비대칭 노치가 적용된 단상 브러시리스 직류 전동기의 코깅토크 특성해석

박용운*, 박병우*, 김종철*, 김춘성*
*(재)녹색에너지연구원
e-mail:pyu4277@gei.re.kr

Analytical Method of the Cogging Torque in Single-phase BLDC Motors Applied Asymmetric Notches and Air-gap

Yong-woon Park*, Park Byung Woo*, Jong-Cheol Kim*, Chun-Sung Kim*
*Green Energy Institute, Korea

요 약
본 논문에서는 비대칭 형상에 따른 자속밀도를 표현하기 위하여 고정자 슬롯함수를 제안하였으며 이를 이용하여 자계분포를 구하였다. 이후 슬롯 효과를 표현하기 위해 퍼미언스 함수를 적용하였으며 최종적으로 코깅토크를 계산하였다. 이후 전동기의 유한요소해석 및 실험과의 비교를 통해 코깅토크 계산을 검증하였다.

1. 서론

최근 화석에너지 고갈 우려와 환경문제에 대한 관심이 고조되면서 에너지 절약에 대한 중요성이 강조되고 있다. 이에 발맞춰 전동기 개발 역시 고효율에 초점을 두고 개발되는 추세로 고성능 희토류 영구자석이 등장으로 전동기의 토크 및 출력밀도, 효율 등 전동기의 성능을 비약적으로 향상시킬 수 있는 계기가 되었다[1].

BLDC(Brushless Direct Current) 전동기의 경우 영구자석을 사용한 전동기로 코깅토크가 발생되는 단점이 있다. 진동 소음의 원인이 되는 코깅토크를 저감하기 위한 형상 설계가 필수적으로 수반된다[2].

이 중 단상 브러시리스 직류전동기는 공극에너지가 균일할 경우 토크가 발생하지 않는 위치(Dead-popint) 에 정렬이 되어 초기기동이 불안정 하게 되므로 고정자 또는 회전자의 형상을 비대칭으로 설계하게 되어 비대칭 공극이 된다. 하지만 이 경우 코깅토크에도 큰 영향을 주게 되므로 코깅토크 분석 및 저감이 필수적이며 반드시 코깅토크를 고려하여 설계하여야 한다. 따라서 코깅토크를 줄일 수 있는 저감 방법과 이를 분석할 수 있는 해석 기법이 중요하다.

코깅토크 특성을 분석하기 위한 가장 정확한 해석 방법은 유한요소해석법 이나, 이 방법은 모델링이 실제로 사용자에 의해 수행되어야 하며 모델이 수정 될 때 마다 모델링을 다시 수행하여야 한다. 분석 시간 또한 오랜 시간이 걸리는 단점이 있다[3].

BLDC 전동기의 초기 설계시에는 설계 인자 변화에 따른 경향을 파악하는 것이 중요하므로 유한요소해석법 보다 신속한 분석 결과를 얻을 수 있는 정확성을 향상 시킬 수 있는 분석 방법이 연구되어지고 있다[4].

본 논문은 단상 브러시리스 직류전동기의 코깅토크에 대한 해석방법과 저감 방법을 제시하였다.

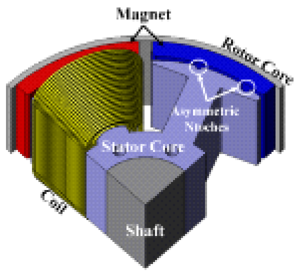
단상 브러시리스 직류전동기의 경우 비대칭 공극의 구조로 인해 기존의 해석방법을 동일하게 적용 할 경우 공극의 길이 변화를 적용할 수 없으므로 오차가 크게 발생하게 된다. 코깅토크 역시 이러한 오차로 인하여 정확한 예측이 불가능하다. 따라서 비대칭 형상에 따른 자 속밀도를 표현하기 위하여 고정자 슬롯함수 $R_s(\theta)$를 제안하였으며 이를 이용하여 자계분포를 구하였다. 이후 슬롯 효과를 표현하기 위해 퍼미언스 함수를 적용하였으며 최종적으로 코깅토크를 계산하였다. 이후 전동기의 유한요소해석 및 실험과의 비교를 통해 코깅토크 계산을 검증하였다.

2. 단상 브러시리스 직류 전동기의 구조 및 사양

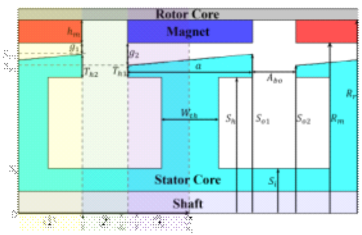
단상 브러시리스 직류의 경우 고정자 또는 회전자의 형상을 비대칭으로 설계하여야 한다. 따라서 본 논문에 사용된 전동기는 고정자 치의 형상을 그림 1에서와 같이 g_1과 g_2의 길이를 달리하여 비대칭으로 설계되었으며 코깅토크를 저감하기 위한 2개의 노치를 가지고 있다. 단상의 경우 극과 슬롯의 조합은 1:1이 일반적이며 권선공간의 확보와 효율성을 고려하여 8극 8슬롯의 구조로 되어있다. 환풍시스템을 고려한 외경은 94 mm로 이고 회전자와 고정자 사이의 공극은 0.7

[표 1] 단상 브러시리스 직류전동기의 사양

Parameter	Unit	Value
Rated Output	W	120
Rated Torque	mN·m	380
Rated Speed	rpm	3,000
Input Voltage	V_{ac}	220
Number of Slot and Poles	—	8/8
Outside diameter	mm	92
Stack Length	mm	30
Core Material	—	S23 0.5T
Magnet Material	—	Ferrite (Br : 0.41 ~ 0.43 [T])
Winding Spec.	—	$\Phi 0.55 \times 147$
S_{o1}	mm	39.8
S_{o2}	mm	39.274
S_i	mm	20
R_r	mm	40.5
h_m	mm	4
T_{h2}	mm	3.8
T_{h1}	mm	3.274
W_{th}	mm	8
R_{n1}	mm	0.815
R_{n2}	mm	1.315
A_{n1}	°	18.45
A_{n2}	°	8.502
A_{bo}	°	4



(a)



(b)

[그림 1] 비대칭 공극과 노치를 가지는 단상 브러시리스 직류 전동기 형상
(a) 전동기 형상 (b) 2슬롯 평면 개념도

mm이다. 또한 전류밀도를 고려하여 0.55 Φ 권선이 사용되었으며, 영구자석의 경우 자속밀도와 사용온도 희토류 재질의 가격상승 등을 고려하여 페라이트(Ferrite)를 사용하였다. 이에 따른 전동기의 출력은 120 W, 정격 토크는 380 mN·m로 해석 사양은 표 1과 같다. 그림 1은 해석에 사용한 전동기 형상을 보여준다.

3. 비대칭 공극과 노치를 가지는 단상 브러시리스 직류 전동기의 공극 자속밀도 해석

균일한 공극을 가지는 슬롯리스 공극자속밀도의 해석은 기존 많은 연구를 통하여 검증되어 왔으나[5][6] 본 논문의 전동기는 공극이 그림 1과 같이 길이가 달라 공극자속밀도의 분포가 일정하지 않다. 따라서 비대칭 공극을 표현하기 위하여 고정자 슬롯함수 $R_s(\theta)$를 새롭게 표현하였으며 이를 기존 고정자 반경 길이 R_s 대신에 적용하였다.

그림 1(b)와 같이 비대칭 공극을 가지는 고정자의 기하학적 형상은 한 슬롯 당 주기성을 가지며 푸리에 급수를 통해 표현이 가능하다. 함수 $f(x)$가 구간 $0 < x < T$에서 정의되고 주기 T를 가질 때 푸리에 급수는 식 (1)과 같다.

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\left(\frac{2n\pi x}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi x}{T}\right)\right) \qquad (1)$$

a_n을 구하기 위해 그림 1(b)에서와 같이 ①~③까지의 세 영역으로 나눌 수 있으며 각 부분의 $f(x)$는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{S_{o1}-S_{o2}}{a}x & \cdots\cdots\cdots ① \text{ region} \quad (2) \\ 0 & \cdots\cdots\cdots ② \text{ region} \quad (3) \\ \dfrac{S_{o1}-S_{o2}}{a}\left\{x-\left(sl-\dfrac{a}{2}\right)\right\} & \cdots\cdots\cdots ③ \text{ region} \quad (4) \end{cases}$$

따라서 a_n은 식 (5), b_n은 식 (6)과 같이 구할 수 있다.

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\cos\left(\frac{2n\pi x}{T}\right)dx$$

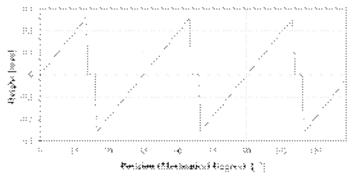
$$= \frac{2}{sl}\left\{\begin{aligned} &\int_0^{\frac{a}{2}}\left(\frac{S_{o1}-S_{o2}}{a}x\right)\cos\left(\frac{2n\pi x}{sl}\right)dx + \int_{\frac{a}{2}}^{sl-\frac{a}{2}} 0 \; dx \\ &+ \int_{sl-\frac{a}{2}}^{sl}\frac{S_{o1}-S_{o2}}{a}\left(x-\left(sl-\frac{a}{2}\right)\right)\cos\left(\frac{2n\pi x}{sl}\right)dx \end{aligned}\right\}$$

$$= \frac{2}{sl}\left\{\begin{aligned} &\frac{\left\{a\,n\,\pi\,sl\sin\left(\frac{a\,n\,\pi}{sl}\right)(S_{o1}-S_{o2})\right\} - \left\{sl\left(sl-sl\cos\left(\frac{a\,n\,\pi}{sl}\right)\right)(S_{o1}-S_{o2})\right\}}{4a\,n^2\pi^2} \\ &+\frac{sl\,(S_{o1}-S_{o2})\left(sl\cos(2\,n\,\pi) - sl\cos\left(\frac{n\,\pi\,(a-2\,sl)}{sl}\right)\right)}{4a\,n^2\pi^2} \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

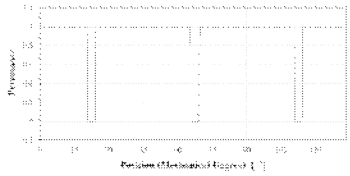
$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\sin\left(\frac{2n\pi x}{T}\right)dx$$

$$= \frac{2}{sl}\left\{\begin{aligned} &\int_0^{\frac{a}{2}}\left(\frac{S_{o1}-S_{o2}}{a}x\right)\sin\left(\frac{2n\pi x}{sl}\right)dx + \int_{\frac{a}{2}}^{sl-\frac{a}{2}} 0 \; dx \\ &+ \int_{sl-\frac{a}{2}}^{sl}\frac{S_{o1}-S_{o2}}{a}\left(x-\left(sl-\frac{a}{2}\right)\right)\sin\left(\frac{2n\pi x}{sl}\right)dx \end{aligned}\right\}$$

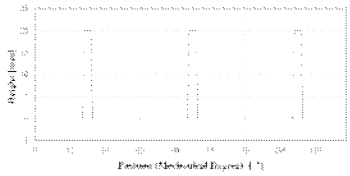
$$= \frac{2}{sl}\left\{\begin{aligned} &\frac{\left[(S_{o1}-S_{o2})\left\{cl\sin\left(\frac{a\,\pi\,n}{cl}\right) - a\,\pi\,n\cos\left(\frac{a\,\pi\,n}{cl}\right)\right\}\right]}{2\,a\,\pi^2 n^2} - \\ &\frac{\left[2\left\{\left(cl\cos\left(\frac{\left(2\,n\,\pi\left(\frac{a}{2}-cl\right)\right)}{cl}\right)\frac{(S_{o1}-S_{o2})}{4\,\pi\,n}\right) - \frac{\left[\left\{cl\,(S_{o1}-S_{o2})\left\{cl\sin(2\,\pi\,n) + cl\sin\left(\frac{\left\{2\,\pi\,n\left(\frac{a}{2}-cl\right)\right\}}{cl}\right)\right\}\right\}\right]}{4a\,\pi^2 n^2}\right\}\right]}{cl} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$



(a)



(b)



(c)

[그림 2] 고정자 슬롯함수를 구하기 위한 부분에 따른 표현
(a) 고정자 길이 (b) 공극 퍼미언스 (c) 샤프트 길이

이렇게 구한 a_0, a_n, b_n을 식 (1)에 대입하면 구하면 그림 2(a)와 같다. 하지만 이 경우 고정자 치의 형상만을 고려해 주었으므로 고정자 높이, 슬롯 오프닝 구간, 샤프트의 반경을 고려하여 최종적으로 슬롯함수를 표현하면 그림 2과 같이 표현된다.

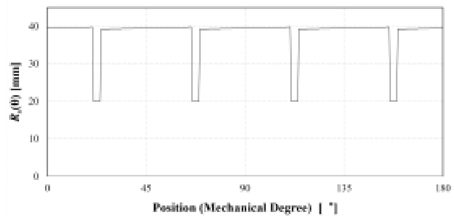
이렇게 구해진 $R_s(\theta)$를 적용한 공극자속밀도는 그림 3와 같이 확인 할 수 있다.

4. 단상 브러시리스 직류 전동기의 코깅토크 해석

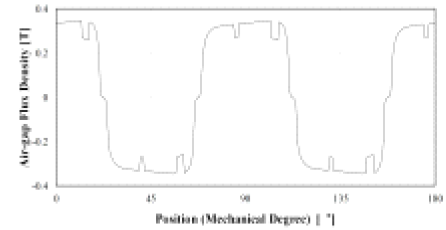
코깅토크는 일반 토크와 같이 회전자의 회전량에 따른 에너지의 변화량 이므로 식 (7)과 같이 표현할 수 있다. 이 때 공급되는 에너지는 영구자석에 의한 자계 에너지이다.

$$T_{cog} = -\frac{\triangle W(\alpha)}{\triangle \alpha} \tag{7}$$

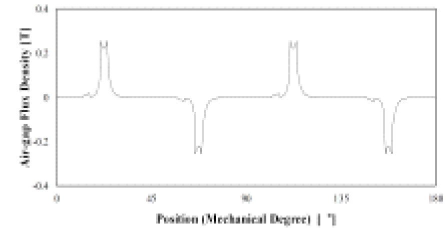
여기서 T_{cog}은 코깅토크, $\triangle W(\alpha)$는 에너지의 변화량, $\triangle(\alpha)$는 회전자의 회전량이다. 앞장에서 들었던 가정에 의해 에너지 변화는 공극부분에서만 발생하므로, 공극부분의 에너지만을 고려하여 코깅토크를 구할 수 있다. 코깅토크는 입력전류와는 상관없으므로 영구자석에 의한 공극 에너지만을 고려하면 되며 공극 에너지는 식 (8)과 같으며, 공극 기자력 함수와 공극 퍼미언스 함수로부터 구할 수 있다.



[그림 3] 고정자 슬롯 함수 $R_s(\theta)$



(a)



(b)

[그림 4] 2개의 노치가 있는 비대칭 공극을 가질 때 자속밀도(slotless)
(a) B_r (b) B_θ

$$\begin{aligned} W(\alpha) &= \frac{1}{2\mu_0}\int_v \{\boldsymbol{F}(\theta,\alpha) \cdot \boldsymbol{P}(\theta)\}^2 dV \\ &= \frac{1}{2\mu_0}\int_v \{\boldsymbol{B}(\theta,\alpha) \cdot \boldsymbol{G}(\theta)\}^2 dV \\ &= \frac{1}{2\mu_0}\int_0^{L_s}\int_{S_{o1}}^{R_m}\int_0^{2\pi} \{\boldsymbol{B}(\theta,\alpha) \cdot \boldsymbol{G}(\theta)\}^2 d\theta r\, dr\, dz \\ &= \frac{1}{2\mu_0}\left(R_m{}^2 - S_{o1}^2\right)\int_0^{2\pi} \boldsymbol{B}(\theta,\alpha)^2 \cdot \boldsymbol{G}(\theta)^2 d\theta \end{aligned} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{F}(\theta) = \frac{g}{\mu_0}\boldsymbol{B}(\theta) \tag{9}$$

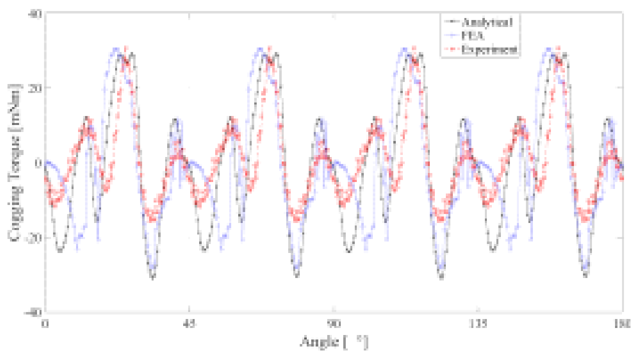
$$\boldsymbol{P}(\theta) = \frac{\mu_0}{g}\boldsymbol{G}(\theta) \tag{10}$$

여기서 μ_0는 공극 투자율, $\boldsymbol{F}$는 공극 기자력 함수, $\boldsymbol{P}$는 공극 퍼미언스, $\boldsymbol{B}$는 자속밀도, $\boldsymbol{G}$는 상대공극 퍼미언스, θ는 회전자가 움직이지 않을 때 기계각, L_s는 고정자의 적층 길이, S_{o1}는 고정자 외경, R_m은 영구자석의 내경이다.

식 (8)에서 우함수로 이루어진 $\boldsymbol{B}(\theta,\alpha)^2$ 와 $\boldsymbol{G}(\theta)^2$을 푸리에 급수 전개를 통해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{B}(\theta,\alpha)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \boldsymbol{B}_{nN_s}\cos\{nN_p(\theta+\alpha)\} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{G}(\theta)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \boldsymbol{G}_{nN_s}\cos\left(nN_s(\theta)\right) \tag{12}$$



[그림 5] 해석적 방법, 유한요소해석, 실험을 통한 코깅토크 특성결과 비교

여기서 N_s는 슬롯수, N_p는 극수이며 삼각함수의 직교성으로 인해 공극 에너지에 영향을 끼치는 주파수 성분은 N_s와 N_p의 최소공배수인 N_L이다. 이를 통해 공극 에너지 함수를 구하게 되면 식 (13)와 같다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{W}(\alpha) &= \frac{L_s}{4\mu_0}\left(R_m^{\,2}-S_{o1}^{\,2}\right)\left[\int_0^{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\boldsymbol{B}_{nN_L}\boldsymbol{G}_{nN_s}\cos\{nN_L(\theta+\alpha)\}\cos(nN_L\theta)\right]d\theta \\ &= \frac{L_s}{4\mu_0}\left(R_m^{\,2}-S_{o1}^{2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\boldsymbol{B}_{nN_L}\boldsymbol{G}_{nN_s}\cos(nN_L\alpha) \end{aligned} \quad (13)$$

식 (7)에 따라 식 (13)에서 구한 공극에너지를 회전자의 회전각으로 미분함으로써 최종적인 코깅토크를 식 (14)와같이 나타낼 수 있으며 최종적으로 구한 코깅토크와 유한요소해석 및 실험의 비교를 그림 5에서 보여준다.

$$\boldsymbol{T}(\alpha) = \frac{L_s\pi}{4\mu_0}\left(R_m^{\,2}-S_{o1}^{2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\boldsymbol{B}_{nN_L}\boldsymbol{G}_{nN_L}\,n\,N_L\sin(nN_L\alpha) \quad (14)$$

본 논문에 사용된 방법을 적용한 해적적방법의 코깅토크는 43.6 mN·m 였으며 실험결과인 43.8 mN·m과 비교했을 때 0.5 % 이내로 신뢰할 수 있는 수준의 방법임을 확인하였다.

5. 결론

본 논문에서는 해석적 방법을 이용한 코깅토크 특성해석을 수행하였다. 코깅토크를 구하는데 필요한 자속밀도 함수를 우선적으로 계산하였다.

비대칭 공극 자속밀도를 구하기 위하여 푸리에 급수를 이용한 고정자 슬롯 함수 를 제안하였다. 고정자 슬롯 함수는 고정자 함수, 공극 퍼미언스, 샤프트 함수를 각각 구해주고 이 결과를 통해 고정자 슬롯 함수 를 계산해 주었다. 이를 기존의 슬롯리스형 공극자속밀도 함수의 변수 중 상수값인 대신에 를 대입함으로 써 비대칭 공극에 대한 공극 자속밀도를 구할 수 있었다.

이 후 슬롯효과를 적용하기 위하여 등각사상을 이용하였다. 슬롯이 있는 기하학적 형상을 4개의 평면 변환을 통해 슬롯리스형으로 변환하여 복소 상대공극 퍼미언스 λ를 구하였다. 이를 통해 최종적으로 원주 및 방사형의 공극 자속밀도를 계산하였다.

이렇게 구해진 공극 자속밀도를 적용하여 최종적으로 코깅토크를 계산하였으며 유한요소해석과 실험의 결과를 비교하여 검증하였다.

감사의 글

본 연구는 산업통상자원부와 한국산업기술진흥원의 “지역혁신클러스터육성(R&D, P0025861)”사업의 지원을 받아 수행된 연구결과임.

참고문헌

[1] 함상환, “자기동형 동기전동기의 설계 및 특성해석”, 한양대학교 대학원, 박사학위 논문, 2011.

[2] Byung-Il Kwon, Byoung-Yull Yang, Seung-Chan Park, Young-Sun Jin, “Novel topology of unequal air gap in a single-phase brushless DC motor”, IEEE Trans. Magn., vol. 37, no. 5, pp.3723-3726, 2001.

[3] M. Fazil, and K. R. Rajagopal, “A Novel Air-Gap Profile of Single-Phase Permanent-Magnet Brushless DC Motor for Starting Torque Improvement and Cogging Torque Reduction,” IEEE Trans. Magn., Vol. 46, no. 11, pp. 3928-3932, Nov. 2010.

[4] Y. U. Park, and D. K. Kim, “Analytical prediction of the cogging torque in external-rotor single-phase BLDC motors with tapered air-gap,” International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, Vol. 59, no. 2, pp. 721-728, Mar. 2019.

[5] D. Zarko., D. Ban., and T. A. Lipo, “Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air-gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance,” IEEE Trans. Magn., Vol. 42, no. 7, pp. 1828-1837, July. 2006.

[6] Z. Q. Zhu, David Howe, Ekkehard Bolte, Bernd Ackermann, “Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet dc Motors, Part I: Open-circuit Field,” IEEE Trans. Magn., vol. 29, no. 1, pp. 124 - 135, 1993.