되고 있는 실정이다[4]. 표면균열의 실제 공학문제로서의 중요성은 잘 인식되고 있으며 문제의 복잡성 때문에 파괴역학이라는 학문적인 관점에서의 발전을 지속적으로 연구하고 있는 형편이다[5]. 그러나 현실적으로 유한요소법을

이용하기 위해서는 몇 가지 어려운 점이 있다. 즉 3차원 균열의 유한요소 해석에서는 대규모 해석이 되기 쉽고, 응력특이장인 균열선단 근방에 특수한 요소분할이 요구되어지기 때문에 요소생성을 포함한 입력데이터의 작성에 많은 노력이 필요하게 된다. 특히, 균열이 1개 이상 존재하는 3차원 균열인 경우에는 요소분할에 대한 어려움 때문에 이에 대한 자동화가 절실히 요구되고 있다.

계산효율과 같은 정확도(accuracy)에 영향을 미치는 요소생성과정의 자동화는 3차원인 경우, 그리 쉽지 않으며 유한요소해석(finite element analysis)의 전 과정에서 가장 중요하다고 할 수 있다. 이러한 관점에서 많은 연구

본 연구는 2011학년도 경기대학교 학술연구비(일반연구과제) 지원에 의하여 수행되었음.

\*Corresponding Author : Joon-Seong Lee

Tel: +82-11-725-1140 email: jslee1@kyonggi.ac.kr

접수일 12년 05월 11일

수정일 (1차 12년 06월 25일, 2차 12년 08월 07일)

게재확정일 12년 08월 09일

자들에 의해 자동 요소생성 기법들이 개발되었다[6-8].

일반적으로 가장 많이 사용되는 기법은 Delaunay 삼각화(Delaunay Triangulation) 방법[5]으로 2차원에서는 삼각형, 3차원에서는 사면체 요소를 생성하는데, 3차원 복잡형상에서도 요소생성에 특별한 어려움이 없는 것으로 알려지고 있다. 따라서 절점발생에 대한 방법론[4]을 바탕으로 Delaunay 삼각화법을 이용한 요소생성기법을 발전시킬 필요가 있다.

본 연구에서는 균열이 존재하는 구조물에 대한 자동화된 유한요소해석 시스템을 구축하였다. 또한, 두 개의 표면균열이 존재하는 평판에 대해 해석을 수행하여 두 균열간의 상호간섭효과를 분석하였다.

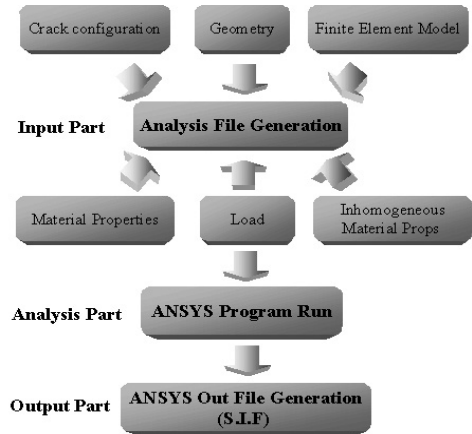
## 2. 해석 시스템

표면균열이 존재하는 3차원 유한요소망을 구성하려면 많은 시간과 노력을 필요로 한다[6]. 본 연구에서는 3차원 균열에 대하여 FE 해석을 위한 자동요소분할 시스템을 개발하였다. 본 모듈은 균열의 형상, 재료물성치, 경계조건, 절점 및 요소의 구성에 필요한 사용자 입력부와 범용 해석코드인 ANSYS[9]를 이용한 해석부, 그리고 응력확대계수 값을 구해 나타내 주는 출력부로 구성되어 있다.

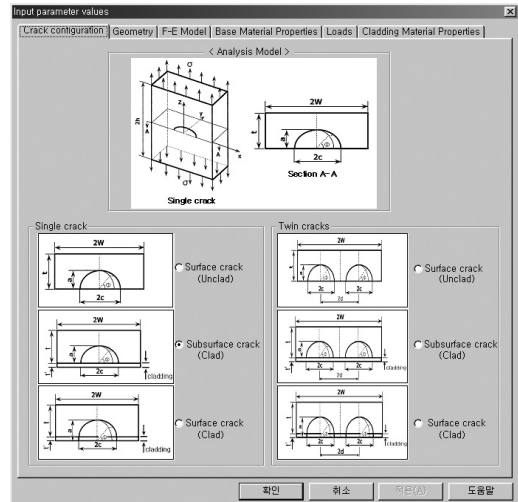
그림 1은 시스템의 전체적인 구성을 나타낸 것이다. 입력부의 하나의 예로서 그림 2와 같이 평판에 하나의 균열이 존재하는 경우, 두 개의 균열이 존재하는 경우, 클래드 재료에 균열이 존재하는 경우에 대한 설정이 가능하도록 하였다.

### 2.1 절점밀도 분포

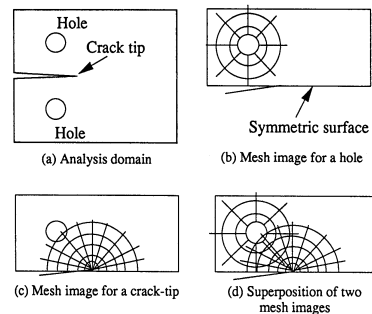
일반적으로 요소를 생성하기 위해 우선적으로 절점을 발생시킨다. 이 때, 복잡한 형상에 대해서는 요소 사이스를 제대로 조절하기란 쉽지 않다. 본 시스템에서는 전체영역을 둘러싼 절점밀도 분포를 구성시킬 수 있으며, 응력집중이 예상되는 부위에는 국부적인 절점패턴을 부여할 수 있다. 해석을 수행하고자 하는 엔지니어는 해석 목적에 따라 절점패턴을 선택할 수 있다. 이에 대한 예를 그림 3에 나타내었다. 그림에서와 같이 홀(hole)과 균열(crack)을 포함하는 2차원적인 해석영역을 고려하면 각각의 부위에 대한 요소 이미지를 생각하여 그림 4와 같은 절점패턴을 선택할 수 있도록 하였다. 선택되어진 두 절점패턴은 반드시 중첩되는 부분이 존재하므로 여분의 절점은 제거되어야 한다.



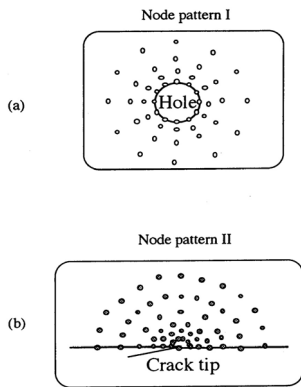
[그림 1] 응력확대계수 해석 시스템의 흐름도  
[Fig. 1] Flow chart of SIF analysis system



[그림 2] 균열형상의 입력화면 예  
[Fig. 2] Example of input screen of crack shape



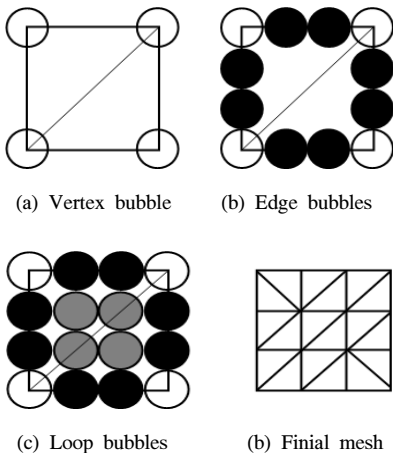
[그림 3] 해석을 위한 요소 이미지  
[Fig. 3] Mesh image for analysis



[그림 4] 국부적인 절점패턴의 예  
[Fig. 4] Example of local node pattern

### 2.2 버블패킹 방법[6]

버블 패킹 방법은 크게 다음의 2단계로 나누어진다. 즉 1) 주어진 영역을 버블로 채우는 단계, 2) 버블의 중심을 Delaunay 삼각화를 이용하여 연결하는 단계이다. 일반적으로 버블 패킹에 의한 방법은 2차원인 경우, 그림 5와 같이 우선 정점(vertex)에 위치시킨 후, 변(edge), 면(loop), 내부 순으로 발생시킨다. 또한, 3차원 형상의 경우에는 2차원과 유사하나 부피 내부를 변형된 octree를 이용하여 분할, 각 절점에 버블을 위치시킨다. 초기 버블의 위치 선정으로 생기는 버블끼리의 틈새와 겹침을 줄이기 위하여 버블 사이에 가사의 물리적인 힘을 정의한다. 이 힘으로 버블끼리의 간격이 재조정되어 평형상태로 가게 된다.



[그림 5] 버블요소들의 절차  
[Fig. 5] Procedure of bubble mesh

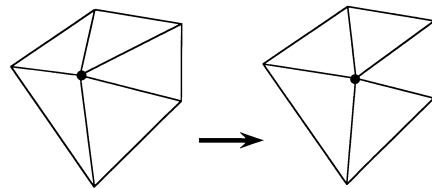
### 2.3 요소생성 및 스무징

생성된 절점 또는 버블 팩을 바탕으로 Delaunay 삼각화[5] 방법을 이용하여 요소를 생성한다. 생성된 요소는 질적으로 좋지 않은 경우가 발생하므로 스무징 작업을 통해 절점의 일부를 재배치 할 필요가 있다[4]. 그림 6에 나타난 바와 같이, 주변 요소에 의해 이루어진 다각형의 중심에 내부절점이 위치하도록 절점을 재배치하는 방법인 Laplacian smoothing기법[10]을 이용하여 수정하게 된다. 이와 같은 절점의 위치를 수정하는 식은 다음과 같다.

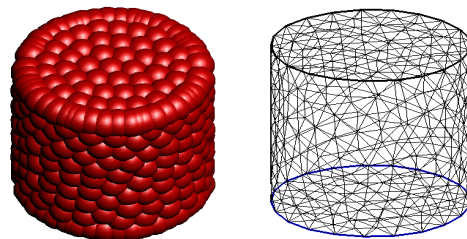
$$P(i) = \frac{1}{2n} \sum_{n=1}^n [P(j) + P(k)] \quad (1)$$

여기서,  $i, j, k$  : 삼각형의 세 절점  
 $n$  : 절점 주위의 요소개수  
 $P(i)$  : 수정절점의 좌표  
 $P(j), P(k)$  : 삼각형요소의 상대절점 좌표  
 이다.

버블 팩을 발생시켜 요소를 생성한 실린더의 버블 이미지 및 생성된 요소를 그림 7에 나타내었다.



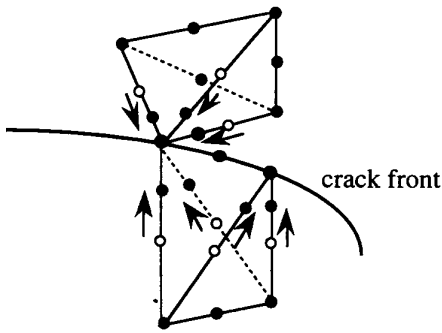
[그림 6] 스무징 작업  
[Fig. 6] Smoothing operation



[그림 7] 실린더의 버블이미지 및 생성시킨 요소  
[Fig. 7] Bubble image and mesh of cylinder

### 2.4 균열부위의 특이요소

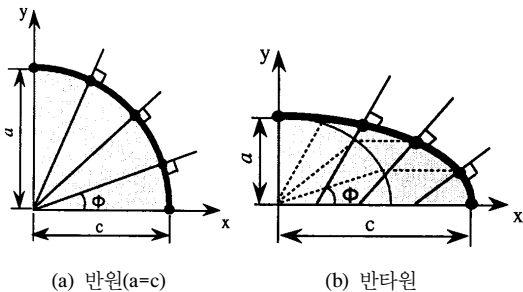
응력확대계수를 계산하기 위해 그림 8과 같은 특이요소를 사용하였다. 본 논문에서 사용된 특이요소는 사면체 요소의 중간절점을 1/4씩 이동시킨 것으로 유한요소 모델이 생성되는 단계에서 자동적으로 수행되어진다.



[그림 8] 균열부에서의 특이요소  
[Fig. 8] Singular element along crack front

### 2.5 응력확대계수 해석

표면균열 선단의 반경방향에 대한 지점은 그림 9와 같이 위치를 정해 응력확대계수 값을 구하였다.



(a) 반원(a=c) (b) 반타원  
[그림 9] 응력확대계수를 계산하기 위한 위치  
[Fig. 9] Definition of radial lines to calculate the stress intensity factors

균열선단에 따른 각도를 무차원화(2θ/π)하여 나타내었으며 응력확대계수 K<sub>I</sub>도 무차원하여 식 (2)와 같이 수정계수로 표현하였다.

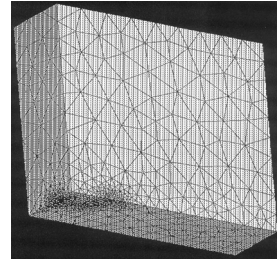
$$F = \frac{K_I}{\sigma \sqrt{\pi a/Q}} \quad (2)$$

## 3. 유한요소해석

### 3.1 해석모델 및 검증

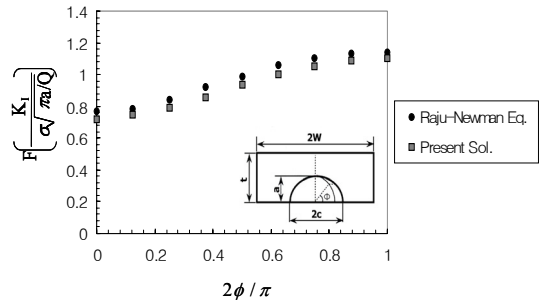
시스템의 효율성을 검증하기 위하여 인장응력을 받고 있는 평판에 반타원 표면균열이 하나 존재하는 경우에 대한 FE해석을 수행한 후, 이에 대하여 엄밀해로 잘 알려진 Raju-Newman의 결과[1]와 비교하였다.

그림 10은 본 연구에서 개발된 모듈을 이용하여 균질 재료에 존재하는 반타원 표면균열을 유한요소 모델링 한 것으로 대칭면을 이용하여 전체의 1/4만 모델링 한 것이다.

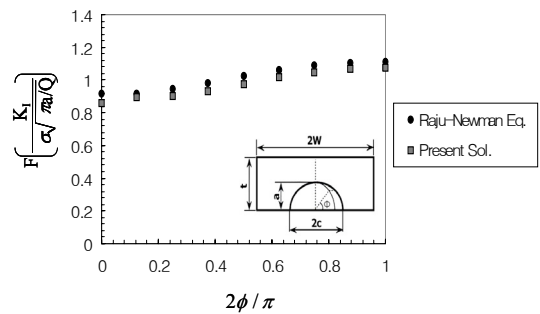


[그림 10] 표면균열에 대한 유한요소분할  
[Fig. 10] Finite element mesh for surface crack

그림 11, 12는 각각 각각 균열의 형상비 a/c= 0.4, 0.6 과 균열의 깊이비 a/t=0.2에 대한 표면균열 해석 결과를 보여주고 있으며, 이들 결과 또한 Raju- Newman의 해와 5%이내의 차이를 보여주었다.



[그림 11] 균열선단 위치에 따른 응력확대계수  
[Fig. 11] Comparison of present stress intensity factor with Raju-Newman solutions



[그림 12] 균열선단 위치에 따른 응력확대계수  
[Fig. 12] Comparison of present stress intensity factor with Raju-Newman solutions

표 1은 균열의 깊이비  $a/t=0.2$ 일 때, 균열의 형상비  $a/c=0.2\sim 1.0$ 에 따른 반타원 표면균열의 주요 관심대상인 최심점에서의 응력확대계수 값을 Raju- Newman의 해와 비교, 검토 한 것으로 오차 3% 이내의 좋은 일치율을 보여 주었다.

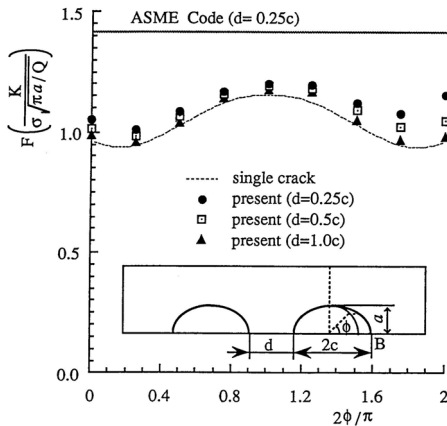
[표 1] 최심점에서의 응력확대계수 ( $a/t=0.2$ )  
[Table 1] Stress intensity factor at deepest point

a/c	$(2\phi/\pi = 1)$		Difference [%]
	Present Sol.	Raju-Newman Eq.	
0.2	1.133	1.173	3.41
0.4	1.100	1.138	3.33
0.6	1.077	1.110	2.97
1.0	1.049	1.049	0.47

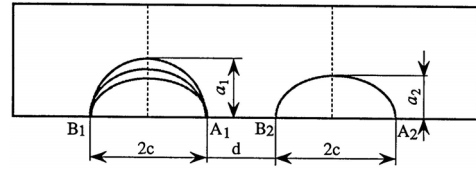
### 3.2 두 균열간의 상호간섭 해석

우선 크기가 동일한 두 개의 표면균열( $a/c=0.6$ )이 존재하는 경우, 균열간 거리 및 균열형상비에 따른 응력확대계수 결과를 그림 13에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이  $c/d$  값이 변하더라도 최대깊이점에서의 F값에는 별로 영향이 없었다. 이는 2개의 균열이 접촉할 정도 까지 접근하여도 최대깊이점의 응력확대계수는 2개의 표면균열이 멀리 떨어져 있는 경우와 별로 차이가 없음을 의미한다.

그림 14에 나타난 것과 같이 실제로 균열크기가 다른 2개의 표면균열이 존재하는 경우에 대한 해석을 수행하였다. 그림 15는 요소를 생성시킨 하나의 예로서 상호간섭 효과를 해석하고자 하였다.



[그림 13] 2개 균열에 대한 응력확대계수  
[Fig. 13] Stress intensity factor for twin cracks



[그림 14] 2개의 크기가 다른 표면균열  
[Fig. 14] Two dissimilar surface cracks

유한요소해석은 다음과 같은 균열형상에 대해 수행하였다.

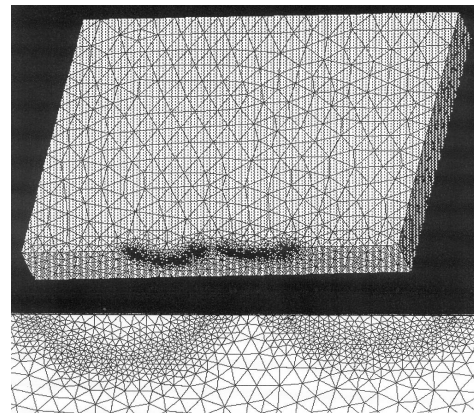
- 1)  $a_1/c = 0.4, 0.6, 1.0$
- 2)  $a_2/c = 0.4$
- 3)  $d/c = 0.25, 0.5, 1.0, 2.0$

상호간섭 평가하기 위해 상호간섭 인자  $I_{fac}$ 를 다음과 같이 설정하였다.

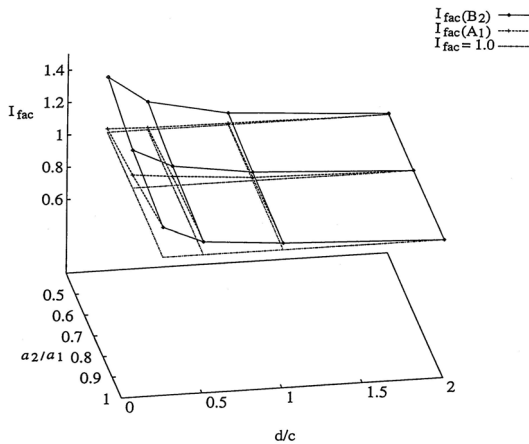
$$I_{fac} = \frac{K \text{ solution for two surface cracks}}{K \text{ solution for a single surface crack}}$$

상호간섭 효과를 고려하기위해 상응하는 상호간섭 인자  $I_{fac}$ 를 그림 16에 나타내었다. 균열크기가 작으면 작을수록 간섭효과가 증가하였으며 깊은 균열에 대한 표면점 A1에서의 응력확대계수 값은 항상 작은 균열의 값보다 크다는 것을 알 수 있었다.

또한, 두 균열간의 거리, 즉  $d/c$ 가 2.0을 초과한다면 표면점 A1에서의 상호간섭 현상은 무시할 수 있다는 것을 파악하였다.



[그림 15] 크기가 다른 2개의 표면균열이 존재하는 평판에 대한 요소생성  
[Fig. 15] Mesh of a half portion of a plate with tow dissimilar surface cracks



[그림 16] 평판에 크기가 다른 두 개의 균열에 대한 상호 간섭 해석

[Fig. 16] Interaction factors of two dissimilar surface cracks in a plate

#### 4. 결론

본 연구에서는 구조물에 존재하는 3차원 균열에 대한 응력확대계수 해석을 위하여, 해석코드와 연계된 해석시스템을 개발하였다. 개발된 시스템을 이용하여 인장력을 받는 평판내의 표면균열에 대한 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 시스템을 이용하여 표면균열에 대한 응력확대계수의 해석 결과 Raju-Newman의 해와 잘 일치하였다.
2. 표면균열의 표면길이가 일정하고 깊이가 증가하면 균열의 전 선단에서 응력확대계수 값이 증가한다. 그러나 표면균열의 깊이가 일정하고 표면길이가 증가하면, 최대깊이점에서의 응력확대계수 값은 증가하나 표면점에서의 값은 감소한다.
3. 평판구조물에서 표면균열의 형상비(a/c)가 동일한 2개의 균열이 존재할 때, 균열간의 간격변화에 의한 균열의 최대깊이점에서 상호간섭현상은 찾아볼 수 없다.
4. 2개의 표면균열이 존재할 때, 두 표면 균열의 상호 간섭효과로 인해 두 균열 사이가 가까울수록 표면점(2Φ/π=2)에서의 응력확대계수 값은 증가하여 영향을 미치는 것을 알 수 있었다.

#### References

[1] Raju, I.S. and Newman, J.C., "Stress Intensity Factors

for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite Thickness Plates," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 11, pp. 817-829, 1979.

- [2] Isida, M., Yoshida, T. and Noguchi, H., "Tension of Finite-Thickness Plate with a Pair of Semi-Elliptical Surface Cracks," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 35, pp. 961-965, 1990.
- [3] Shah, R.C. and Kobayashi, A.S., "Stress Intensity Factor for an Elliptical Crack Under Arbitrary Normal Loading," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 3, pp. 71-96, 1971.
- [4] J.S. Lee, "Automated CAE System for Three-Dimensional Complex Geometry", Doctoral Thesis, The University of Tokyo, 1995.
- [5] S.S. Choi, "A Study on Probabilistic Fatigue Crack Propagation Model in Mg-Al-Zn Alloys under Maximum Load Conditions (III)", *Proceedings of the KAIS Fall Conference, The Korea Academia-Industrial cooperation Society. Semiannual*, pp. 757-760, 2011.
- [6] H.J. Lee and J.S. Lee, "Automatic Mesh Generation System for FE Analysis of 3D Crack," *J. of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, Vol. 10, No. 9, pp. 2183-2188, 2009.
- [7] S.H. Lo, A New Mesh Generation Scheme for Arbitrary Planar Domains, *Int. J. of Numerical Methods in Engineering*, 21, pp. 1403-1426, 1985.
- [8] T.C. Woo and T. Thomas, An Algorithm for Generating Solids Elements n Objects with Holes, *Computers & Structures*, 18, pp. 342-353, 1984.
- [9] J.S. Park, "Finite Element Analysis with ANSYS", Info-Tech Corea, 2011.
- [10] J.C. Cavendish, D.A. Field and W.H. Frey., "An approach to Automatic Three-Dimensional Finite Element Mesh Generation," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 21, pp. 329-347, 1985.

이 준 성(Joon-Seong Lee)

[정회원]



- 1988년 2월 : 성균관대학교 대학원 기계공학과 (공학석사)
- 1995년 9월 : 동경대학교 (공학박사)
- 1988년 7월 ~ 1991년 7월 : 육군사관학교 교수부 기계공학과 교수
- 1996년 3월 ~ 현재 : 경기대학교 기계시스템공학과 교수

<관심분야>

최적설계, Neural Network, 구조물 수명평가