

# 폴리우레탄 폼의 비선형 진동특성 해석

강주석\*

<sup>1</sup>한국교통대학교 철도차량시스템공학과

## Nonlinear vibration analysis of polyurethane foam

Juseok Kang\*

<sup>1</sup>Dept. of Railway Vehicle System Eng., Korea National University of Transportation

**요약** 차량의 시트 재질로 사용되는 폴리우레탄 폼의 모델링 및 동특성 예측은 승객의 승차감 향상을 위해 매우 중요하다. 본 연구에서는 폴리우레탄 폼의 정특성 시험을 통해 비선형 강성과 점탄성 특성의 시간변수 파라미터를 구하였다. 다항식과 컨벌루션 적분법을 이용하여 폴리우레탄 폼의 비선형 특성과 점탄성 특성을 수학적으로 모델링하였다. 이와 같은 비선형 진동 모델에 대하여 수치적분 방법을 이용하여 시트 바닥 변위에 대한 진동 응답을 계산하였다. 폴리우레탄 폼의 비선형 특성과 점탄성 특성이 진동계에서 미치는 영향을 단순 1자유도계와 인체모델을 이용하여 분석하였다. 결과적으로 폴리우레탄 폼의 점탄성 특성이 승차감을 위한 설계파라미터로 고려되어야 하는 것으로 나타났다.

**Abstract** A dynamic modeling and prediction of polyurethane foam material, which is used as the seat in vehicles is very important for improving the ride quality of vehicle occupants. In this study, parameters to define the nonlinear stiffness and time-variant characteristics of the viscoelasticity of polyurethane foam were obtained using a static compression test. Polynomial functions and convolution integral were used to model the nonlinear and viscoelastic characteristics of polyurethane foam mathematically. The dynamic behaviors excited by the seat floor displacement were analyzed using a numerical integration method for the nonlinear vibration model. As a result, the viscoelastic characteristics of polyurethane foam was found to be an important parameter for improving the ride quality.

**Key Words** : Dynamic modeling, Nonlinear stiffness, Polyurethane foam, Ride quality, Viscoelasticity

### 1. 서론

자동차나 철도차량의 승객은 저주파 진동에 노출된다. 저주파 진동에 장시간 노출되는 경우 승차감이 저하될 뿐만 아니라 허리 통증과 같은 상해로 이어질 수 있다. 그러므로 진동 차단을 위해 사용되는 시트 재질인 폴리우레탄 폼(Polyurethane foam)의 동적 거동과 인체의 진동 특성과의 관계를 정확히 해석하는 것이 승객의 승차감 향상을 위해 매우 중요하다. 폴리우레탄 폼은 힘과 변위의 관계가 비선형적이고 시간에 따라 강성이 변화하므로 진동 특성을 예측하기가 난이하다. 본 연구에서는 폴리우레탄 폼의 비선형 진동특성과 강성의 시간변화 특성

의 동적 영향을 분석하여 승차감이 우수한 시트 개발의 설계자료로 활용할 수 있도록 하였다.

시트 재질로 사용되는 폴리우레탄 폼 재질의 압축시험시 힘과 변형 특성에 대한 수학적 모델링은 시트 동특성 분석의 기초자료이다. 그러나 폴리우레탄 폼으로 이루어진 시트의 정확한 동적 거동에 대한 예측은 비선형성과 점탄성 특성으로 인해 수학적 모델링 및 분석이 쉽지 않았다. 최근 이들 폴리우레탄 폼의 비선형성 및 점탄성 특성은 준-정역학적 시험을 통해 비선형 강성모델과 컨벌루션 적분항으로 모델링되었다[1-5]. 단순 1자유도 강체 진동계를 이용하여 여러 크기의 가진력에 대한 응답을 비교함으로써 폴리우레탄 폼의 비선형 동특성이

이 논문은 2013년도 한국교통대학교 교내학술연구비의 지원을 받아 수행한 연구임

\*Corresponding Author : Juseok Kang(Korea National University of Transportation)

Tel: +82-70-8855-1651 email: kjuseok@ut.ac.kr

Received February 11, 2014

Revised March 14, 2014

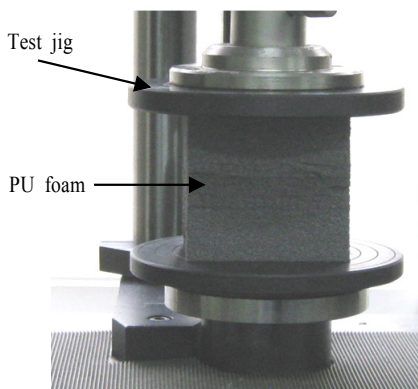
Accepted June 12, 2014

확인 되었다[1,2]. 또한, 폴리우레탄으로 구성된 시트 모델은 인체 모델과 합쳐져서 인체진동 응답을 효과적으로 분석할 수 있게 되었다[3-6].

폴리우레탄 폼의 동특성에 대한 기존연구들은 가진력 크기 변화에 대한 응답의 분석을 통해 이루어져 왔다. 그러나 실제 진동 가진은 시트 바닥 변위의 크기에 대한 동적 응답으로서 본 연구에서는 시트 바닥 변위에 대한 동적 응답을 분석하고자 한다. 이를 위해, 본 연구에서는 차량에 사용되는 시트의 재질인 폴리우레탄 폼의 정특성 시험을 통해 비선형 강성과 점탄성 특성의 시간변수 파라미터를 구한다. 컨벌루션 적분법을 이용하여 폴리우레탄 폼의 비선형 특성과 준-정역학적 특성을 수학적으로 모델링한다. 이와 같은 비선형 특성과 인체의 동적 모델을 합하고 수치적분 방법을 이용하여 시트 바닥 변위에 대한 인체의 진동 반응을 계산한다. 또한, 폴리우레탄 폼의 점탄성 특성의 진동응답에 대한 영향을 단순 1자유도 계와 인체모델을 이용하여 제시하고자 한다.

## 2. 폴리우레탄 폼의 정적 특성

철도차량이나 자동차의 시트에 적용되는 시트의 재질은 Fig. 1과 같이 폴리우레탄 폼이 적용된다. 이 폴리우레탄 폼은 비선형성과 점탄성특성을 가지고 있다. 비선형성은 힘과 변위 또는 응력과 변형률 관계가 선형 비례하지 않는 것이며 점탄성 특성은 시간에 따라 이들 관계가 변화하는 것이다.

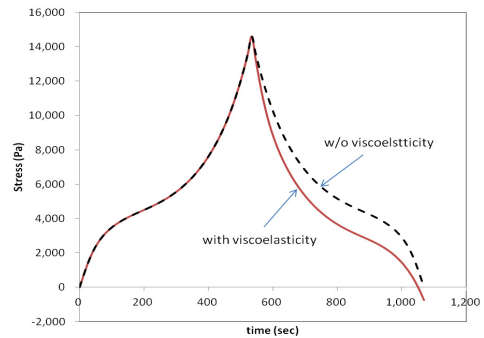


[Fig. 1] Static test of a PU foam

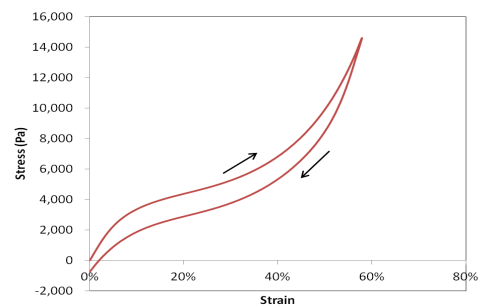
비선형성과 점탄성 특성을 측정하기 위해 Fig. 1과 같

이 76mm 정방형 폴리우레탄 폼을 수직으로 일정한 변형이 작용하도록 장시간 압축하는 재질 시험을 수행하였다. 폴리우레탄 폼 재질은 차량의 시트에 사용되는 재질이다.

시간과 응력과의 관계를 나타내면 Fig. 2와 같다. 540초까지 압축했을 때 14,600MPa의 수직응력이 측정되었다. 이후 이완을 한 경우 제 자리로 돌아가면서 점탄성 특성을 보이고 있다. 점탄성 특성이 없다면 Fig. 2의 점선과 같이 압축과 이완 시 좌우대칭 형상을 나타내지만, 점탄성 특성으로 인해 이완시 다른 응력을 가지게 된다. 이를 다시 응력과 변형률의 관계로 나타내면 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다. Fig. 3과 같이 비선형성과 점탄성 특성으로 인해 응력-변형률의 관계가 특이하게 측정됨을 알 수 있다.



[Fig. 2] Stress response on time



[Fig. 3] Stress and strain relation

본 연구에서 측정된 폴리우레탄 재질의 응력-변형률 관계를 수학적으로 정식화하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

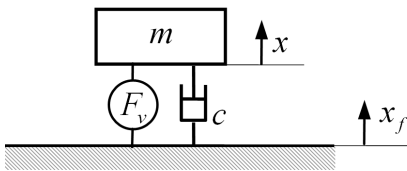
$$\sigma = \sum_{j=1}^M k_j \varepsilon^j + \int_0^t \sum_{i=1}^N a_i e^{-\alpha_i(t-\tau)} \varepsilon(\tau) d\tau \quad (1)$$

여기서  $\sigma$  는 응력,  $\epsilon$  은 변형률을 나타낸다. 위의 식에서 우측 첫째 항은 비선형 강성 항이고 둘째 항은 점탄성 항을 의미한다. 비선형 강성식은 다항식으로 모델링하였고 점탄성 항은 선형 컨벌루션 적분항으로 모델링하였다. 식 (1)에서  $k_j$  는 폴리우레탄 폼의 비선형적 특성을 고려하기 위한 강성 파라미터이며,  $a_i$  와  $\alpha_i$  는 변위와 힘의 준-정역학적 특성을 나타내기 위한 시간 변수 파라미터이다. 본 연구에서는  $M=7, N=2$ 로서 폴리우레탄 폼의 재질 특성을 모델링하였다. Table 1은 식 (1)의 파라미터 값을 나타낸다.

[Table 1] Parameters of a PU Foam

$k_1$	4.62E+04
$k_2$	-2.03E+05
$k_3$	5.32E+05
$k_4$	-5.87E+05
$k_5$	2.76E+05
$k_6$	-1.35E+05
$k_7$	3.47E+05
$a_{1,2}$	691.5 ± 1594.5i
$\alpha_{1,2}$	0.0474 ± 0.0263i

### 3. 폴리우레탄 폼의 동특성



[Fig. 4] 1d-o-f model of PU foam

폴리우레탄 폼의 비선형 특성과 점탄성 특성의 동적 거동에 대한 영향을 알아보기 위해 Fig. 4와 같이 1자유도 계 진동모델을 고려한다. Fig. 4의 모델에 대한 동역학식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x} = F_v \quad (2)$$

여기서 시트 바닥에서 작용하는 진동 변위에 의해 시

트에서 발생되는 힘은 다음과 같다.

$$F_v = A \left( \sum_{j=1}^M k_j \epsilon^j + \int_0^t \sum_{i=1}^N a_i e^{-\alpha_i(t-\tau)} \epsilon(\tau) d\tau \right) \quad (3)$$

여기서 변형률  $\epsilon = \frac{x_f - x}{L}$  로서 초기 변형량  $L=76\text{mm}$  이다. 폴리우레탄 폼의 특성만 다르고 동일한 문제에 대해 적용된 질량  $m=2.3\text{kg}$ 을 이용하였다[1,2]. 또한, 폴리우레탄 폼의 면적  $A=76\text{mm} \times 76\text{mm}$ , 높이  $L=76\text{mm}$ 로 하였다.

식 (3)의 비선형 식에 대해 수치 적분을 통해 해를 구하였다. 본 연구에서는 Runge-Kutta 4차 적분법을 이용하였으며 시간 증분은 0.001초로 하였다. 주파수는 1Hz 부터 10Hz까지 0.1Hz씩 증가하며 각 주파수에서의 가진 조화 응답을 구하였다. 각 주파수마다 적분시간은 100초로 하였으며, 정상상태에 도달할 때의 시간을 제외하기 위하여 50초 이후의 데이터만으로 푸리에 변환을 하여 주파수 응답을 구하였다[7].

식 (3)의 점탄성 항의 컨벌루션 적분항은 매 시간 전 적분을 수행하면 많은 적분 시간이 소요되므로 다음과 같이 변환하였다.

식 (3)에서 점탄성 항은 아래와 같다.

$$F_i(t) = A \int_0^t \sum_{i=1}^N a_i e^{-\alpha_i(t-\tau)} \epsilon(\tau) d\tau \quad (4)$$

여기서,  $t = t_0 + \Delta t$  이므로 위의 식은

$$\begin{aligned} F_i(t) &= A \int_0^{t_0} \sum_{i=1}^N a_i e^{-\alpha_i(t-\tau)} \epsilon(\tau) d\tau \\ &+ A \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \sum_{i=1}^N a_i e^{-\alpha_i(t-\tau)} \epsilon(\tau) d\tau \\ &= F_i(t_0) + A \left[ \sum_{i=1}^N a_i \epsilon(t) + a_i e^{-\alpha_i \Delta t} \epsilon(t_0) \right] \Delta t / 2 \quad (5) \end{aligned}$$

이 된다. 그러므로 시간  $t$  에서 점탄성 항의 값은 이전 시간  $t_0$  에서의 값  $F_i(t_0)$  를 이용하여 계산하므로 매 시간마다 적분을 할 필요가 없으므로 계산시간을 줄일 수 있다.

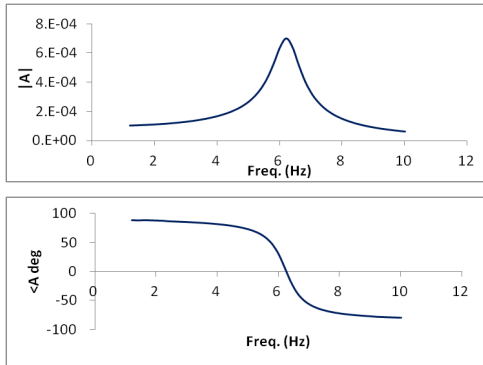
#### 3.1 비선형 특성

진동계의 비선형성 특성중 하나는 가진 입력의 크기에 따라 진동응답의 결과가 달라지는 것이다. 입력의 크기에 따른 결과의 변화를 확인하기 위하여 가진 입력의 크기를  $x_f = 0.0001\text{m}, 0.001\text{m}, 0.005\text{m}$ 로 변화시키며 응

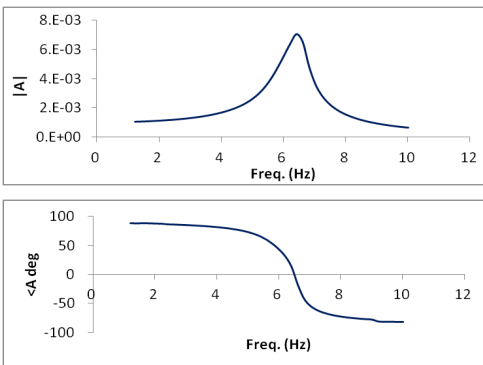
답을 구하였다. 각각의 입력 크기를 가진 조화함수에 대한 각 주파수 별 응답을 주파수 영역에 표시하였다.

Fig. 5는 가진 입력 0.0001m에 대한 응답을 보여준다. 가진 입력의 크기가 작으므로 선형 응답과 유사한 결과를 보여주고 있다. 그림에서 응답 크기의 최대점과 위상이 0이 되는 점은 6.2Hz로서 선형시스템의 고유진동수로 볼 수 있다. 이는  $k_1$ 만 존재하고 나머지  $k_j = 0$  일 때인 선형시스템의 고유진동수 6.2Hz와 일치하는 결과를 보여준다.

Fig. 6은 가진 입력 0.001m에서의 응답을 보여준다. 0.0001m와 응답의 경향이 유사한 것으로 나타났으나 응답 크기 최대점과 위상으로 볼 때 고유진동수에 해당하는 값은 6.5Hz로 조금 증가하는 것으로 나타났다.

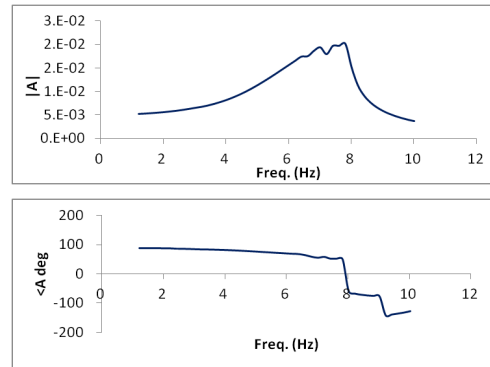


[Fig. 5] Impact of input magnitude on the frequency response,  $x_f = 0.0001m$



[Fig. 6] Impact of input magnitude on the frequency response,  $x_f = 0.001m$

Fig. 7은 가진입력 0.005m에서의 응답을 보여준다. 가진이 커지면서 0.0001m와 0.001m의 가진과는 다른 응답을 보여준다. 가진 입력이 커지는 경우 전형적인 선형 응답과는 다른 양상의 결과를 나타내고 있다. 응답이 7.9Hz에서 최대로 나타나며, 선형시스템보다 가진입력의 크기가 증대할 경우 선형시스템 응답과는 다른 응답을 보여준다.



[Fig. 7] Impact of input magnitude on the frequency response,  $x_f = 0.005m$

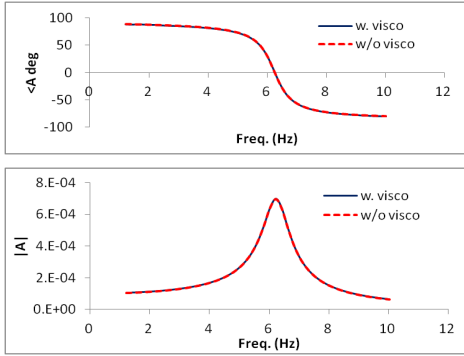
### 3.2 점탄성 특성

점탄성 특성이 동특성에 미치는 영향을 분석하기 위하여, 점탄성 특성이 있는 경우와 없는 경우에 대해 진동 응답을 비교하였다.

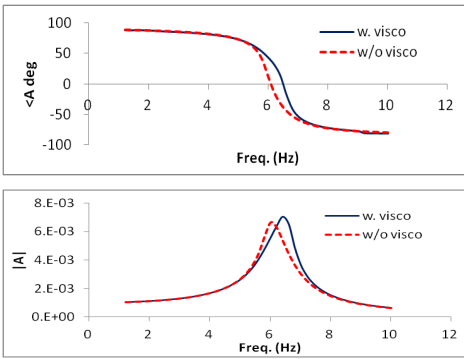
Fig. 8 ~ Fig. 10은 가진입력  $x_f = 0.0001m, 0.001m, 0.005m$ 에서 점탄성이 있는 경우와 없는 경우 응답을 비교한다. 실선은 점탄성이 있는 경우이며, 점선은 점탄성을 제거한 후 응답을 구한 것이다. Fig. 8의 가진입력 0.0001m의 경우 점탄성은 응답 차이에 영향을 없음을 보여준다. Fig. 9의 가진입력 0.001m의 경우 점탄성이 제거된 경우 고유진동수는 6.5Hz에서 6.2Hz로 줄어 들었으며 계의 응답이 강성이 작아지는 경향으로 변하는 것을 알 수 있다.

Fig. 10은 가진입력이 0.005m 인 경우 점탄성의 영향을 비교하고 있다. 점탄성이 없는 경우 계의 응답은 전형적인 비선형 시스템의 동적 특성을 보이는 것으로 나타났다. 가진주파수가 작은 영역에서 증가하는 경우와 큰 영역에서 감소하는 경우에 응답이 달라지는 것이다. 점탄성이 존재하는 경우 이러한 특성은 없었으나 인위적으

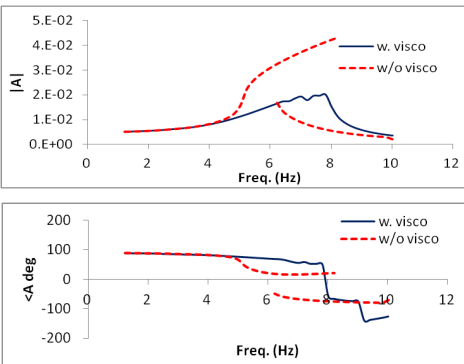
로 점탄성이 제거된 경우 이러한 비선형 동역학적인 거동이 나타났다.



[Fig. 8] Impact of viscosity on the frequency response,  $x_f = 0.0001m$

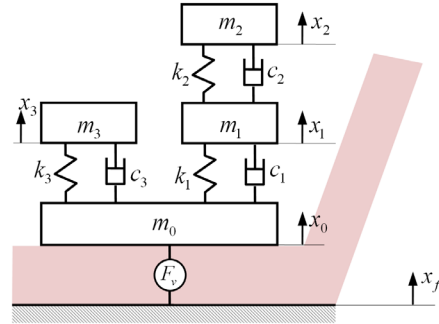


[Fig. 9] Impact of viscosity on the frequency response,  $x_f = 0.001m$



[Fig. 10] Impact of viscosity on the frequency response,  $x_f = 0.005m$

#### 4. 시트 동특성



[Fig. 11] ISO Human body model and seat

단순 1자유도계를 통해 폴리우레탄 폼의 동특성과 더불어 실제 시트에 적용된 경우에 대하여 동적 특성을 분석하였다. 이를 위해 인체와 차량 시트의 동역학 모델을 이용하였다. Fig. 11은 ISO 인체 표준 모델과 폴리우레탄 폼으로 구성된 4자유도계 모델을 보여준다. 시트 특성은 Table 1의 파라미터를 가지며 시트 면적을 고려하여 외력 항으로 계산이 된다. Fig. 11에 대한 진동 방정식은 다음과 같다[8].

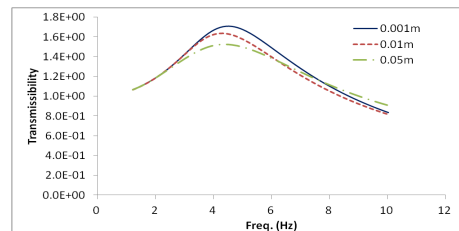
$$m_0 \ddot{x}_0 + c_1 (\dot{x}_0 - \dot{x}_1) + k_1 (x_0 - x_1) + c_3 (\dot{x}_0 - \dot{x}_3) + k_3 (x_0 - x_3) = F_v \quad (6)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + k_1 (x_1 - x_0) + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) = 0 \quad (7)$$

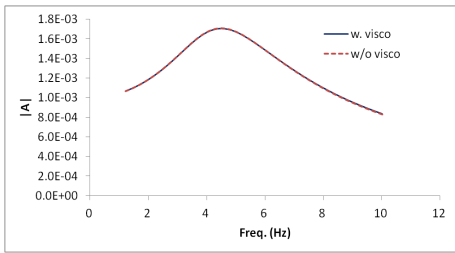
$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \quad (8)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + c_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_0) + k_3 (x_3 - x_0) = 0 \quad (9)$$

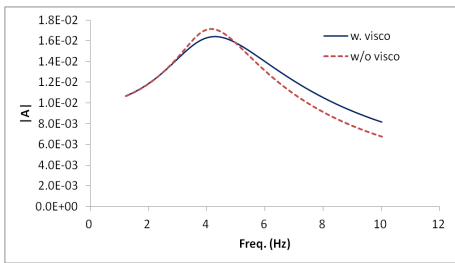
위의 식에 대한 수치해석 방법은 1자유도계와 동일한 방법을 적용하였다.



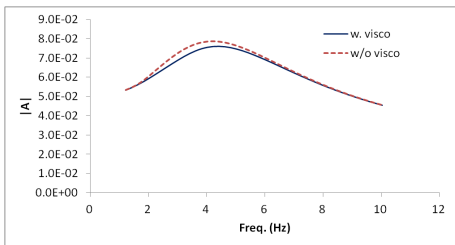
[Fig. 12] Transmissibility of human model



[Fig. 13] Impact of viscosity on the frequency response of human model,  $x_f = 0.001m$



[Fig. 14] Impact of viscosity on the frequency response of human model,  $x_f = 0.01m$



[Fig. 15] Impact of viscosity on the frequency response of human model,  $x_f = 0.05m$

인체모델은 시트 가진에 대한 인체의 응답을 관찰할 수 있게 한다. 본 연구에서는 시트바닥의 가진입력의 크기를  $x_f = 0.001m, 0.01m, 0.05m$ 로 변경하면서 인체모델의 머리에서 나타나는 응답을 비교하였다. Fig. 12는 각 가진 크기에 대한 가진 입력에 대한 전달률  $\frac{x_0}{x_f}$  를 비교한다.

1자유도계와 같이 가진입력의 크기가 커지는 경우 비선형적인 특성을 나타내지 않지만 전달률의 크기가 변화하는 것을 알 수 있다. 가진 크기가 커짐에 따라 피크치

의 값은 줄어들었다. 이는 가진 크기가 커질 때, 시스템의 감쇠비가 커지는 것이다. 이는 시트 폴리우레탄 폼의 점탄성 특성이 감쇠 특성으로 나타남을 의미한다.

이를 확인하기 위하여 Fig. 13~ Fig. 15와 같이 각 가진 입력에 대하여 점탄성 유무에 따라 응답을 구하였다. 실선은 점탄성이 존재하는 경우이며 점선은 점탄성을 인위적으로 제거한 상태의 결과이다. Fig. 13은 가진입력 0.001m인 경우이며 점탄성에 관계없이 응답의 크기는 동일한 것으로 나타났다. 이는 가진입력이 작은 경우는 폴리우레탄 폼의 점탄성 특성은 영향이 없으며 감쇠에도 영향이 없음을 의미하는 것이다. Fig. 14는 가진입력 0.01m로서 점탄성이 존재하는 경우 감쇠가 커지는 결과를 보이고 있다. 0.05m인 Fig. 15의 결과도 점탄성이 존재하는 경우 응답의 피크치가 줄어들며 점탄성 특성이 감쇠역할을 하는 것으로 나타났다.

이는 시트의 점탄성 특성이 인체 응답의 피크치를 줄어지게 하여 전체적으로 승차감을 향상시키는 방향으로 작용하는 것을 의미한다. 그러므로 시트재질의 강성뿐만 아니라 점탄성 특성도 승차감을 위한 설계과파라미터로 고려하여야 한다.

## 5. 결론

본 연구에서는 압축시험을 통해 시트 재질로 사용되는 폴리우레탄 폼의 응력과 변형을 관계를 측정하였고 이 관계를 수학적으로 정식화하였다. 건별루션 적분항의 시간 증분 항에 대한 해석시간을 효율적으로 축소하여 1자유도계와 시트-인체모델의 비선형 동역학 모델의 수치 해석 해를 구하였다.

1자유도 모델의 경우 가진 입력의 크기를 변화시키며 응답을 구한 결과 가진 입력이 작은 경우(0.0001mm) 고유진동수는 6.2Hz로 선형시스템과 동일하게 나타났다. 가진 입력이 큰 경우(0.005mm) 응답의 피크치가 7.9Hz로 나타났으며 비선형성 특성이 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 폴리우레탄 폼의 점탄성 특성을 제거한 경우 계의 응답은 전형적인 비선형 시스템의 동적 특성을 보이는 것으로 나타났다. 가진 입력이 작은 경우(0.0001mm) 점탄성 특성의 유무와 관계없이 동일한 응답을 보였으나, 가진 입력이 큰 경우(0.005mm) 가진 주파수의 감소와 증대에 따라 응답이 변하는 전형적인 비

선형 응답을 보여주었다.

시트-인체 모델의 경우에도 가진 입력의 크기에 따라 전달률의 크기가 변화하는 것으로 나타났다. 가진 입력의 크기가 커질 때 전달률의 피크치가 줄어들는데 이는 점탄성 특성이 감쇠 역할을 하는 것으로 분석되었다. 시트의 점탄성 특성이 인체 응답의 피크치를 줄어든게 하여 전체적으로 승차감을 향상시키는 방향으로 작용하므로 폴리우레탄 폼의 점탄성 특성이 승차감을 위한 설계 파라미터로 고려되어야 하는 것으로 나타났다.

### References

[1] L. Zhang, R. Dupuis, "Measurement and identification of dynamic properties of flexible polyurethane foam", *J. of vibration and control* 17(4) pp. 517-526, 2010.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1177/1077546310363777>

[2] R. Deng, P. Davies, A.K. Bajaj, "Flexible polyurethane foam modelling and identification of viscoelastic parameters for automotive seating applications", *Journal of Sound and Vibration* 262, pp. 391 - 417, 2003.  
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00104-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00104-4)

[3] W.N. Patten, S. Sha, C. Mo, "A vibration model of open celled polyurethane foam automotive seat cushions", *Journal of Sound and Vibration*, Vol 217, No. 1, pp. 145-161, 1998.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.1006/jsvi.1998.1760>

[4] A.K. Bajaj, P. Davis, "Whole-body vibratory response study using a nonlinear multi-body model of seat-occupant system with viscoelastic flexible polyurethane foam", *Industrial Health*, 48, pp. 663 - 674, 2010.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.2486/indhealth.MSWBVI-13>

[5] J.S. Kang, "Human Body Vibration Analysis under Consideration of Seat Dynamic Characteristics", *Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, Vol. 13, No. 12, pp. 5689-5695, 2012.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.5762/KAIS.2012.13.12.5689>

[6] Y.G. Kim, C.K. Park, S.W. Kim, K.H. Kim, J.S. Paik, "Analysis of the frequency weighting curve for the evaluation of ride comfort", Vol. 13, No. 6, pp. 552-558, 2010.

[7] A.C.J. Luo, R.P.S. Han, "AA Quantitative Stability and Bifurcation Analyses of the Generalized Duffing Oscillator with Strong Nonlinearity," *J. Franklin Inst.* Vol. 334B, No. 3, pp. 447-459, 1997.

DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0016-0032\(96\)00089-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0016-0032(96)00089-0)

[8] M. J. Griffin 1990 Handbook of human vibration[ London] Academic Press.

강 주 석(Juseok Kang)

[정회원]



- 1993년 2월 : 서울대학교 기계설계학과 (기계공학석사)
- 1998년 2월 : 서울대학교 기계설계학과 (기계공학박사)
- 1998년 3월 ~ 2006년 7월 : 한국지엠 부장
- 2006년 7월 ~ 현재 : 한국교통대학교 철도차량시스템공학과 교수

<관심분야>

철도차량, 동역학, 진동소음