

진동타입기의 사하중이 말뚝의 하중전이 특성에 미치는 영향

이승현¹, 김병일^{2*}

¹선문대학교 토목공학과, ²명지대학교 토목환경공학과

Influence of Bias Weight of Vibratory Pile Driver on Load Transfer Characteristics of Piles

Seung-Hyun Lee¹ and Byung-Il Kim^{2*}

¹Department of Civil Engineering, Sunmoon University

²Department of Civil and Environmental Engineering, Myongji University

요 약 진동타입기에 의해 시공되는 말뚝 해석을 위해 해석기법을 개발하고 진동타입기의 사하중 크기 변화에 따른 해석결과를 분석하였다. 주면마찰에 대한 하중전이곡선은 사하중이 감소함에 따라 연직하향으로 이동하는 결과를 보였다. 사하중이 감소함에 따라 주면마찰에 대한 하중전이곡선의 형상은 점점 뚜렷한 코일 형상을 띄었다. 선단저항의 크기는 사하중의 크기에 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있었으며 선단저항에 대한 하중전이곡선의 형상은 주면마찰에 대한 하중전이곡선에서와 마찬가지로 사하중이 감소함에 따라 점점 뚜렷한 코일 형상을 띠어 알 수 있었다. 사하중이 증가함에 따라 연직변위도 크게 계산되었으며 시간에 따른 연직변위의 형상에 있어서는 사하중이 감소함에 따라 마루와 골이 점점 뚜렷해지는 파형을 보였다.

Abstract Technique for analyzing pile installed by vibratory pile driver was developed and results of analysis obtained from variation of bias weight were studied. It can be seen from load transfer curve for dynamic skin friction that load transfer curve shift to downward as bias weight increases. Shape of load transfer curve for dynamic skin friction becomes closer to shape of coil as the bias weight decreases. Magnitudes of toe resistances were not affected by the bias weight. Shape of load transfer curve for dynamic toe resistance shows the similar tendency as the load transfer curve for skin friction exhibits. Vertical displacement increases as the bias weight increases and the shape of vertical displacement with time shows more distinct shape of wave.

Key Words : Bias weight, Dynamic skin friction, Dynamic toe resistance, Vertical displacement, Vibratory pile driver

1. 서론

진동타입기를 이용하여 말뚝을 설치하려는 시도는 1930년대 초반 Barkan[1]에 의해 시작된 이래 많은 발전을 이루었으며 현대에는 말뚝을 설치하는 효과적인 방법으로 진동타입기가 사용되고 있다. 진동타입기에 의해 설치되는 말뚝의 해석을 위해 많은 방법들이 제안된 바 있는데 매개변수에 의한 방법(parametric method), 하중평형법(force-balance method), 에너지평형법(energy-balance

method), 운동량보존법(momentum-conservation method) 그리고 운동방정식에 의한 적분법(integration of the laws of motion) 등이 그것이다[2,3,4,5]. 진동타입기에 의해 시공되는 말뚝의 해석을 위해 현재까지 개발된 다양한 방법들 중에서 가장 발전된 방법이라 할 수 있는 운동방정식에 의한 적분법에서도 제안자에 따라 진동시스템의 지배방정식 구성에 차이가 있다. 본 연구에서는 진동타입기와 말뚝 그리고 지반으로 구성되는 진동시스템에 대하여 지배방정식을 구축하고 그 해를 구하기 위한 해석기법을

이 논문은 2013년도 명지대학교 교내연구비 지원사업에 의하여 연구되었음

*Corresponding Author : Byung-Il Kim (Myongji Univ.)

Tel: +82-31-330-6415 email: bikim@mju.ac.kr

Received July 17, 2013

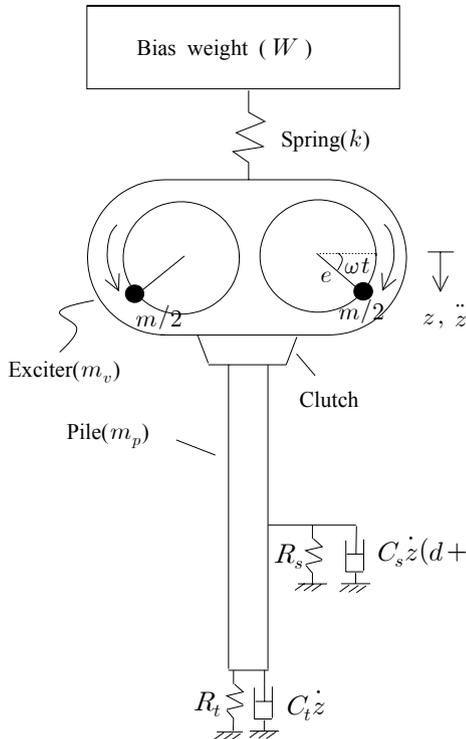
Revised August 2, 2013

Accepted October 10, 2013

개발하고자 하였다. 또한 개발된 해석기법을 적용하여 구한 해석결과를 비교분석해봄으로써 해석기법의 적절성을 확인하고자 하였다.

2. 지배미분방정식과 동적지반저항력

진동타입기는 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 크게 사하중 (W , bias weight)과 기진기(exciter)로 구성되어 있는데 기진기와 사하중은 스프링으로 연결되어 있다. 진동력은 서로 반대방향으로 회전하는 한 쌍의 편심질량(eccentric mass)의 회전에 의해 발생하게 된다. Fig. 1에는 진동타입기에 연결된 말뚝에 작용하는 동적 저항력도 나타나 있다.



[Fig. 1] Vibratory pile driver

Fig. 1에 나타낸 진동시스템에 대하여 식 (1)과 같은 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$m_{v+p}\ddot{z} = me\omega^2\sin\omega t - C_s\dot{z}(d+z) - C_t\dot{z} - kz - R_s - R_t + W + m_{v+p}g \quad (1)$$

식 (1)에서 m_{v+p} 는 Fig. 1에 나타낸 기진기와 말뚝 질량의 합을 의미한다. z , \dot{z} 그리고 \ddot{z} 는 각각 기진기와 말뚝의 연직변위, 속도 그리고 가속도를 의미한다. me 는 편심모멘트를 의미하고 ω 는 편심질량의 회전각속도를 의미한다. d , k 그리고 g 는 각각 말뚝의 근입깊이, 스프링상수 그리고 중력가속도를 의미한다. 동적지반저항력은 스프링과 댐퍼로 표현하였는데 R_s 와 R_t 는 각각 스프링으로 모사한 동적 주면마찰력과 선단저항력을 의미한다. 식 (1)에서 말뚝 단위길이당 댐핑계수, C_s 는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다[6,7].

$$C_s = 2\pi r_0 \sqrt{\rho_s G_s} \quad (2)$$

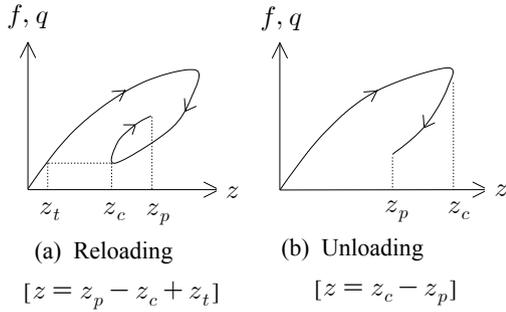
식 (2)에서 r_0 , ρ_s 그리고 G_s 는 각각 말뚝 반지름, 지반의 질량밀도 그리고 지반의 전단탄성계수를 나타내는데 ρ_s 는 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\rho_s = G_s/v_s^2 \quad (3)$$

식 (3)에서 v_s 는 말뚝 주변지반에서의 전단파속도를 의미한다. 식 (1)에 나타나 있는 말뚝선단에서의 댐핑계수, C_t 는 탄성반무한지반의 지표면에 놓여 있는 강성 디스크의 연직진동해석을 통해 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다[8].

$$C_t = \frac{3.4r_0\sqrt{\rho_s G_s}}{(1-\nu_s)} \quad (4)$$

식 (4)에서 ν_s 는 지반의 포아송비를 의미한다. 식 (1)에서 진동타입기에 의해 설치되는 말뚝의 상하진동은 기진력, $me\omega^2\sin\omega t$ 에 의해 유발되는데 그에 따라 지반의 동적 저항력인 R_s 와 R_t 도 방향이 상하로 바뀌게 된다. 본 연구에서는 말뚝의 상하운동에 따른 지반저항력을 수정 Ramberg-Osgood 모델로 모사하였는데 말뚝의 변위에 따른 동적단위주면마찰력(f)과 동적단위선단저항력(q)의 재하(reloading) 및 제하(unloading)에 따른 변화양상은 Fig. 2와 같다. R_s 는 f 에 말뚝주면의 면적을 곱하여 구할 수 있고 R_t 는 q 에 말뚝 단면적을 곱하여 구할 수 있다.



[Fig. 2] Loading paths for the proposed model

Fig. 2에서 변위 z_p 는 현재의 변위(present displacement)를 나타내고 z_c 는 이전 계산단계에서 변위의 방향이 바뀔 때의 변위(displacement at the last reversal)를 나타낸다. z_t 는 제하에서 재하로 바뀔 때의 저항력에 대응하는 변위(local displacement corresponding to the stress level at the previous reserval)를 나타낸다. Fig. 2를 참조하여 제안된 동적단위주면마찰력의 재하 및 제하시의 식은 각각 식 (5) 및 식 (6)과 같다.

$$f_{RL} = \left[\frac{E_f z}{\left(1 + \left| \frac{E_f z}{f_0} \right|^{n_f}\right)^{1/n_f}} + E_{pf} z \right] F_f - f_n \quad (5)$$

$$f_{UL} = f_c - \left[\frac{E_f (z_c - z_p)}{\left(1 + \left| \frac{E_f (z_c - z_p)}{f_0} \right|^{n_f}\right)^{1/n_f}} + E_{pf} (z_c - z_p) \right] F_f \quad (6)$$

Fig. 2에서 동적단위선단저항력을 재하 및 제하로 나누어 나타내면 식 (7) 및 식 (8)과 같다.

$$q_{RL} = \left[\frac{E_q z}{\left(1 + \left| \frac{E_q z}{q_0} \right|^{n_q}\right)^{1/n_q}} \right] F_q (1 - e^{-Kz}) \quad (7)$$

$$q_{UL} = q_c - \left[\frac{E_q (z_c - z_p)}{\left(1 + \left| \frac{E_q (z_c - z_p)}{q_0} \right|^{n_q}\right)^{1/n_q}} \right] F_q [1 - e^{-K(z_c - z_p)}] \quad (8)$$

식 (5)~(8)에서 E_f 와 E_q 는 각각 $f-z$ 곡선과 $q-z$ 곡

선에서 초기부분의 경사와 소성영역에서의 경사의 차이를 의미한다. f_0 와 q_0 는 참조값(reference value)이고 n_f 와 n_q 는 형상계수(shape factor)이다. 그리고 E_{pf} 와 E_{qf} 는 각각 $f-z$ 곡선과 $q-z$ 곡선에서 소성부분의 경사를 의미한다. F_f 와 F_q 는 조정계수(fitting factor)를 의미하고 f_n 은 최대 부의 단위주면마찰력(maximum negative skin friction)을 의미한다. f_c 와 q_c 는 Fig. 2(b)에서 z_c 에 대응하는 저항력을 의미한다. K 는 $q-z$ 곡선의 진폭(amplitude)을 조절하는 상수이다. 제하에서 재하로 바뀌어 저항력이 증가하는 단계에서의 저항력을 구하기 위한 변위는 Fig. 2(a)에 나타나 있는 바와 같이 $z = z_p - z_c + z_t$ 로 계산하여야 하는데 먼저 최소화항력에 대응하는 변위, z_t 를 적절한 방법을 이용하여 계산해야 한다. 변위 z_t 를 결정하기 위한 방법으로 Newton-Raphson 방법을 적용하여 비교적 빠르게 수렴하는 해를 구할 수 있다.

3. 해석기법

식 (1)에 나타난 지배방정식의 해는 해석적으로 간단히 구하기는 힘들며 수치해석 방법을 이용하여 해를 구할 수 있는데 Runge-Kutta 방법을 적용하였다[9]. 이를 위해 식 (1)을 식 (9) 및 식 (10)과 같은 두 개의 1차미분 방정식으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{m_{v+p}} [m\omega^2 \sin\omega t - C_s \dot{z}(d+z) \\ &\quad - C_t \dot{z} - kz - R_s - R_t + W + m_{v+p}g] \\ &= a(t, z, v) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{dz}{dt} = v \quad (10)$$

식 (9), (10)의 해를 구하기 위해 다음과 같은 계산이 필요하다.

$$A_z = hv_i$$

$$A_v = ha(t_i, z_i, v_i)$$

$$B_z = hv_i + \frac{h}{2} A_v$$

$$B_v = ha\left(t_i + \frac{h}{2}, z_i + \frac{A_z}{2}, v_i + \frac{A_v}{2}\right)$$

$$C_z = hv_i + \frac{h}{2}B_v$$

$$C_v = ha(t_i + \frac{h}{2}, z_i + \frac{B_z}{2}, v_i + \frac{B_v}{2})$$

$$D_z = hv_i + hC_v$$

$$D_v = ha(t_i + h, z_i + C_z, v_i + C_v)$$

여기서 h 는 시간증분을 나타내고 i 는 계산단계를 의미한다. 식 (9), (10)의 해는 식 (11), (12)와 같이 구할 수 있다.

$$z_{i+1} = z_i + \frac{1}{6}(A_z + 2B_z + 2C_z + D_z) \quad (11)$$

$$v_{i+1} = v_i + \frac{1}{6}(A_v + 2B_v + 2C_v + D_v) \quad (12)$$

4. 해석결과 및 분석

앞서 나타난 해석방법을 엑셀로 프로그래밍하여 진동 타입기에 의한 말뚝의 해석 프로그램을 구축하였으며 프로그램을 이용하여 해석을 수행하여 해석결과를 살펴 보았다. 해석에 사용된 진동타입기는 FM2-60으로 전기에 의해 작동되는 자유매달림형식(free-hanging type)이다. 진동해머의 제원은 Table 1에서와 같다.

[Table 1] Performance Data for Vibratory pile driver

Eccentric Moment (kg · m)	25
Frequency (Hz)	19.17
Vibrational Amplitude (m)	0.0077
Motor Power (kW)	45
Total Weight of Driver (kN)	36.8
Dynamic Weight of Driver (kN)	31.9
Vibrational Acceleration (g)	11.4
Bias Weight (kN)	176.4
Spring constant (kN/m)	980

해석에 사용된 말뚝은 U형 강널말뚝(SPIIIA(D))으로서 길이는 12m 이고 폭, 높이 그리고 두께는 각각 400mm, 150mm 그리고 13mm이다. 강널말뚝의 단면적, 둘레길이 그리고 단위중량은 각각 $76.4cm^2$, $119.2cm$ 그리고 $60kg/m$ 이다. 해석에 적용한 지반자료는 Table 2에 요약하여 나타내었는데 댐핑상수 및 수정 Ramberg-Osgood 모델과 관련한 지반자료는 기존의 자료를 참고하여 결정한 것이다[10,11].

[Table 2] Soil data for analysis

Radiation damping :

$$C_s = 5.214 \frac{kN}{m/s \cdot m}, \quad C_t = 4.03 \frac{kN}{m/s}$$

Ramberg-Osgood model :

$$E_f = 23723kPa, \quad f_0 = 32.301kPa$$

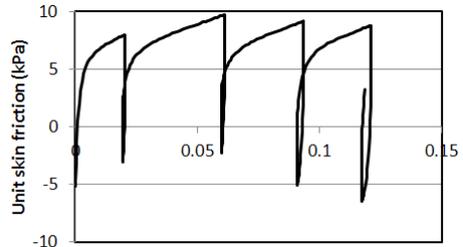
$$n_f = 1.188, \quad E_{pf} = 176.9kPa$$

$$E_q = 4200000kPa, \quad q_0 = 8043.503kPa$$

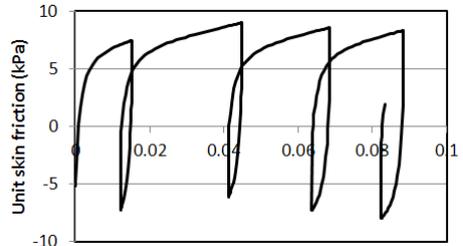
$$n_q = 4.488, \quad F_f = 0.37814$$

$$f_n = 5.222kPa, \quad F_q = 1.0, \quad K = 500$$

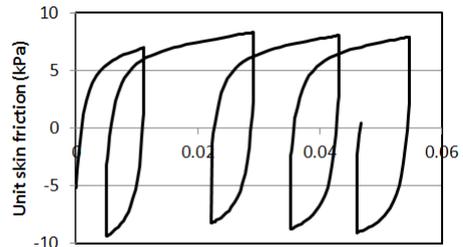
해석에 적용한 시간 증분량, h 는 0.0008694 s 인데 Table 1에 나타난 사하중(W_0)에 대한 해석과 더불어 0.6 W_0 및 0.2 W_0 인 경우에 대한 해석을 수행하였다. 해석을 통해 구한 동적단위주면마찰력과 동적단위선단저항력의 하중전이곡선은 각각 Fig. 3 및 Fig. 4에서와 같다.



(a) $W = W_0$

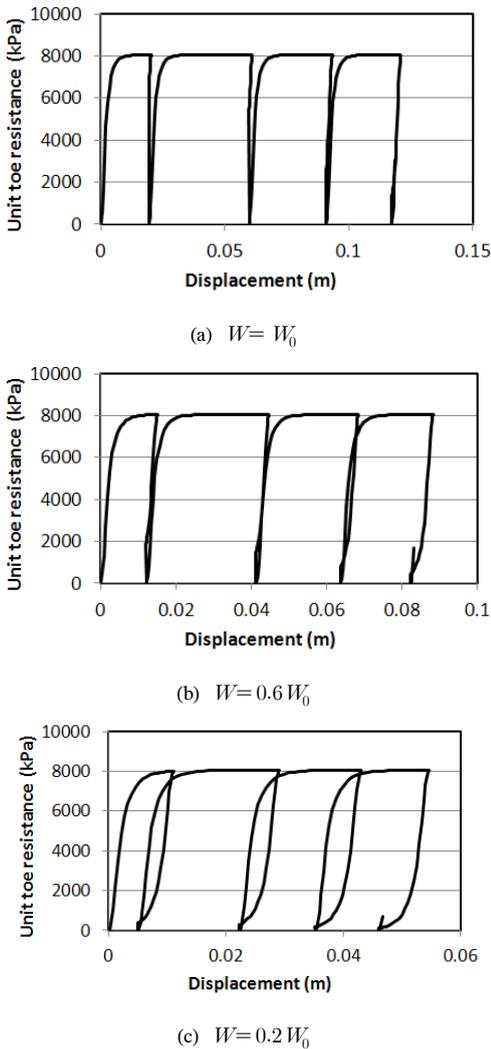


(b) $W = 0.6 W_0$



(c) $W = 0.2 W_0$

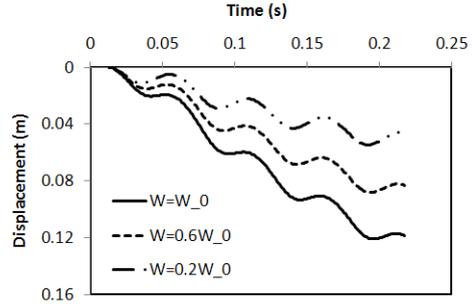
[Fig. 3] $f - z$ curve



[Fig. 4] $q - z$ curve

Fig. 3을 통해 알 수 있듯이 변위에 따른 단위주면마찰력은 사하중이 감소함에 따라 정(+의) 최대주면마찰력과 부(-)의 최소주면마찰력은 감소하여 전체적으로 하중전이곡선이 사하중이 감소함에 따라 연직하향으로 이동하는 양상을 보인다. 사하중이 감소함에 따라 하중전이곡선의 형상은 점점 뚜렷한 코일 형상을 띠을 수 있는데 이는 사하중이 증가함에 따라 연직하향의 힘이 우세하여 제하에서 재하과정으로 이행할 때 제하변위가 억제된 결과로 판단된다. 또한 하중전이곡선을 통해서 사하중이 감소함에 따라 말뚝의 관입량이 작아짐을 알 수 있다. Fig. 4에 나타난 말뚝선단에 대한 하중전이곡선을 통해 알 수 있듯이 선단저항력의 크기는 사하중의 크기와 무관함을 알 수 있으며 하중전이곡선의 형상은 주면마찰에 대한

하중전이곡선에서와 마찬가지로 사하중이 감소함에 따라 점점 코일 형상을 띠을 알 수 있다. 시간에 따른 말뚝의 연직변위양상을 사하중의 크기별로 나타내면 Fig. 5와 같다.



[Fig. 5] Time vs displacement

Fig. 3과 Fig. 4에 나타난 하중전이곡선의 분석에서도 살펴본 바와 같이 Fig. 5를 통해서 사하중이 증가함에 따라 연직변위도 크게 계산되어 예상되는 결과에 부합됨을 알 수 있다. 연직변위의 형상에 있어서도 사하중이 감소함에 따라 마루와 골이 점점 뚜렷해지는 형상을 보임을 알 수 있는데 이는 하중전이곡선의 형상에서도 논의한 바와 같이 사하중이 감소함에 따라 연직하향으로 우세한 하중이 줄어들어 뚜렷한 파형을 보이는 것으로 판단할 수 있다. Fig. 3의 결과분석에도 나타난 바와 같이 하중전이곡선이 사하중이 감소함에 따라 연직하향으로 이동하는 양상을 보인다. 이를 Fig. 5의 결과와 관련지어 생각해 보면 사하중이 클수록 하향의 변위량이 상향의 변위량에 비해 더 크게 되는데 정적 단위주면마찰력이 말뚝과 인접지반의 상대변위 크기에 의존한다는 점을 그대로 적용하면 정(+의) 주면마찰력이 부(-)의 주면마찰력에 비해 더 크게 되기 때문으로 볼 수 있을 것이다.

5. 결론

진동타입기에 의해 시공되는 말뚝에 대하여 지배방정식을 구축하고 수치해석을 통해 말뚝해석을 할 수 있는 기법을 개발하였다. 진동시스템에 대하여 가정한 조건하에서 해석을 수행하고 그 결과를 분석하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 해석을 통해 구한 주면마찰에 대한 하중전이곡선에서 변위에 따른 단위주면마찰력은 사하중이 감소함에 따라 정(+의) 최대주면마찰력과 부(-)의 최소주면마찰력은 감소하여 전체적으로 하중전이곡선이

사하중이 감소함에 따라 연직하향으로 이동하는 양상을 보였다. 사하중이 감소함에 따라 하중전이곡선의 형상은 점점 코일 형상에 뚜렷이 가까워짐을 알 수 있었는데 이는 재하에서 재하과정으로 이행할 때 제하변위가 억제된 결과로 판단된다.

- 2) 선단저항에 대한 하중전이곡선을 통해 알 수 있듯이 선단저항력의 크기는 사하중의 크기에 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있었으며 하중전이곡선의 형상은 주변마찰에 대한 하중전이곡선에서와 마찬가지로 사하중이 감소함에 따라 점점 뚜렷한 코일 형상을 띄었다.
- 3) 사하중이 증가함에 따라 연직변위도 크게 계산되었다. 시간에 따른 연직변위의 형상에 있어서 사하중이 감소함에 따라 마루와 골이 점점 뚜렷해지는 형상을 보임을 알 수 있었는데 이는 사하중이 감소함에 따라 연직하향으로 우세한 하중이 줄어들어 따라 변위곡선에 있어 파형이 뚜렷해지는 형상을 보이는 것으로 판단할 수 있다.
- 4) 개발된 해석기법에 의한 해석결과를 비교분석해 볼 때 전체적으로 정성적인 면에서 합리적인 결과를 보임을 알 수 있으며 향후 다양한 현장시험결과의 접목을 통해 현업에 적용 가능한 기법으로서의 적용성이 기대된다.

References

- [1] Barkan, D. D., "Foundation engineering and drilling by vibration method". Proc., Fourth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., 2, 3-7, 1957.
- [2] Holeyman, A., HYPERVIB1, An analytical model-based computer program to evaluate the penetration speed of vibratory driven sheet piles., Research report prepared for BBRI, June-93, 23pp. 1993.
- [3] Meirovitch, L.. Elements of Vibration Analysis. New York : McGraw-Hill, 1975.
- [4] Warrington, D.C., "Driveability of piles by vibration., Paper presented at Deep Foundation Institute 14th Annual Member Conf., pp. 139-154, 1989.
- [5] Vanden Berghe, J-F. and Holeyman, A., "Comparison of two models to evaluate the behavior of a vibratory driven sheet pile", XIth Young Geotechnical Engineers Conference and Computers, September 24-27, 1997, Madrid, Spain, pp.60~72, 1997.
- [6] S. L. Lee, Y. K. Chow, G. P. Karunaratne and K. Y. Wong, "Rational wave equation model for pile-driving

analysis", J. Geotech. Eng., ASCE, 114, (3), pp. 306-325, 1988.

DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062\(88\)90338-5](http://dx.doi.org/10.1016/0148-9062(88)90338-5)

- [7] M. F. Randolph and H. A. Simon, "An improved soil model for one-dimensional pile driving analysis", Proc. Numer Meth. Offshore Piling, 3rd Int. Conf., Nantes, France, May 21, 22, pp. 3-17, 1986.
- [8] J. Lysmer and F. E. Richart. "Dynamic response of footing to vertical loading", J. Soil Mech. Found. Eng., ASCE, 92, pp. 65-91, 1966.
- [9] Kreyszig, E.. Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Son, Inc., pp. 830-838, 1984.
- [10] Bowles, J. E., Foundation analysis and design, McGraw-Hill, Inc., pp. 266, 1988.
- [11] S. H. Lee, B. I. Kim and J. T. Han. "Prediction of penetration rate of sheet pile installed in sand by vibratory pile driver", KSCE Journal of Civil Engineering, 16(3), pp. 316-324, 2012.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s12205-012-1317-y>

이 승 현(Seung-Hyun Lee)

[정회원]



- 1988년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2000년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 교수

<관심분야>

토질역학, 기초공학

김 병 일(Byoung-II Kim)

[정회원]



- 1989년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1994년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 1995년 3월 ~ 현재 : 명지대학교 토목환경공학과 교수

<관심분야>

토질역학, 기초공학