

화물열차 증편일정 결정모형

김영훈¹, 임석철^{2*}

¹한국철도기술연구원 융복합연구단, ²아주대학교 산업공학과

Additional Freight Train Schedule Generation Model

Young-Hoon Kim¹, Suk-Chul Rim^{2*}

¹Convergence Technology Research Team, KRRI

²Department of Industrial Engineering, Ajou University

요약 화물열차를 이용하는 화주의 화물열차 수요는 시간에 따라 변동성이 크나 화주의 요구에 따라 화물열차 스케줄을 조정하거나 증편하는 것은 상당한 시간이 소요된다. 그 이유는 해의 범위가 폭발적으로 증가하고 선로용량, 운영규정, 기존열차와의 경합 등을 고려해야하기 때문이다. 그러나 국내 철도 운영사에서 화물열차 증편일정 조정 업무는 지속적으로 발생하고 있으며, 담당자의 경험적인 역량으로 해결해 왔다. 본 논문에서는 증편되는 화물열차의 운행 가능성을 판단하고, 증편 요청열차들이 기존 열차의 운행시간 지연을 최소화 하면서 가급적 많은 추가 스케줄을 생성할 수 있는 모형을 제시한다. 제시된 모형은 시공간 네트워크로 문제를 표현하고 다중상품 흐름문제에 모델링하여 열생성 기법으로 해를 구하였다. 제시된 모형으로 3가지 실험을 수행하였으며, 복잡한 문제의 경우에도 계산시간상 실용적임을 확인하였다.

Abstract Shippers' requests of freight trains vary with time, but generating an additional schedule of freight trains is not easy due to many considerations, such as the line capacity, operation rules, and conflicts with existing trains. On the other hand, an additional freight train schedule has been continuously requested and manually processed by domestic train operation companies using empirical method, which is time consuming. This paper proposes a model to determine the additional freight train schedule that assesses the feasibility of the added freight trains, and generates as many additional schedules as possible, while minimizing the delay of the existing schedules. The problem is presented using time-space network, modeled as multi-commodity flow problem, and solved using the column generation method. Three levels of experiment were conducted to show validity of the proposed model in the computation time.

Key Words : Freight Train Scheduling, Time-Space Network, Column Generation

1. 서론

화물열차의 운행계획은 대부분 비주기 열차시각표 작성문제이다. 운영될 대부분의 화물열차는 계획상의 출발시각을 정확히 알 수 없다. 왜냐하면 수요의 변동성 때문에 화물열차의 정확한 증량과 화차 대수가 운영 직전에 승인되기 때문이다. 이렇게 짧은 시간내에 작성되는 화물열차 증편일정은 기존 열차의 운행에 영향을 미칠 수

있으므로 출·도착역에서 안전운행 시격과 각 역에서의 경합상황 등을 고려해야 한다. 국내에서는 이러한 화물열차 증편일정 결정이 경험적인 방법에 의해 진행되고 있기 때문에 본 연구에서는 이를 경영과학 기법을 사용하여 보다 효율적으로 결정할 수 있는 화물열차 증편일정 결정모형을 제시하고자 한다.

열차스케줄 문제는 열차운행 계획단계에서 고려하는 주기적 열차시각표 작성문제(CTTP: Cyclic Train

본 연구는 정성물류학술재단의 2012년도 학술연구 지원사업에 의해 수행되었음

*Corresponding Author : Suk-Chul Rim(Ajou Univ.)

Tel: +82-31-219-2424 email: scrim@ajou.ac.kr

Received February 27, 2014

Revised March 27, 2014

Accepted June 12, 2014

Timetabling Problem)와 추가 열차 운행소요에 따라 운영단계에서 고려하는 비주기 열차시각표 작성문제(NTTP: Non-cyclic Train Timetabling Problem)로 구분된다[1].

열차시각표 작성문제는 Szpigel(1973)이 단선구간에서 추월 및 교차위치 결정을 위해 문제를 혼합정수계획(MIP)문제로 모형화하고 분지한계법 알고리즘을 사용한 해법을 제시한 것이 시초이다[2]. Harker(1991)는 분지한계법 알고리즘을 사용해 최적해 대신 가능해를 도출하는 해법을 제시하였다[3]. Higgins(1997)는 Szpigel이 제시한 문제에 대하여 목적함수의 하한값 추정치를 구하는 알고리즘을 개발하고 실시간 열차스케줄 계획의 의사결정 지원과 시각표 변경 영향을 분석하는 툴을 개발하였다[4]. Brannlund(1998)는 시각표를 시간단위(time slot)로 표시하고 라그랑지안 완화법으로 해법을 제시하였으나 이 모델은 대형문제에는 적합하지 않다[5].

비주기 열차시각표 작성문제는 Caprara(2002)와 Cacchiani(2010)가 시공간 네트워크로 문제를 모델링하고 라그랑지안 완화법과 휴리스틱 알고리즘으로 스케줄 추가문제에 대한 해를 각각 제시하였다[6,7]. Buddett(2007, 2009)는 역에서의 정차시간 및 통과시간의 타임윈도우 제약조건을 가진 hybrid job shop 스케줄링 문제로 변환하여 시뮬레이티드 어닐링 방법으로 해법을 제시하였다[8,9]. Filer(2009)는 열차 증편문제를 고려할 때 선형회귀분석 모델을 사용하여 계획된 열차의 지연 위험률을 예측할 수 있는 모델을 제안하였다[10].

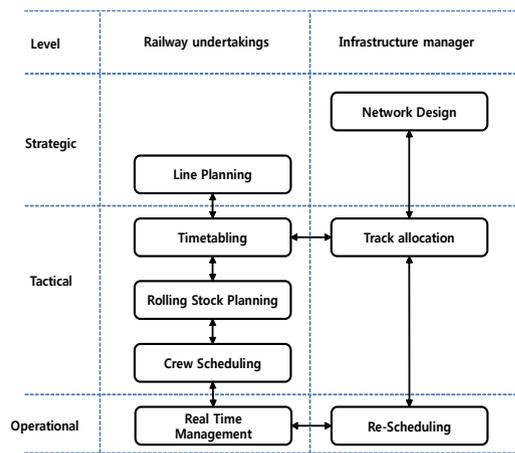
위에서 제시한 기존연구 방법은 아크흐름변수(arc flow variable)를 사용하여 대형문제에는 적합지 않거나 계산시간이 너무 많이 소요되는 단점을 가진다. 따라서 아크흐름변수로 문제를 모델링할 경우 너무 많은 변수로 인한 문제의 복잡도 증가하기 때문에 이를 극복할 수 있도록 본 논문에서는 모델링 방법을 시공간 네트워크(time-space network) 기반으로 시공간 상의 열차를 아크들의 집합인 경로흐름 변수(path flow variable)로 문제를 모델링하여 열생성(column generation) 알고리즘을 활용하는 화물열차 증편일정 결정모형을 제안한다.

2. 문제 정의

열차운행 계획단계는 Fig. 1과 같이 철도운영자와 시

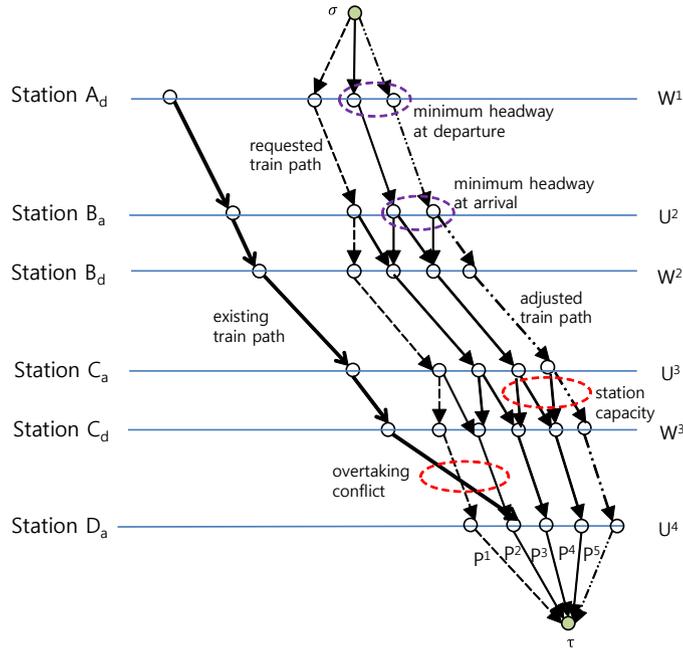
설관리자 입장에서 전략적 단계, 전술적 단계, 운영단계를 네트워크 계획에서부터 실시간 관리까지 Borndörfer(2010)에 의해서 잘 구분되어 있다[11].

본 논문의 목적은 철도운영자가 지정한 출발역에서의 출발시간, 중간 역에서의 정차시간, 도착역에서의 도착시간을 가진 경로가 제약조건 내에서 운행지연이 최소화되고 요청한 열차들이 많이 수용될 수 있도록 운행경로를 찾는 것을 목적으로 한다. 본 논문의 범위는 Fig. 1에서 리스케줄링 문제이면서 시각표 작성문제의 성격도 가진다.



[Fig. 1] Planning process for railway transportation[11]

연구 목적을 위해 Fig. 2와 같은 시공간네트워크(time-space network) 문제로 표현한다. 세로축은 공간으로 역을 의미하고, 가로축은 시간을 의미한다. $G = (V, A)$ 에서 노드집합 V 는 역에서의 도착노드(U^i)와 출발노드(W^i)와 가상출발노드(σ)와 가상도착노드(τ)로 표현한다. 아크집합 A 는 열차의 이동 경로(paths)를 표현한다. Fig. 2에서의 굵은 실선은 기존열차 경로(existing train path)이며, 가상출발노드에서 출발한 좌측 점선은 요청한 추가열차의 열차 경로이다. 추가 열차 경로에 대한 대안 경로범위(tolerance)와 역에서의 대기시간 아크를 추가함으로써 추가 요청열차에 대한 경로를 출발지연 또는 대기를 통해서 경로를 찾을 수 있도록 하였으며 추가경로 범위와 대기시간은 알고리즘에서 범위를 줄 수 있도록 하였다.



[Fig. 2] Train route of time-space network

시공간 네트워크에서 시간 단위는 1분으로 하였으며 총 시간 범위는 1일로 한정하였다. 운행상의 제약조건인 출·도착 안전시격은 3분으로 하였고, 추월(overtaking)은 노선상에서는 허용되지 않고 역에서만 허용되도록 하였다. 추가 화물열차의 역간 이동시간은 표준운전시분을 통해 상수로 입력받아 계산하였다. 기존열차 시각표상의 열차종류는 새마을, 무궁화, 누리로, 화물열차를 포함하였고 기존열차간의 경합이 없는 스케줄을 가정한다.

3. 화물열차 증편일정 결정모형

화물열차 증편일정 결정모형 제시를 위해 다음과 같은 결정변수와 파라미터를 정의한다.

- 결정변수
- $f_k(P)$: 요청열차 k 에 대한 경로 P
- 파라미터
- $G=(V, A)$ 에서 V 는 노드, A 는 아크
- S : 역들의 집합, $S = \{1, \dots, s\}, \forall i \in S$
- K : 요청 열차들의 집합, 원소는 요청열차 k 로 표현, $\forall k \in K$

- U^s : 역 s 에서의 도착노드들의 집합, 원소는 u 로 표현, $\forall u \in U^s$
- W^s : 역 s 에서의 출발노드들의 집합, 원소는 v 로 표현, $\forall v \in W^s$
- w : 열차 k 가 방문한 노드, $w \in V^k$
- P : 가상출발노드(artificial source node)에서 가상도착노드(artificial sink node)까지의 경로, $\forall P \in P^k$
- P^k : 요청 열차의 k 에 대한 경로 집합, 원소는 P 로 표현
- $c^k(P)$: 요청 열차의 k 의 경로수익(profit),
$$c^k(P) = \sum_{a \in P} c_a^k(P)$$

이상의 기호를 사용하여 본 연구에서 다루는 문제는 다음과 같이 모델링할 수 있다.

목적함수 식(1)은 모든 요청열차 k 에 대한 경로 P 를 결정변수 $f_k(P)$ 로 하여, 요청 열차의 k 의 경로 수익(profit)인 $c^k(p)$ 를 모든 p 에 대해 동일한 값으로 하여 요청한 열차들이 허용범위 안에서 스케줄을 조정하여 최대한 많은 열차가 수락되도록 설정한 목적함수이다. 각각의 경로 P 는 초기수익을 부여하고 기존열차와의 경합을 회피하기 위해서 출발시각을 늦추거나 역에서의 대

$$Max \sum_{1 \leq k \leq K} \sum_{P \in P^k} c^k(P) f_k(P) \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{P \in P^k} f_k(P) \leq 1, \quad \text{for all } k = 1, 2, \dots, K \tag{2}$$

$$\sum_{P \in P^k} \sum_{w \in U^i: w \geq u, \Delta(u, w) < a_i} f_k(P) \leq 1, \quad i \in S \setminus \{1\}, u \in U^i \tag{3}$$

$$\sum_{P \in P^k} \sum_{w \in W^i: w \geq v, \Delta(v, w) < d_i} f_k(P) \leq 1, \quad i \in S \setminus \{s\}, v \in W^i \tag{4}$$

$$\sum_{P \in P^k} \sum_{w \in W^i \cap V^k: v_1 \leq w \leq v_2} f_k(P) + \sum_{P \in P^k} \sum_{w \in W^i \cap V^k: w \geq v_2, \Delta(v_2, w) < b_i^{k, k+1}} f_k(P) + \sum_{P \in P^k} \sum_{w \in W^i \cap V^{k+1}: w \geq v_2, \Delta(v_1, w) < b_i^{k+1, k}} f_k(P) \leq 1,$$

$$i \in S \setminus \{s\}, k, k+1 \in K, v_1, v_2 \in W^i (\text{with } v_1 \leq v_2, \Delta(v_1, v_2) < b_i^{k, k+1}) \tag{5}$$

$$f_k(P) \geq 0, \text{ for all } k = 1, 2, \dots, K \text{ and all } P \in P^k \tag{6}$$

$$f_k(P) \in \{0, 1\} \tag{7}$$

피를 하면, 초기수익에서 지연시간만큼 감하여 경로수익을 얻도록 하였다. 제약식(2)는 요청 열차에 대해서 많아야 하나의 경로가 지정되어야 하며, 제약식 (3)과 (4)는 출·도착 노드에서의 출발시각과 도착시간에 대한 안전시각 제약조건이며 제약식(5)는 역과 역 사이에 운행되는 열차의 추월을 금지하는 제약조건이다. 제약식(6)은 결정 변수 $f_k(P)$ 의 비음조건이며 제약식(7)은 요청열차 k 에 대한 경로 p 는 선택되거나 그렇지 않은 경우이다.

제시한 모형을 풀기 위해서 열생성 기법을 사용하는 데 정수계획 모형을 선형계획 모형으로 완화한다. 열생성 기법의 장점은 지수적으로 많은 변수를 한 번에 사용하지 않고 목적함수를 개선할 수 있는 수정비용(reduced cost)을 사용하여 경로 P 를 단계적으로 추가하여 짧은 시간에 해를 구한다. 선형완화를 통해 해를 도출하는 절차는 다음과 같다.

- 단계1. 추가하려는 화물열차 경로변수로만 선형완화식을 풀고 쌍대해를 구한다.
- 단계2. 요청열차에 대한 수정비용이 목적함수 값을 개선하면 경로를 추가하고 추가 경로가 없으면 단계4로 이동한다.
- 단계3. 경로가 추가된 주문제의 선형계획을 푼다. 목적함수 값이 일정회수 이상 증가하지 않으면 단계 4로 이동하고 그렇지 않으면 단계2로 이

동한다.

단계4. 구해진 경로들로 분지한계법을 이용해 최적해를 구한다.

4. 실험 결과

화물중편 일정 모형을 실험하기 위해 경부선 의왕역에서 부산역까지 주요 역을 대상으로 하였다. Table 1은 세 가지 실험조건을 나타낸다. Case 1은 의왕-수원-평택-천안-대전-김천-구미-동대구-구포-부산 등 10개 역을 대상으로 하였다. 기존열차 15(6,8,1)의 의미는 총 15대의 기존 열차에서 새마을열차 6대, 무궁화열차 8대, 화물열차 1대를 의미한다. 추가되는 화물열차는 3대이며 각 열차의 운행수익을 대당 400으로 가정하여 총 1,200의 초기 수익을 가진다. 또한 여객열차는 출·도착역을 제외한 모든 중간 역에서의 1분간의 정차시간을 가지며 시각표의 시간은 오전 10:00부터 오후 5시까지로 하였다. 각 역에서의 안전시각은 3분이다.

Case 2는 의왕역-수원-오산-서정리-평택-천안-조치원-신탄진-대전-옥천-영동-추풍령-김천-구미-동대구-경산-밀양-삼랑진-구포-부산역까지 역수를 20개로 늘렸다. 기존 열차는 총 열차수 25대에서 새마을 10대, 무궁

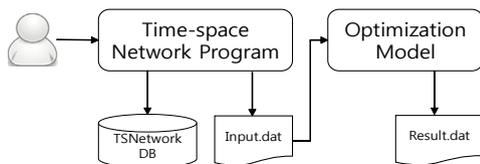
화 13대, 화물2대의 구성이며 추가되는 열차 수는 5대이고 초기수익은 2000이다.

[Table 1] Experimental Case

case	stations	existed trains	requested trains	initial profit
1	10	15(6,8,1)	3	1200
2	20	25(10,13,2)	5	2000
3	10	0	15	7000

Case 3은 앞의 두 가지 실험조건과 달리 기존열차는 없고 추가되는 열차만 있다고 가정하고 스케줄을 생성하는 실험을 하였다. 추가 열차의 구성은 총 15대이며 여객 열차 10대와 화물열차 5대를 스케줄링 한다고 가정하였다. 이때 여객열차의 초기운행 수익은 각 열차마다 500으로 하여 5,000의 초기수익을 가지며 화물열차는 각 열차마다 400으로 하여 2,000을 가지므로 총 수익은 7,000이다. 역 수는 case 1과 마찬가지로 10개 역을 대상으로 하였다.

실험에 사용된 PC는 CPU 2.93GHz, 4GB RAM의 사양이며 선형계획문제 솔루션은 CPLEX 12.5를 사용하였다. 추가열차는 사용자가 요청한 출발시각을 포함하여 30분까지 허용범위를 늘리고 대피시간도 1시간이 가능하도록 하여 경로를 찾도록 하였다. 단, 추가하려는 화물열차의 지연범위는 제안한 시간보다 운행시간이 1시간 이상 지연되면 해를 찾지 않도록 제한하였다.



[Fig. 3] Solution process of requested model

제안한 모형을 실험에 적용한 방법은 Fig 3과 같이 시

공간 네트워크 생성 프로그램을 통해 기존열차 스케줄, 추가 열차스케줄, 안전시각의 제약조건, 대안경로 수, 역에서의 정차시간 범위 등을 지정하고 프로그램을 구동하면 최적화 모형에서 사용할 입력데이터가 생성되며 그 결과는 데이터베이스에 저장된다. 입력 데이터는 노드와 아크로 구성된 역과 열차경로, 경합 집합으로 구성되며 최적화 알고리즘을 통해 결과를 도출한다. 제안한 화물 열차 증편일정 모형을 통한 결과는 Table 2와 같다.

[Table 2] Results of experimental Case

case	accepted trains	initial profit	result profit	No. of conflicts	running time(sec)
1	1	1200	400	378	0.5
2	3	2000	1124	1234	2.0
3	14	7000	6532	6712	21.0

Case 1은 기존열차와의 경합수가 378건이며 수락된 열차 수는 3대중에서 한 대만 수락되었으며 400의 결과 수익을 도출하였다. 즉, 수락된 1개의 열차는 지연시간 없이 요청한 시간에 열차 스케줄이 추가된 것이다. 수락되지 못한 2개의 열차는 열차간의 시격이 짧아서 역에서의 경합을 회피하지 못하였다. Case1의 계산에는 0.5초가 소요되었다.

Case 2의 결과는 5대 요청 화물열차 중에서 3개의 화물열차만 수락되었다. 기존열차와 추가열차간의 경합 수는 1,234개가 발생하였다. 수락된 3개 열차의 결과수익은 1124이다. 이 경우 수락된 3개 열차별로 20분, 26분, 30분의 지연이 발생되면서 수락되었고 계산에는 2초가 소요되었다.

Case 3의 결과는 Table 3에 정리하였다. Case 3은 앞에서 수행한 2개의 실험과 달리 기존열차까지 이동이 가능케 하여 시간범위에 있는 모든 열차들을 리스케줄링 한다고 가정하였다. 이 경우 모든 투입 열차간의 경합 수는 6,712개가 발생한다. 제안된 모형으로 문제를 풀면 결정수익은 여객열차 4,954와 화물열차 1,578를 합한 6,532

[Table 3] Result of case 3

Experiments contents	Train type	
	passenger trains	freight trains
Number of trains	10	5
Profit(Tran Numbers)	500(1,3,4,5,6,7,8,9,14,15)	400(2,10,11,12,13)
Initial total profit	5000	2000
Result(Final profit)	4954	1578
Revised schedule	Accepted train numbers 1,3,8,9,14,15 4(482),5(486),6(488),7(498)	Accepted train numbers 11,12 2(388),13(390)

가 된다. 제안된 열차의 수정 스케줄은 Table 3과 같다. 예를 들어 2번 화물열차의 경우 12분의 지연, 13번 열차의 경우 10분 지연이 발생하였고 10번 열차의 경우 수락될 수 없는 열차로 계산되었다. 여객열차의 경우 1번, 3번, 8번, 9번, 14번 15번은 제안된 시간에 지연없이 수락된 스케줄이고 4번열차의 경우 12분 지연, 5번열차는 14분 지연, 6번 열차는 12분 지연, 7번열차는 2분 지연으로 결과를 도출하였다. Case 3의 계산에는 21초가 소요되었다.

5. 결론

제시한 모형은 화물열차를 기존 스케줄에 추가하여 열생성 기법으로 문제를 해결할 수 있는 방법을 제시하였다. 제시한 모형은 출·도착시간에서의 안전시각과 추월에 대한 제약조건을 만족하면서 운행지연이 최소화되고 요청한 화물열차들이 많이 수용될 수 있도록 운행경로를 찾도록 하였다.

화물 열차 증편은 기존 열차 스케줄 시격에 따라 증편 가능성 결정이 많은 영향을 받는다. 실험 예제에서도 기존 열차 시각표가 조밀한 시격을 가지고 있기 때문에 요청한 시각에 열차를 추가하기 어려웠다. 그러나 20개의 역에서 5개 열차를 추가한 경우 빠른 시간 안에 해를 찾았으며 10개 역에서 총 15개의 열차를 모두 리스케줄링할 경우 21초에 결과를 도출하였기 때문에 빠른 시간 내에 결과를 도출할 수 있는 모형임을 입증하였다.

제시한 화물열차 증편일정 결정모형은 문제를 풀기 위한 데이터 생성작업과 열차 증편이 불가능한 경우 그 이유를 파악하는데 많은 시간이 소모되므로 이를 빠른 시간에 수행할 수 있는 개선이 필요하다. 또한 본 모형을 통해서 구해진 경로들이 최적해를 보장하지 못하고 근사값을 가지기 때문에 최적값을 보장하는 모형에 대한 연구가 추가로 필요하다.

개발된 모형은 철도운영자가 화물열차뿐만 아니라 여객열차의 증편이 필요한 경우 열차 운행구간과 운행시간에 운행이 가능한지를 검증하는 도구로 활용할 수 있고 복수개의 열차 투입에 대한 효과적인 모형으로 활용할 수 있다.

References

- [1] V. Cacchiani, "Models and Algorithms for Combinatorial Optimization Problems arising in Railway Applications". *4OR A Quarterly Journal of Operations Research* 7(1) (2009) 109 - 112
- [2] B. Szpigel, "Optimization train scheduling on a single line railway", *Proceedings of IFORS Conference on Operations Research* 72, 344-351, 1973
- [3] D. Jovanovic, PT Harker, "Trctical scheduling of rail operations : the SCAN I system", *Transportation Science* 25, 46-64, 1991
DOI: <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.25.1.46>
- [4] A. Higgins, E. Kozan, L Ferreira, "Heuristic techniques for single line train scheduling", *Journal of Heuristics* 3(1). 43-62, 1997
DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1009672832658>
- [5] U. Brannlund, PO. Linderg, A Nou, JE Nilson, "Allocation of scarce track capacity using Lagrangian relaxation", *Transportation Science* 32, 358-369, 1998
- [6] A. Caprara, M. Mischetti, P. Toth, "Modeling and solving the Train timetabling problem", *Operation Research*, 50(5), 851-861, 2002
DOI: <http://dx.doi.org/10.1287/opre.50.5.851.362>
- [7] V. Cacchiani, A. Caprara, P Toth, "Scheduling extra freight train on railway networks", *Transportation Research Part B*, 44(2), 215-231, 2010
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2009.07.007>
- [8] R. Burdett, E. Kozan, "A sequencing approach for train timetabling", *School of Mathematical Sciences, Queensland University of Technology*, 2007
- [9] R. Burdett, E. Kozan, "Techniques for inserting additional train into existing timetables", *Transprtation Research Part B : Methodological* 43(8-9), pp821-836. 2009
- [10] H. Flier, T. Graffagnino., M. Nunkesser, "Planning additional trains on corridors", *Proceedings of the 8th International Symposium on Experimental Algorithms*, 2009
- [11] R. Borndörfer, T. Schlechte, S. Weider, "Railway Track Allocation by Rapid Branching", *Proceedings of the 10th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems*, Vol4, 13-23. 2010

김 영 훈(Young-Hoon Kim)

[정회원]



- 1994년 2월 : 서울과학기술대학교 산업대학원 산업공학과 (산업공학 석사)
- 2013년 8월 : 아주대학교 일반대학원 산업공학과 (산업공학과 박사 수료)
- 1994년 9월 ~ 현재 : 한국철도기술연구원 융복합연구단 연구원

<관심분야>

철도물류, 스케줄링

임 석 철(Suk-Chul Rim)

[정회원]



- 1982년 2월 : 한국과학기술원 산업공학과 (산업공학석사)
- 1990년 12월 : 미시건 대학교 산업공학과 (산업공학과 박사)
- 1990년 9월 ~ 1991년 8월 : 워싱턴대학교 조교수
- 1991년 9월 ~ 현재 : 아주대학교 산업공학과 교수

<관심분야>

기업물류, SCM,