# 이선형 재료모델의 비선형 정적해석을 위한 강성추정 알고리즘 개발

정성진<sup>1</sup>, 박세희<sup>1\*</sup> <sup>1</sup>한남대학교 건축공학과

## Development of Stiffness Estimation Algorithm for Nonlinear Static Analysis of Bilinear Material Model

## Sung-Jin Jung<sup>1</sup>, Se-Hee Park<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Division of Architectural Engineering, Hannam University

**요 약** 구조물의 비선형 지진응답을 평가하는 것은 내진공학에 있어서 중요한 요소로 인식되고 있다. 비선형 정적해석은 이를 위한 대표적인 방법론의 하나이며, 특정 해석단계에서의 구조물 강성추정을 위한 다양한 수치해석적 방법론들이 제시, 적용되고 있다. 하지만, 이러한 방법론들은 상당한 해석시간을 요하거나 부정확한 간편법에 그치고 있어 실무적용에 많은 어려움이 존재한다. 이러한 이유로 본 연구에서는 비선형 정적해석 시 정확하고 효과적인 구조물 강성추정 방법론을 제시하고자 한다. 이를 위하여, 기존의 단계해석법에 대한 이론적 연구를 수행하였으며, 이를 바탕으로 이선형 재료모델 특성을 가진 구조물의 강성구성 알고리즘을 제시하였다. 최종적으로, 제시된 알고리즘을 적용한 컴퓨터 프로그램 sNs를 개발하였다.

**Abstract** Estimating the nonlinear seismic response of structure in earthquake engineering is important. Nonlinear static analysis is a typical method, and a variety of methods and techniques for estimating the stiffness of structural system at a certain analysis stage have been introduced and used in numerical structural analysis. On the other hand, such methods have many difficulties in practical usage because they use time-consuming iterative methods or simplified algorithms for calculating the structural stiffness at specific points in the time of nonlinear static analysis. For this reason, this study suggests an accurate and effective method for estimating the stiffness of a structure in nonlinear static analysis. For this goal, existing theories of an incremental step-by-step solution was investigated first. Subsequently, an algorithm available for calculating the precise stiffness of a structural system, each element of which has a bilinear material model, was developed based on the investigated methods. Finally, a computer program, sNs, was developed with the algorithm used.

Keywords : Algorithm, Bilinear Material Model, Computer Program, Incremental Step-by-Step Solution, Nonlinear Static Analysis, Stiffness Estimation

## 1. 서론

지진에 의한 구조물의 비선형 거동을 바탕으로, 건축 물의 피해를 최소화하면서 사회적 기능이 유지될 수 있

도록 구조설계를 수행하는 방법론이 내진설계 분야에서 많은 관심을 받고 있다. 이러한 방법론 중 성능기반 내진 설계법(Performance-Based Seismic Design Method)은, 지진발생 시 소성범위까지 변형을 일으키는 구조물의 비

본 논문은 한남대학교 교비학술연구비 지원에 의한 결과의 일부임. 과제번호 2015A116

\*Corresponding Author : Se-Hee Park(Hannam Univ.) Tel: +82-10-2990-7820 email: destiny2021@naver.com

Received October 7, 2015 Accepted February 4, 2016 Revised (1st December 21, 2015, 2nd January 15, 2016, 3rd January 21, 2016, 4th January 28, 2016) Published February 29, 2016 선형 지진응답을 고려함으로써 구조물의 최적설계라는 사회적 요구조건을 만족시키고자 하였다. 이를 위하여, 성능기반 내진설계법에서는 구조물의 비선형 응답을 정 확하게 산정하는 것을 필수적 선결요건으로 인식하고 있다.

구조물의 비선형 응답을 비교적 정확하게 산출할 수 있는 것으로는 비선형 시간이력법(Nonlinear Response History Analysis Method)을 들 수 있다. 하지만, 비선형 시간이력법은 각 해석단계에서 수행되는 비선형 직접적 분법(Nonlinear Direct Integration Method)으로 인하여 많은 시간과 노력이 요구된다는 단점이 있다. 이에 따라 건축물 내진설계 분야에서는 다자유도계(Multi Degrees of Freedom) 구조물의 비선형 정적응답(Nonlinear Static Response)을 이용하여 구조물의 비선형 거동을 보다 빠르고 간편하게 산정하는 방법론들에 대한 연구가 활발하게 이루어져 왔다.

이러한 간편법(Simplified Method) 중 가장 실용적이며 효율적인 방법론의 하나로 비선형 정적해석법(Nonlinear Static Analysis Method)을 들 수 있는데, 이는 해석단계 (Analysis Step)에 따른 하중의 점진적 증가와 각 단계별 개별부재의 항복여부 판단 및 이를 바탕으로 한 전체 구 조시스템의 강성변화를 이용하여 구조물의 비선형 거동 을 산정하고 있다.

하지만, 비선형 정적해석법은 이전 해석단계에서 산 출된 구조물 강성을 바탕으로 특정시점의 구조물 변형을 추정함으로써 개별 부재의 정확한 항복시점(Yielding Point)을 고려하기 어려우며, 이로 인하여 해석의 정확도 저하라는 문제점을 내포하고 있다. 일부 상용프로그램에 서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 개별부재의 항복시 점 전·후 해석단계에 단계분할(Substepping)을 적용함으 로써 해석의 정확도를 높이고자 하였으나, 이는 단순히 하중단계(Load Step)만을 세분화 한 정도에 그치고 있어 해석의 부정확성 문제는 여전히 상존하고 있다[1-2].

## 2. 비선형 정적해석 알고리즘

#### 2.1 이론적 배경

일반적인 비선형 정적해석은 Fig. 1에서 보는 바와 같 이, 주어진 하중이력곡선(Load-Time History Graph)을 등시간간격 Δt로 이산화(discrete) 시키고, 정적해석 (Static Analysis)기반의 점진적 단계해석(Incremental Step-by-Step Analysis)을 통하여 구하고자 하는 하중작 용시점 t에서의 구조물 변형을 산출하게 된다[3].



Fig. 1. Nonlinear Static Analysis

여기서, 임의의 하중작용시점 t에서의 해석결과에 대 한 정합성은 식 (1)에서와 같이 작용하중과 구조물 변형 에 의한 내부응력간의 평형관계를 통하여 확보될 수 있다.

이 때, 'F는 식 (2)와 같이 시점 t-∆t에서의 내부응 력과 하중증분(Load Increment)에 의해 추가되는 내부 응력증분의 합으로 표현될 수 있으며, 내부응력증분은 식 (3)과 같이 시점 t에서의 접선강도행렬(Tangent Stiffness Matrix)과 변형증가분(displacement increment) 을 이용하여 구할 수 있다.

$${}^{t}\mathbf{F} = {}^{t-\varDelta t}\mathbf{F} + \varDelta \mathbf{F}$$
(2)

$$\Delta \mathbf{F} = {}^{t}\mathbf{K}\Delta \mathbf{U}$$
(3)  

$$\begin{array}{l} & \varphi \mathbf{F} = {}^{t-\Delta t}\mathbf{F} = {}^{t}\mathbf{K} + {}^{t-\Delta t}\mathbf{M} + {}^{t+\Delta t}\mathbf{F} = {}^{t}\mathbf{K} + {}^{t}\mathbf{K} + {}^{t}\mathbf{M} + {}^{t}$$

제시된 바와 같이, 비선형 정적해석의 정합성 확보를 위해서는 시점 t에서의 접선강도행렬 구성과 정확한 변 형증가분의 산출이 필연적으로 요구되는데, 이를 위한 대표적인 해결방안으로는 Fig. 2와 같은 형태의 반복계 산법(Iteration Method)을 들 수 있다.



Fig. 2. Iteration Method

하지만, 이러한 반복계산법은 비선형 정적해석 시 기 본적으로 수행되어야 하는 정적해석 횟수에 더하여 각 해석단계 내에서도 수많은 해석과정을 거치게 되므로 많 은 시간과 노력을 요하는 것으로 평가되고 있다[4-8].

## 2.2 이선형 재료모델의 항복하중 산정

이선형 재료모델에 대한 비선형 정적해석의 정확성 확보를 위해서는 개별부재가 항복을 일으키는 하중단계 를 해석과정에서 찾아내어 이를 추가적인 해석단계로 적 용하는 것이 요구된다.

성능기반 내진설계에서일반적으로 제시되는 이선형 재료모델은 Fig. 3에서 보는 바와 같이 항복점을 기준으 로 **E**<sub>1</sub>에서 **E**<sub>2</sub>로의 강성변화를 나타내게 된다[1].



Fig. 3. Bilinear Material Model

여기서, 부재의 항복점이 Fig. 4에서처럼 시점  $t - \Delta t$ 와 시점 t 사이에 존재하는 경우, 시점 t에서의 변형률 산정은 1차적으로 시점  $t - \Delta t$ 의 강성  $\mathbf{E_1}$ 을 이용하여 구하게 된다.



Fig. 4. Load-Stress Relationship in Bilinear Material Model

이 때, 비선형 정적해석에 적용되는 하중이력은 시점 에 따른 직선비례의 형태를 띠고 있으며, 시점  $t - \Delta t$ 에 서 시점 t 로의 변형률 증가분  ${}^t \epsilon - {}^{t-\Delta t} \epsilon$  또한 강성  $\mathbf{E_1}$ 을 기울기로 한 직선비례관계로 볼 수 있다. 따라서 시점 t의 변형률  ${}^t \epsilon'$ 을 바탕으로 부재의 항복하중을 구해보면 다음 식 (4)와 같이 표현될 수 있다.

여기서, 부재의 항복점 응력 및 변형률은 프로그램을 통한 일반적인 해석수행 과정을 살펴볼 때 사용자의 입 력에 의한 상수 값으로 제공된다.

이후, 비선형 정적해석을 통하여 실제 구하고자 하는 시점 t에서의 변형율은 식 (5)을 통하여 구할 수 있다.

<sup>t</sup>
$$\epsilon = \epsilon_{y} + \frac{{}^{t}\mathbf{R} - \mathbf{R}_{y}}{\mathbf{E}_{2}}$$
 (5)  
여기서,  $\mathbf{R}_{y} =$ 부재의 항복하중  
<sup>t</sup> $\mathbf{R} =$ 해석단계 시점 t에서의 작용하중  
 $\epsilon_{y} =$ 항복점에서의 변형율  
<sup>t</sup> $\epsilon =$ 해석단계 시점 t에서의 실제 변형율

이상의 내용을 바탕으로 이선형 재료모델의 변형률 산정과정을 살펴보면, 시점 t-∆t 이전 단계에서는 강 성 **E₁**을, 시점 t 이후 단계에서는 강성 **E₂**를 이용하여 반복계산 없이 하중에 따른 변형률을 구할 수 있으며, 항 복점이 존재하는 시점 t-Δt와 시점 t 단계에서는 두 번의 해석과정 및 한 번의 강성변화만으로 시점 t에서의 변형률을 정확하게 산정할 수 있음을 알 수 있다.

### 2.3 비선형 정적해석 알고리즘 제안

이선형 재료모델에 대한 비선형 정적해석의 정확성 확보를 위하여, 본 연구에서 제시하고자 하는 항복점 전· 후의 강성변화 유도 알고리즘은 Fig. 5와 같다.



Fig. 5. Algorithm for Nonlinear Static Analysis of Bilinear Material Model

전체적인 알고리즘 구성형태는 비선형 정적해석의 일 반적인 단계해석과정을 기본 골격으로 하였으며, 개별부 재의 항복여부에 따른 강성의 재구성 과정을 서브루틴 (Subroutine)으로 둠으로써 해석과정의 복잡성을 제거하 고자 하였다.

여기서, 제시된 알고리즘 상에서 본 연구의 주된 관심 사인 항복점 전·후의 강성 재구성 과정을 살펴보면 다음 과 같다.

먼저, 시점 t 해석단계에서 개별부재의 항복여부를 판단하고 서브루틴을 호출하게 된다. 서브루틴에서는 2.2절에 제시된 식 (4)와 (5), 그리고 시점 t-∆t 해석단 계에서 구성된 강성을 이용하여 프로그램 내부적으로 추 가적인 단계분할 해석과정을 거치게 된다. 이후, 단계분 할 해석과정에서 산정된 변형과 변형률을 바탕으로 강성 을 재구성하게 되며 시점 t 해석단계를 재수행하게 된다.

이 때, 재수행된 시점 t 단계해석으로 인해 변형률이 항복점을 상회하는 부재가 추가적으로 발생할 경우에는 제시된 서브루틴의 과정을 반복하게 된다. 최종적으로, 재수행된 시점 t 해석단계에서 항복한 부재가 발생하지 않거나 모든 부재가 항복하게 되면, 이러한 과정을 멈추 고 시점 t+Δt 해석단계를 수행하게 된다.

#### 2.4 알고리즘의 검증

본 연구에서 제시된 알고리즘의 이론적 검증을 위하 여, 역학이론에 근거한 수계산과 제시된 알고리즘에 따 른 계산결과를 비교하였다. 여기서, 검증과 비교의 용이 성을 위하여 Fig. 6(a)와 같은 대상구조물을 선정하였으 며, 이에 따른 개별부재의 재료모델과 하중이력곡선은 Fig. 6(b), Fig. 6(c)와 같다.





이를 바탕으로, 대상구조물의 A지점 변위에 대한 이 론적 계산치(Manual)와 제시된 알고리즘에 따른 하중단 계별 해석결과는 Table 1과 같다.

| S           | Strain   |  |  |  |
|-------------|--|--|--|--|
| t<br>e<br>p |  | Algorithm  |  |  |
|             | Manual   | Main   | Sub  |  |
| 1           | ${}^{\mathbf{b}}\mathbf{R} =$ ${}^{\mathbf{b}}\mathbf{U}\mathbf{E}_{\mathbf{I}}\mathbf{A}\left(\frac{1}{\mathbf{L}_{a}} + \frac{1}{\mathbf{L}_{b}}\right)$ $\epsilon_{a} = 0.000333,$ $\epsilon_{b} = 0.000667$ a elem   | $\Delta^{t}\mathbf{R} = 1.0,$ $\mathbf{b}^{t}\mathbf{K} = 30,$ $\Delta^{t}\mathbf{U} = 0.033333$ $\mathbf{b}^{t}\mathbf{U} = 0.033333$ $\mathbf{c}_{a} = 0.000333,$ $\mathbf{c}_{b} = 0.000667$ $\mathbf{c}_{a}, \mathbf{c}_{b} < \mathbf{c}_{y}$ : go next step ent : <b>E</b> <sub>1</sub> , b element   | -<br>-   |  |
|             |  | 4 <sup>t</sup> D 1.0   |  |  |
| 2           | $\label{eq:R} \begin{split} ^{\mathbf{b}}\mathbf{R} &= \\ ^{\mathbf{b}}\mathbf{U}\mathbf{E_{1}}\mathbf{A}\big(\frac{1}{\mathbf{L}_{\mathbf{a}}} + \frac{1}{\mathbf{L}_{\mathbf{b}}}\big) \\ \epsilon_{\mathbf{a}} &= 0.000667, \\ \epsilon_{\mathbf{b}} &= 0.0001333 \end{split}$  | $\begin{array}{l} {} {}^{\varDelta}\mathbf{K} = 1.0, \\ {}^{\mathbf{b}}\mathbf{K} = 30, \\ {}^{\varDelta}\mathbf{U} = 0.033333 \\ {}^{\mathbf{b}}\mathbf{U} = 0.066667 \\ {}^{\epsilon}a = 0.000667, \\ {}^{\epsilon}b = 0.001333 \\ {}^{\epsilon}a,  {}^{\epsilon}b \leq {}^{\epsilon}y \\ {}^{\iota}\text{ go next step} \end{array}$              | -  |  |
|             | a elem   | : <b>E</b> <sub>1</sub>  |  |  |
| 3           | $\label{eq:rescaled_response} \begin{split} ^{\mathrm{t}}\mathbf{R} &= \\ ^{\mathrm{t}}\mathbf{U}\mathbf{E}_{1}\mathbf{A}\big(\frac{1}{\mathbf{L}_{\mathrm{a}}} + \frac{1}{\mathbf{L}_{\mathrm{b}}}\big) \\ & \text{or} \\ ^{\mathrm{t}}\mathbf{R} &= 3\sigma_{\mathrm{y}}\mathbf{A}/2 \\ & \epsilon_{\mathrm{a}} &= 0.001, \\ & \epsilon_{\mathrm{b}} &= 0.002 \end{split}$ | $ \Delta^{i}\mathbf{R} = 1.0, \\ {}^{i}\mathbf{K} = 30, \\ \Delta^{i}\mathbf{U} = 0.033333 \\ {}^{i}\mathbf{U} = 0.1 \\ \epsilon_{a} = 0.001, \\ \epsilon_{b} = 0.002 \\ \epsilon_{a} < \epsilon_{y}, \epsilon_{b} = \epsilon_{y} \\ : \text{ go next step} $  | -<br>- Fe  |  |
|             | 1  |  | · <b></b> 2  |  |
| 4           | ${}^{t}\mathbf{R} = {}^{t}\mathbf{U}\mathbf{E}_{1}\mathbf{A}\frac{1}{\mathbf{L}_{a}}$ $+ {}^{t}\mathbf{U}\mathbf{E}_{2}\mathbf{A}\frac{1}{\mathbf{L}_{b}}$ $- \mathbf{E}_{2}\boldsymbol{\epsilon}_{y}\mathbf{A} + \boldsymbol{\sigma}_{y}\mathbf{A}$   | $\Delta^{t}\mathbf{R} = 1.0,$<br>${}^{t}\mathbf{K} = 30,$<br>$\Delta^{t}\mathbf{U} = 0.033333$<br>${}^{t}\mathbf{U} = 0.133333$  | -  |  |
|             | $\begin{split} \epsilon_{\rm a} &= 0.00198, \\ \epsilon_{\rm b} &= 0.003961 \end{split}$   | $\begin{split} \epsilon_{\rm a} &= 0.001333,\\ \epsilon_{\rm b} &= 0.002667\\ \epsilon_{\rm a} &< \epsilon_{\rm y}, \ \epsilon_{\rm b} > \epsilon_{\rm y}\\ \vdots \ {\rm go} \ {\rm substep} \end{split}$   | $\begin{aligned} \mathbf{k} &= 0.0, \\ \Delta^{\mathbf{i}} \mathbf{R}' &= 0.0, \\ \mathbf{i} \mathbf{K} &= 30, \\ \Delta^{\mathbf{i}} \mathbf{U}' &= 0.0 \\ \epsilon_{\mathbf{a}}^{\mathbf{i}} &= 0.001, \\ \epsilon_{\mathbf{b}}^{\mathbf{i}} &= 0.002 \end{aligned}$                         |  |
|             | a elem   | $ \Delta^{i}\mathbf{R} = 1.0,  {}^{i}\mathbf{K} = 10.2,  \Delta^{i}\mathbf{U} = 0.098039  {}^{i}\mathbf{U} = 0.198039  {}^{i}\boldsymbol{u} = 0.00198,  {}^{i}\boldsymbol{c}_{b} = 0.003961  {}^{i}\boldsymbol{c}_{a} < \boldsymbol{c}_{y}, \boldsymbol{c}_{b} > \boldsymbol{c}_{y}  {}^{:}\text{ go next step} $ ent : $\mathbf{E}_{1}$ , b element | ${}^{t-\Delta t}\mathbf{R} = 3.0,$ ${}^{t-\Delta t}\mathbf{U} = 0.1,$ ${}^{t-\Delta t}\mathbf{U} = 0.001,$ ${}^{t-\Delta t}\boldsymbol{\epsilon_{s}} = 0.001,$ ${}^{t-\Delta t}\boldsymbol{\epsilon_{b}} = 0.002$ go main step $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ |  |

 Table 1. Step-By-Step Analysis Result of Algorithm

| s           | Strain   |  |  |  |
|-------------|--|--|--|--|
| t<br>e<br>p | Manual   | Algorithm  |  |  |
|             | Ivianuai   | Main   | Sub  |  |
| 5           | ${}^{\mathrm{t}}\mathbf{R} = {}^{\mathrm{t}}\mathbf{U}\mathbf{E}_{2}\mathbf{A}\frac{1}{\mathbf{L}_{\mathbf{a}}}$ $+ {}^{\mathrm{t}}\mathbf{U}\mathbf{E}_{2}\mathbf{A}\frac{1}{\mathbf{L}_{\mathbf{b}}}$ $- 2\mathbf{E}_{2}\epsilon_{y}\mathbf{A} + 2\sigma_{y}\mathbf{A}$ $\epsilon_{\mathrm{a}} = 0.034667,$ $\epsilon_{\mathrm{b}} = 0.069333$ | $\begin{split} \varDelta^{\mathrm{t}}\mathbf{R}{=}\;1.0, \\ ^{\mathrm{t}}\mathbf{K}{=}\;1.0, \\ \varDelta^{\mathrm{t}}\mathbf{U}{=}\;0.098039 \\ ^{\mathrm{t}}\mathbf{U}{=}\;0.296078 \\ \epsilon_{a}{=}\;0.002961, \\ \epsilon_{b}{=}\;0.005922 \\ \epsilon_{a}{>}\;\epsilon_{y}, \epsilon_{b}{>}\;\epsilon_{y} \\ \vdots \text{ go substep} \end{split}$ | $\begin{split} \mathbf{k} &= 0.02, \\ \boldsymbol{\Delta}^{\mathbf{i}} \mathbf{R} &= 0.02, \\ \mathbf{\bar{K}} &= 10.2, \\ \boldsymbol{\Delta}^{\mathbf{i}} \mathbf{U} &= 0.001961 \\ \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{\mu}} &= 0.002, \\ \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{b}} &= 0.004 \end{split}$ |  |
|             |  | $ \begin{split} & \Delta^{t} \mathbf{R} = 0.98, \\ & \Delta^{t} \mathbf{U} = 3.266667 \\ & \mathbf{U} = 3.466667 \\ & \epsilon_{a} = 0.034667, \\ & \epsilon_{b} = 0.069333 \\ & \epsilon_{a} > \epsilon_{y}, \epsilon_{b} > \epsilon_{y} \end{split} $  | $ \begin{array}{c} {}^{t-\Delta t} {\bf R} = 4.02, \\ {}^{t-\Delta t} {\bf U} = 0.2, \\ {}^{t-\Delta t} {\bf U} = 0.3, \\ {}^{t-\Delta t} {\bf \epsilon}_{{\bf a}} = 0.002, \\ {}^{t-\Delta t} {\bf \epsilon}_{{\bf b}} = 0.004 \\ \text{go main step} \end{array} $                             |  |
|             | a elen   | nent : $\mathbf{E_2}$ , b element  | : E <sub>2</sub>   |  |

Table 1. Step-By-Step Analysis Result of Algorithm

(Continue)

Table 1에 보이는 바와 같이, 본 연구에서 제시된 이 선형 재료모델의 비선형 정적해석 알고리즘은 하중이력 에 따른 개별부재의 항복과 이로 인한 변형 및 변형률의 변화를 정확하고 안정적으로 도출하고 있음을 알 수 있 다.

## 3. 예제 해석

2장에서 기술한 이론적 배경과 알고리즘을 바탕으로, 본 연구에서는 컴퓨터 프로그램 sNs를 개발하였다. 또 한, 개발 프로그램의 정합성 검토를 위하여 예제 구조물 을 선정, 이에 대한 프로그램 해석결과를 제시된 알고리 즘을 이용한 수계산 결과와 비교·분석하였다.

## 3.1 2차원 트러스

Fig. 7에 보이는 예제 구조물은 2차원 트러스 구조물 로서, 개별부재가 순차적으로 항복을 일으키는 경우에 대한 프로그램의 정합성 검토를 위해 수행되었다.

624





Table 2. Analysis Result of Two Dimensional Truss

| Step | Disp.                    | element | Strain    |          |   |
|------|--------------------------|---------|-----------|----------|---|
|      | $(\boldsymbol{U}_{x,4})$ |         | Algorithm | sNs      | remark                                  |
| 1    | 0.05657                  | a       | 0.00828   | 0.00828  |   |
|      |                          | b       | -0.01172  | -0.01172 |   |
|      |                          | C       | -0.02     | -0.02    |   |
| 2    | 0.18638                  | a       | 0.0225    | 0.0225   |   |
|      |                          | b       | -0.04819  | -0.04819 | $\epsilon_{\rm b}\!>\!\epsilon_{\rm y}$ |
|      |                          | C       | -0.07069  | -0.07069 | $\epsilon_{\rm c}>\epsilon_{\rm y}$     |
| 3    | 0.61706                  | a       | 0.05761   | 0.05761  | $\epsilon_{\rm a}>\!\epsilon_{\rm y}$   |
|      |                          | b       | -0.19331  | -0.19331 |   |
|      |                          | C       | -0.25092  | -0.25092 |   |
|      |                          |         |           |          |   |

## 3.2 3차원 트러스

본 예제는 동일한 해석단계에서 개별부재가 순차적으 로 항복하는 경우와 동시에 항복하는 경우의 프로그램 정합성 검토을 위해 수행되었다.





Fig. 8. Three Dimensional Truss (a) Analysis Model (b) Material (c) Load Function

Table 3, Analysis Result of Three Dimensional Truss

| Step | Disp.                    | element | Strain    |        |   |
|------|--------------------------|---------|-----------|--------|---|
|      | $(\boldsymbol{U}_{x,5})$ |         | Algorithm | sNs    | remark                                  |
| 1    | 0.2436                   | a       | -0.011    | -0.011 |   |
|      |                          | b       | -0.166    | -0.166 | $\epsilon_{\rm b}\!>\!\epsilon_{\rm y}$ |
|      |                          | C       | -0.011    | -0.011 |   |
|      |                          | đ       | 0.144     | 0.144  | $\epsilon_{\rm d}>\!\epsilon_{\rm y}$   |
| 2    | 1.1893                   | a       | -0.016    | -0.016 | $\epsilon_{\rm a} > \epsilon_{\rm y}$   |
|      |                          | b       | -0.171    | -0.171 |   |
|      |                          | ©       | -0.016    | -0.016 | $\epsilon_{\rm c}>\epsilon_{\rm y}$     |
|      |                          | đ       | 0.139     | 0.139  |   |
| 3    | 2.0807                   | a       | -0.047    | -0.047 |   |
|      |                          | Ь       | -0.324    | -0.324 |   |
|      |                          | C       | -0.047    | -0.047 |   |
|      |                          | đ       | 0.231     | 0.231  |   |

## 3.3 해석결과 분석

제시된 예제들에 대한 프로그램 해석결과와 알고리즘 수계산 결과가 일치하는 것으로 미루어 볼 때, 개발된 프 로그램 sNs는 2장에 제시된 알고리즘을 효과적으로 구 현하고 있으며, 이선형 재료모델의 비선형 정적해석 수 행에 있어 정합성을 확보하고 있는 것으로 분석된다.

## 4. 결론

본 연구에서는 이선형 재료모델을 가진 부재를 대상 으로 비선형 정적해석의 정확도를 높이기 위한 해석 알 고리즘을 제시하였으며, 제시된 알고리즘을 바탕으로 컴 퓨터프로그램 sNs를 개발하였다. 또한, 예제를 통하여 개발된 프로그램의 정확성 및 효율성을 검증하였다.

 제시된 알고리즘은 식 (4)를 이용하여 개별부재의 항복시점을 명확히 고려할 수 있으며, 개별부재의 항복순서에 따라 전체 구조물의 강성변화를 유도 하므로, 이선형 재료모델을 가진 구조물의 비선형 거동을 정확히 묘사할 수 있는 것으로 분석된다.

- 2) 개별부재들의 응력-변형률 관계를 이선형 재료모 델로 정의할 경우, 사용자가 입력한 해석단계에 더 하여 부재 개수×개별부재 자유도 수의 추가적인 단계분할 해석만으로 전체 구조물에 대한 비선형 정적해석 수행이 가능할 것으로 판단된다.
- 3) 개발된 컴퓨터 프로그램 sNs는 예제에서 제시된 알고리즘 수계산 결과와 일치하고 있으며, 이를 바탕으로 개발 프로그램의 정합성이 확보되는 것 으로 분석된다.

## References

- Computers and Structures Inc., SAP2000-ANALYSIS REFERENCE Ver.7.0, Computers and Structures Inc., 1998.
- [2] MIDAS IT, Midas-Gen Analysis Reference Ver.2.4, MIDAS IT, 2011.
- [3] Klaus-Jürgen Bathe, Finite Element Procedures, p.861-978, PRENTICE HALL, 1996.
- [4] Mario Paz and William Leigh, Structural Dynamics, p.203-225, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [5] Robert D.Cook, Concepts and Applications of Finite Element Analysis, John Wiley & Sons, 2001.
- [6] Y.J.Park, Y.K.Wen, A.H-S.Ang, "Random Vibration of Hysteretic System under Bi-Directional Ground Motions", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.14, 1986. DOI: http://dx.doi.org/10.1002/eqe.4290140405
- [7] Satish Nagarajaiah, Andrei M.Reinhorn, and Michalakis C. Constantinou, "NONLINEAR DYNAMIC ANALYSIS OF 3-D BASE-ISOLATED STRUCTURES", Journal of Str. Eng., ASCE, Vol.117, No.7, July, 1991.
- [8] DASSAULT SYSTEMS, Abaqus Theory Guide Ver.6.14, DASSAULT SYSTEMS, 2014.

#### 정 성 진(Sung-Jin Jung)



- 1989년 2월 : 서울대학교 대학원 건축공학과 (공학석사)
- •1993년 2월 : 서울대학교 대학원 건축공학과 (공학박사)
- 1985년 3월 ~ 1996년 2월 : 현대 건설(주) 과장
- •1996년 3월 ~ 2005년 2월 : 영동 대학교 건축학부 부교수

•2005년 3월 ~ 현재 : 한남대학교 건축공학과 교수

<관심분야> 건축구조

## 박세희(Se-Hee Park)

#### [정회원]

[정회원]



- •2011년 2월 : 한남대학교 대학원 건축공학과 (공학석사)
- •2011년 3월 ~ 현재 : 한남대학교 대학원 건축공학과 박사과정

<관심분야> 건축구조