

통계분석을 이용한 여객기 개념설계 초기 사이징 설계변수 추정

진원진*

*인하공업전문대학 항공기계공학과

e-mail:jwonjin@inhatc.ac.kr

Estimation of Design Parameters in Initial Sizing of Jet Airliners using Statistical Analyses

Wonjin Jin*

*Dept. of Aeronautical & Mechanical Engineering, Inha Technical College

본 논문에서는 좌석수와 최대항속거리 등 제트 여객기의 성능요구조건에 부합하는 초기 사이징(initial sizing) 설계변수를 통계적인 방법으로 추정하였다. 분석을 위하여 좌석수, 중량, 항속거리, 속도 등 형상 및 성능이 다른 총 109종의 제트 여객기의 최신 데이터를 활용하였다. 최대이륙중량(maximum takeoff weight)을 독립변수로 하여 공허중량(operational empty weight), 화물중량(payload weight), 연료중량(fuel weight), 날개면적(wing area), 추력(thrust)을 통계적 방법으로 추정할 수 있는 비선형(non linear) 회귀 방정식을 도출하고 검증하였다. 또한, 재표본(re-sampling)을 통하여 표본 크기를 증가시키는 부트스트랩(bootstrap) 방법을 활용하여 광동체(wide body), 협동체(narrow body), 리저널(regional) 등 여객기를 체급별로 구분하여 초기 사이징 설계 변수를 예측할 수 있는 회귀 방정식을 도출하고 검증하였다.

1. 서론

항공기 개념설계(aircraft conceptual design)는 항공기 설계의 첫 단계로써, 운용요구조건에 부합하는 성능을 발휘하도록 항공기의 중량을 결정하고, 항공기 기체의 기본 형상을 정의하며, 추진장치 등을 선정하는 작업이다[1]. 대학에서 항공공학을 전공하는 학생들은 항공기 개념설계 실습을 통하여 항공기 설계요구도를 분석하고, 기체와 추진장치와 관련된 이론과 항공기 설계 절차를 이해하며, 항공역학 및 비행성능과 관련된 항공 이론지식을 함양할 수 있다. 이러한 이유로 항공기 개념설계 실습은 항공기 기술 관련 교육과정에서 중요한 전공과목으로써, 항공공학과 뿐만 아니라 항공정비학과와 교육과정에도 개설되기도 한다.

개념설계 초기 단계에서 설계하려는 항공기의 크기 및 중량과 추력을 가능한 현실적으로 추정함으로써 초기 사이징을 적절히 한다면 절충연구와 설계반복의 수고를 줄일 수 있다. 항공기 개념설계 참고문헌[2,3,4]에서 항공기의 초기 사이징을 위한 통계 관계식들을 제공하고 있다. 그러나 해당 관계식들은 1990년대 이전에 등장한 기종의 데이터에 기반하고 있고, 분석에 사용된 기종의 수 역시 제한적이었다. 따라서 본 논문에서는 항공기 개념설계 수업에서 학생들이 활용할 수 있도록 1990년대 이후 최근까지 개발된 제트 여객기의 형상 및 성능 데이터를 추가하였다. 그리고 이를 기반으로 부트스트랩 재표본(bootstrap

re-sampling) 방법을 이용하여 표본 크기를 대폭 증가시켜 통계적으로도 더욱 유의미한 여객기 초기 사이징을 위한 회귀 방정식을 도출하였다.

2. 분석 방법

2.1. 제트 여객기 체급별 분류

분석에 사용된 제트 여객기는 총 109종으로써, 1965년에 등장한 좌석수 90석의 DC-9-10부터 2020년에 처음 비행한 좌석수 414석의 Boeing 777-9까지 개발연도와 크기 및 성능이 다양하다. 그리고 좌석수가 250개 이상인 총 39종의 중대형 여객기를 광동체(wide body), 좌석수 약 100~250개인 총 54종의 중소형 여객기를 협동체(narrow body), 그리고 좌석수 100개 이하의 총 16종의 소형 여객기를 리저널(regional) 여객기로 분류하였다.

[표 1] 분석에 사용된 여객기 List

(a) 협동체 (총 39종 여객기)

A300-600R	A340-500	B747-8	B777-300	DC-10-30
A310-300	A340-600	B767-200	B777-300ER	L-1011-100
A330-200	A350-900	B767-200ER	B777-8	IL-62M
A330-300	A350-1000	B767-300	B777-9	IL-86
A330-800	A380-800	B767-300ER	B787-8	IL-96-300
A330-900	B747-100	B777-200	B787-9	IL-96M
A340-200	B747-200	B777-200ER	B787-10	MD-11
A340-300	B747-400	B777-200LR	DC-10-10	

(b) 협동체 (총 54종 여객기)

ARJ-900	B727-200	B737-9	E-JET-E190	RJ-115
A220-100	B737-200	B737-10	E-JET-E195	SSJ-100
A220-300	B737-300	B757-200	F-100	Tu-154M
A319-100	B737-400	B757-300	MC-21-200	Tu-204-100
A319-NEO	B737-500	CRJ-1000	MC-21-300	Tu-204-120
A320-200	B737-600	C919	MD-81	Tu-204-200
A320-NEO	B737-700	DC-8-63	MD-82	Tu-204-300
A321-200	B737-800	DC-8-73	MD-83	Tu-204-SM
A321-NEO	B737-900	DC-9-30	MD-87	Tu-214
B707-320	B737-7	DC-9-40	MD-90-30	Tu-334
B717-200	B737-8	DC-9-50	RJ-85	

(c) 리저널 (총 16종 여객기)

ARJ-700	CRJ-900	EMB-145	F-70
CRJ-100	DC-9-10	ERJ-135	RJ-70
CRJ-200	E-JET-E170	ERJ-140	RJ-100
CRJ-700	E-JET-E175	ERJ-145	Tu-134

2.2. 회귀분석과 부트스트랩 재표본 방법

회귀분석(regression analysis)이란 독립변수와 종속변수간의 관계를 규명하는 회귀 방정식을 도출하여 종속변수에 대한 독립변수의 영향력을 분석하거나, 독립변수의 값으로 종속변수의 값을 예측하는 통계적 분석 방법이다[5].

Efron[6]에 의하여 처음 고안된 부트스트랩 방법은 주어진 표본에서 일정 수의 표본을 추출하여 평균을 구하는 작업을 n 번 반복하여 n 가지 표본의 수를 늘린다. 부트스트랩은 표본의 복원 추출이 가능하므로 이를 통하여 수천 개의 시뮬레이션 표본을 생성할 수 있고, 더 정확한 신뢰구간을 확보하여 유의수준과 검정력을 높인다. 제트 여객기의 기본 형상이 정립된 1960년대 이후에 등장한 기종의 수는 총 109에 불과하므로 본 논문에서는 표본 크기 증가를 통한 통계적 분석 결과의 유의성 향상을 위하여 부트스트랩 재표본 방법을 활용하였다.

3. 분석 결과

3.1. 회귀 분석 결과

3.1.1. 중량

제트 여객기의 중량 데이터를 이용하여 최대이륙중량(maximum takeoff weight, W_0)을 독립변수로 하여 공허중량 operational empty weight, W_e), 화물중량(payload weight, W_p), 연료중량(fuel weight, W_f)을 예측할 수 있는 비선형(non-linear) 회귀 방정식을 도출하였다. 모든 회귀 분석 결과의 R^2 값은 0.96 이상으로써 예측 정확도가 비교적 높다. 각종 중량 추정을 위한 비선형 회귀 방정식의 회귀 계수를 정리하면 표 2와 같다.

[표 2] 중량에 대한 회귀 계수

Non-linear regression Eq. : $Y = bW_0^c$			
Y	b	c	R^2
W_e	1.1817	0.9311	0.9935
W_p	1.1538	0.8575	0.9601
W_f	0.0077	1.2923	0.9620

3.1.2. 날개면적 및 추력

중량 이외에 항공기 사이징의 또 다른 중요 설계변수는 익면하중(W_0/S)과 추력대중량비(T/W_0)이다. 해당 설계변수를 예측하기 위하여 W_0 과 날개면적(wing area, S) 및 추력(thrust, T)의 관계를 회귀 분석으로 살펴보았다. 분석에 사용된 제트 여객기의 추력은 탑재된 엔진의 해수면 최대정적 추력(maximum static thrust)을 기준으로 하였다. 회귀 분석의 추세선과 지수함수 회귀 방정식의 회귀 계수는 표 3에 제시하였다.

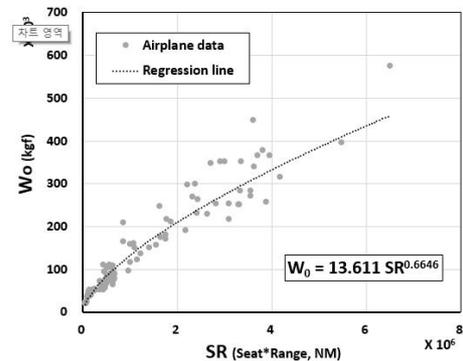
[표 3] 날개면적과 추력에 대한 회귀 계수

Non-linear regression Eq. : $Y = bW_0^c$			
Y	b	c	R^2
Wing area, S	0.0096	0.8489	0.9744
Thrust, T	8.4218	0.9068	0.9823

3.1.3. 성능요구조건과 최대이륙중량

여객기의 초기 사이징을 위한 중량, 익면하중(W_0/S), 추력대중량비(T/W_0) 등의 설계변수는 좌석수(seating capacity)와 최대항속거리(range) 등의 성능요구조건에 부합하도록 결정된다. 많은 승객을 실어 나르려면 여객기의 최대이륙중량이 증가하고, 멀리 비행하기 위해서는 연료 탑재량을 늘려야 하므로 역시 최대이륙중량이 증가한다. 즉, 최대이륙중량(W_0)은 좌석수와 최대항속거리에 비례한다. 따라서 좌석수($Seat$)와 최대항속거리($Range$)의 곱(SR)을 독립변수로 하고, W_0 을 종속변수로 두어 지수함수 회귀 분석을 수행하였고, 회귀 분석 추세선은 그림 1에 나타나 있다.

해당 회귀 방정식의 R^2 값이 매우 높지 않으므로 예측 정확도는 다소 낮을 수 있다. 특히, 승객수가 많고 최대항속거리가 긴 중대형 광동체 여객기의 경우 분산이 두드러지기 때문에 도출된 회귀 방정식은 소형 여객기의 중량 추정에 적용할 때 예측 정확도가 증가할 것이다. 그러므로 여객기를 광동체, 협동체, 리저널로 구분하여 회귀 방정식을 체급별로 도출한다면 회귀식의 예측 정확도가 개선될 수 있다.



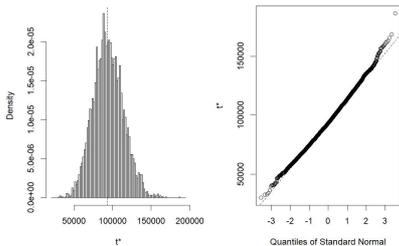
[그림 1] 회귀 분석 결과(seat×range vs W_0) ($R^2=0.9486$, $F=2012.8$, $p<0.01$)

3.2. 부트스트랩 재표본 결과

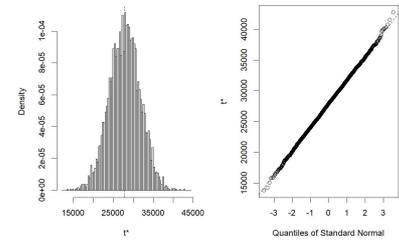
3.2.1. 체급별 부트스트랩 재표본

여객기를 체급별로 광동체, 협동체, 리저널로 구분하면 표본 크기는 각각 39, 54, 16기종이다. 즉, 체급별로 구분하면 표본의 수가 감소하기 때문에 회귀분석의 검정력과 유의성이 낮아질 수 있다. 그러므로 부트스트랩 재표본 방법을 통하여 광동체, 협동체, 리저널 여객기에 대한 각각의 표본 크기를 적절하고 충분한 수준으로 인위적으로 증가시켜 체급별로 예측 정확도가 향상된 회귀 방정식을 도출하였다.

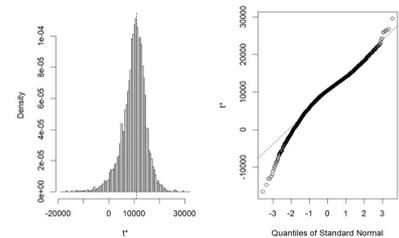
부트스트랩 재표본은 R package(R-4.3.1)[7]를 활용하여 진행되었다. 체급별 3종류의 여객기에 대한 재표본의 수는 각각 5,000개로 설정하였으며 결과값에 대한 히스토그램(histogram, 좌측)과 정규확률그림(normal probability plot, 우측)이 그림 2에 나타나 있다. 그림에서 t^* 는 독립변수, 즉 좌석수와 최대항속거리의 곱(SR)을 나타낸다. 광동체, 협동체, 리저널 여객기의 원래 표본의 수가 적고, 모집단의 값은 비교적 불규칙하여 표준정규분포를 따르지 않았다. 하지만 그림에서 볼 수 있듯이 5,000개의 부트스트랩 재표본에 의한 모집단은 표준정규분포를 따르고 있고, 이는 선형에 가까운 정규확률그림에서도 확인할 수 있다. 아울러 모집단의 실제 평균값이 신뢰구간에 포함될 확률을 나타내는 신뢰수준(confidence level)은 모두 95%이다.



(a) 광동체 (confidence interval : 95%)



(b) 협동체 (confidence interval : 95%)



(c) 리저널 (confidence interval : 95%)

[그림 2] 부트스트랩 재표본의 히스토그램(좌)과 정규확률그림(우) (sample size : 5,000)

표 4는 여객기의 체급별 좌석수와 최대항속거리의 곱(SR)에 대한 중량(W_0) 추정을 위하여 부트스트랩 재표본을 통해 각각 도출된 선형 회귀 방정식(linear regression equation)의 회귀 지수(regression coefficient) 값을 제시하고 있다.

[표 4] 여객기 체급별 회귀 계수 (부트스트랩 재표본)

Linear regression Eq. : $W_0 = aSR + b$		
Airliner type	a	b
Wide-body	0.0644	93,307
Narrow-body	0.0986	27,936
Regional	0.1896	10,414

3.2.2. 부트스트랩 재표본 결과의 검증

부트스트랩 재표본 방법으로 도출된 선형 회귀 방정식의 검증을 위하여 여객기의 설계변수를 예측해 보았다. 표 5~7는 비교적 최근에 취역한 체급별 여객기 9기종의 중량(W_0)을 추정하여 실제 값과 비교한 것이다.

기종에 따라 다르지만, 결과에서 볼 수 있듯이 전반적으로 중량이 클수록 실제 값과 비선형(non-linear) 회귀분석 추정 값의 차이가 비교적 크게 나타나고 있다. 예를 들면 광동체 여객기인 B747-8의 최대이륙중량 실제값과 비선형 회귀 방정식 예측값의 차이는 137,542kgf이고, 협동체 여객기인 A320-neo의 차이는 23,621kgf이며, 리저널 여객기인 CRJ-100의 차이는 2,605kgf이다. 그런데 체급별로 분류하고, 부트스트랩 재표본을 통하여 도출된 회귀 방정식들은 기존의 비선형 회귀 방정식과 비교하여 전반적으로 실제 중량을 더욱 근접하게 추정하고 있음을 볼 수 있다. 즉, B747-8의 실제값과 부트스트랩 예측값의 차이는 122,215kgf이고, A320-neo의 차이는 16,231kgf이며, CRJ-100의 차이는 1,467kgf이다.

[표 5] W_0 의 추정 (광동체)

Airliner (intro. year)	Seat [-]	Range [NM]	W_0 [kgf]		
			Actual	Non-linear	Bootstrap
A380-100 (2005)	850	7,650	575,000	459,053	512,068
B747-8 (2010)	467	7,730	448,000	310,458	325,785
B777-8 (2021)	384	8,730	351,500	295,553	309,196

[표 6] W_0 의 추정 (협동체)

Airliner (intro. year)	Seat [-]	Range [NM]	W_0 [kgf]		
			Actual	Non-linear	Bootstrap
A220-100 (2013)	120	3,450	63,100	73,612	68,756
A320-neo (2014)	195	3,500	79,000	102,621	95,231
B737-Max 8 (2016)	178	3,550	82,600	97,500	90,241

[표 7] W_0 의 추정 (리저널)

Airliner (intro. year)	Seat [-]	Range [NM]	W_0 [kgf]		
			Actual	Non-linear	Bootstrap
ARJ21-70 0 (2008)	90	1,200	40,500	30,137	30,891
CRJ-900 (2001)	90	1,550	38,330	35,725	36,863
E170 (2002)	78	2,150	38,600	40,375	42,210

참고문헌

- [1] Aircraft Design Education Research Society, "Aircraft Conceptual Design," Kyungmoon Inc., 2010.
- [2] D. P. Raymer, "Aircraft Design: A Conceptual Approach, 6th edition," American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 2018.
- [3] E. Torenbeek, "Synthesis of Subsonic Airplane Design: An Introduction to the Preliminary Design of Subsonic General Aviation and Transport Aircraft, with Emphasis on Layout, Aerodynamic Design, Propulsion and Performance," Delft University Press, 1982.
- [4] J. Roskam, "Airplane Design Part I : Preliminary Sizing of Airplanes" DARcorp., Kansas, USA, 1997.
- [5] W. Navidi, "Principles of Statistics for Engineers and Scientists, 2nd edition," McGraw-Hill Edu. New York, USA, 2020.
- [6] B. Efron and R. Tibshirani, "An Introduction to the bootstrap," Chapman & Hall/CRC, New York, 1994. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780429246593>
- [7] R package ver. 4.3.1. [computer software], 2023. <https://cran.r-project.org/src/base/R-4/>